В. Н. Капшай, А. А. Гришечкина
г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

ПАРЦИАЛЬНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ СОСТОЯНИЙ РАССЕЯНИЯ В СЛУЧАЕ ЕДИНИЧНОГО ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА

Важными проблемами современной релятивистской физики элементарных частиц являются проблема описания их связанных состояний и проблема описания их упругого рассеяния. Одними из первых уравнений для описания связанных состояний и состояний рассеяния, выведенных в квантовой теории поля, явились уравнения Бете-Солпитера, однако их использование сопряжено с рядом трудностей. Более простыми оказались подходы, основанные на трёхмерных редукциях уравнения Бете-Солпитера, а наиболее популярным оказался трёхмерный квазипотенциальный подход, предложенный в работах Логунового и Тавхелидзе и Кадышевского. В рамках этого подхода была введена концепция релятивистского конфигурационного представления, которое является обобщением координатного представления нерелятивистской квантовой механики. Однако, для того, чтобы изучать как связанные состояния, так и состояния рассеяния, в этом представлении, требуется одна принципиально важная вещь: знание явного вида функций Грина (ФГ). Вплоть до недавнего времени были вычислены только функции Грина двухчастичных систем с нулевым орбитальным моментом. В данной работе мы находим явный вид функций Грина систем с единичным орбитальным моментом для состояния рассеяния.

Парциальные ФГ системы двух частиц для состояний рассеяния в случае орбитального момента равного единице определяются [1, с. 38], как (g_1 – ФГ модифицированного уравнения Кадышевского, g_2 – ФГ уравнения Лагунова-Тавхелидзе, g_3 – ФГ модифицированного уравнения Лагунова-Тавхелидзе, g_4 – ФГ уравнения Кадышевского)

$$g_1(r,r') = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{p_1(\chi_k,r)\,p_1^*(\chi_k,r')}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)} \operatorname{sh}^2\chi_k d\chi_k, \tag{1}$$

$$g_2(r,r') = -\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{p_1(\chi_k,r)\,p_1^*(\chi_k,r')}{\operatorname{ch}^2\chi_k - \operatorname{ch}^2(\chi_q + i\varepsilon)} \operatorname{sh}^2\chi_k d\chi_k, \tag{2}$$

$$g_3(r,r') = -\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{p_1(\chi_k,r)\operatorname{ch}\chi_k\,p_1^*(\chi_k,r')}{\operatorname{ch}^2\chi_k - \operatorname{ch}^2(\chi_q + i\varepsilon)} \operatorname{sh}^2\chi_k d\chi_k, \tag{3}$$

$$g_4(r,r') = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{p_1(\chi_k,r)\,p_1^*(\chi_k,r')}{\operatorname{ch}\chi_k\left(\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)\right)} \operatorname{sh}^2\chi_k d\chi_k. \tag{4}$$

Здесь функция $p_1(\chi_k, r)$ имеет вид

$$p_1(\chi_k, r) = \frac{1}{(r+i)\operatorname{sh}^2\chi_k}\left(-\cos(r\chi_k)\operatorname{sh}\chi_k - \frac{\operatorname{ch}\chi_k \sin(r\chi_k)}{r}\right). \tag{5}$$

В выражениях (1)–(5) χ_k – быстрота, связанная с релятивистским импульсом k соотношением $k = m\operatorname{sh}\chi_k$, χ_q – параметр, с помощью которого параметризуется энергия состояния рассеяния $2E = 2m\operatorname{ch}\chi_q$, а m – масса каждой из частиц.

Рассмотрим нахождение явного вида функции (1). После подстановки выражения (5) в (1) и использования свойств тригонометрических и гиперболических функций, получим

$$g_1(r, r') = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{(r+i)(r'-i)}\times\left(\frac{1}{2}I_1 + \frac{1}{2}I_2 + \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{2r'}\right)I_3 + \left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'}\right)I_4 + \frac{1}{2rr'}(I_5 - I_6)\right). \tag{6}$$

При этом в выражении (6) использованы обозначения:

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{\cos(\chi_k(r-r'))}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)}d\chi_k, \qquad I_2 = \int_0^\infty \frac{\cos(\chi_k(r+r'))}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)}d\chi_k, \tag{7}$$

$$I_3 = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch}\chi_k \sin(\chi_k(r-r'))}{\operatorname{sh}\chi_k(\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon))}d\chi_k, \; I_4 = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch}\chi_k \sin(\chi_k(r+r'))}{\operatorname{sh}\chi_k(\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon))}d\chi_k, \tag{8}$$

$$I_5 = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch}^2\chi_k \cos(\chi_k(r-r'))}{\operatorname{sh}^2\chi_k(\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon))}d\chi_k, \; I_6 = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch}^2\chi_k \cos(\chi_k(r+r'))}{\operatorname{sh}^2\chi_k(\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon))}d\chi_k. \tag{9}$$

Таким образом, нахождение функции Грина (1) сводится к вычислению интегралов (7)–(9).

Для вычисления интеграла I_1, представим его в виде

$$I_1 = \frac{1}{4}(I_{11} + I_{12}), \tag{10}$$

где введены следующие обозначения:

$$I_{11} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\chi_k(r-r')}}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)}d\chi_k, \; I_{12} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\chi_k(r-r')}}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)}d\chi_k. \tag{11}$$

Для нахождения интегралов (11) воспользуемся методами теории функций комплексной переменной [2, с. 119]. Перейдем в комплексную плоскость, рассмотрев вместо интегралов вдоль вещественной прямой (11), интегралы по замкнутому контуру $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$ (рисунок 1). Нетрудно показать, что, например, необходимый нам интеграл I_{11} связан с интегралом по контуру C соотношением

$$I_{11} = \frac{1}{1 - e^{-2\pi(r-r')}}\int_C \frac{e^{i(r-r')z}}{\operatorname{ch} z - \operatorname{ch}(\chi_q + i\varepsilon)}dz. \tag{12}$$

Последний интеграл можно определить используя теорему о вычетах [2, с. 122, 3, с. 8]. Определяя полюсы, попадающие внутрь контура интегрирования, и значения вычетов в них [4, с. 353], для интегралов I_{11} и I_{12} в пределе $\varepsilon \to +i0$ получим выражения

$$I_{11} = \frac{2\pi i}{\operatorname{sh}\chi_q}\frac{\operatorname{sh}((r-r')(i\chi_q + \pi))}{\operatorname{sh}((r-r')\pi)}, \quad I_{12} = \frac{2\pi i}{\operatorname{sh}\chi_q}\frac{\operatorname{sh}(-(r-r')(i\chi_q + \pi))}{\operatorname{sh}(-(r-r')\pi)}. \tag{13}$$

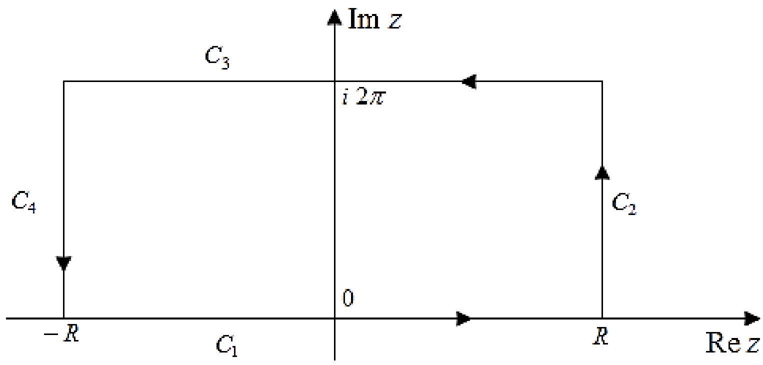

Рисунок 1 – Контур интегрирования в комплексной плоскости

Подставив (13) в (10) для интеграла I_1, а, действуя аналогично и для I_2, получим

$$I_1 = \frac{\pi i}{\operatorname{sh}\chi_q} \frac{\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right)}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}, \quad I_2 = \frac{\pi i}{\operatorname{sh}\chi_q} \frac{\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right)}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}. \tag{14}$$

Интеграл I_3 представим в виде

$$I_3 = \frac{1}{4i}\left(I_{31} - I_{32}\right), \tag{15}$$

где $I_{31} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{ch}\chi_k}{\operatorname{sh}\chi_k} \frac{e^{i\chi_k(r-r')}}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}\left(\chi_q + i\varepsilon\right)} d\chi_k$, $I_{32} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{ch}\chi_k}{\operatorname{sh}\chi_k} \frac{e^{-i\chi_k(r-r')}}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}\left(\chi_q + i\varepsilon\right)} d\chi_k$.

Перейдя в комплексную плоскость для интеграла I_{31}, легко обнаружить, что некоторые из полюсов подынтегрального выражения попадут на контур интегрирования. В таком случае, заменим I_{31} интегралом

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{ch}\chi_k}{\operatorname{sh}\left(\chi_k + i\gamma\right)} \frac{e^{i\chi_k(r-r')}}{\operatorname{ch}\chi_k - \operatorname{ch}\left(\chi_q + i\varepsilon\right)} d\chi_k, \tag{16}$$

в котором полюсы смещены с контура интегрирования в нижнюю комплексную полуплоскость. В итоге, применяя ранее рассмотренный метод для интегралов I_{31} и I_{32}, в пределе $\gamma, \varepsilon \to +0$ получим

$$I_{31} = \frac{i\pi}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)} \left[\frac{e^{-\pi(r-r')}}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + \frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q} 2\operatorname{ch}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right) \right], \tag{17}$$

$$I_{32} = \frac{-i\pi}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)} \left[\frac{e^{\pi(r-r')}}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + \frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q} 2\operatorname{ch}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right) \right]. \tag{18}$$

Используя выражения (17)–(18), представим I_3, и аналогично I_4, в виде

$$I_3 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)} \left[\frac{\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + \frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q} 2\operatorname{ch}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right) \right], \tag{19}$$

$$I_4 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)} \left[\frac{\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + \frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q} 2\operatorname{ch}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right) \right]. \tag{20}$$

При использовании для вычисления интегралов (9) того же метода, что и для интегралов (8), особенность будет состоять в том, что в случае (9) на контур попадут полюсы второго порядка. Сдвигая их с помощью замены $\operatorname{sh}(\chi_k) \to \operatorname{sh}(\chi_k + i\gamma)$ и проводя аналогичные вычисления, получим

$$I_5 = \frac{1}{2}\frac{\pi i}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}\left[\frac{i(r-r')\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{i(r-r')}{1+\operatorname{ch}\chi_q}\frac{\operatorname{ch}^2\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}2\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right)\right], \quad (21)$$

$$I_6 = \frac{1}{2}\frac{\pi i}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}\left[\frac{i(r+r')\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{i(r+r')}{1+\operatorname{ch}\chi_q}\frac{\operatorname{ch}^2\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}2\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right)\right]. \quad (22)$$

Подставляя соотношения (14), (19), (20), (21), (22) в (6), получим выражение для функции Грина (1):

$$\begin{aligned} g_1(r,r') = &-\frac{1}{(r+i)(r'-i)}\Bigg(\frac{i}{2}\frac{1}{\operatorname{sh}\chi_q}\frac{\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right)}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)} + \frac{i}{2}\frac{1}{\operatorname{sh}\chi_q}\times\frac{\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right)}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)} + \\ &+\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{2\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}\left[\frac{\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q}\operatorname{ch}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right)\right] + \\ &+\left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{2\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}\times\left[\frac{\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{1}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^2\chi_q}\operatorname{ch}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right)\right] + \quad (23) \\ &+\frac{1}{2rr'}\Bigg(\frac{i}{2}\frac{1}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}\times\left[\frac{i(r-r')\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{i(r-r')}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}^2\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi)\right)\right] - \\ &-\frac{i}{2}\frac{1}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}\times\left[\frac{i(r+r')\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)}{1-\operatorname{ch}\chi_q} - \frac{i(r+r')}{1+\operatorname{ch}\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}^2\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi)\right)\right]\Bigg)\Bigg). \end{aligned}$$

Аналогично получим выражения для функций Грина (2)–(4)

$$\begin{aligned} g_2(r,r') = &-\frac{1}{(r+i)(r'-i)}\Bigg(\frac{i}{\operatorname{sh}2\chi_q}\frac{\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\right)}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi/2\right)} + \frac{i}{\operatorname{sh}2\chi_q}\times\frac{\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\right)}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi/2\right)} + \\ &+\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}\left[\frac{\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)+1}{1-\operatorname{ch}^2\chi_q} + \frac{2\operatorname{ch}\left((r-r')\pi/2\right)\operatorname{ch}\left((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\right)}{\operatorname{sh}^2\chi_q}\right] + \\ &+\left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}\times\left[\frac{\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)+1}{1-\operatorname{ch}^2\chi_q} + \frac{2\operatorname{ch}\left((r+r')\pi/2\right)\operatorname{ch}\left((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\right)}{\operatorname{sh}^2\chi_q}\right] + \quad (24) \\ &+\frac{1}{2rr'}\Bigg(\frac{i}{\operatorname{sh}\left((r-r')\pi\right)}\left[\frac{i(r-r')\left(\operatorname{ch}\left((r-r')\pi\right)+1\right)}{1-\operatorname{ch}^2\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}\times\operatorname{sh}\left((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\right)\operatorname{ch}\left((r-r')\pi/2\right)\right] - \\ &-\frac{i}{\operatorname{sh}\left((r+r')\pi\right)}\times\left[\frac{i(r+r')\left(\operatorname{ch}\left((r+r')\pi\right)+1\right)}{1-\operatorname{ch}^2\chi_q} + 2\frac{\operatorname{ch}\chi_q}{\operatorname{sh}^3\chi_q}\operatorname{sh}\left((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\right)\operatorname{ch}\left((r+r')\pi/2\right)\right]\Bigg)\Bigg), \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
g_3(r,r') = {} & -\frac{1}{(r+i)(r'-i)}\Bigg(\frac{i}{2}\frac{1}{\mathrm{sh}\,\chi_q}\frac{\mathrm{ch}\big((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\big)}{\mathrm{ch}\big((r-r')\pi/2\big)}+\frac{i}{2}\frac{1}{\mathrm{sh}\,\chi_q}\times \\
& \times\frac{\mathrm{ch}\big((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\big)}{\mathrm{ch}\big((r+r')\pi/2\big)}+\left(\frac{1}{2r}-\frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{\mathrm{sh}\big((r-r')\pi\big)}\Bigg[\frac{\mathrm{ch}\big((r-r')\pi\big)-1}{1-\mathrm{ch}^2\chi_q}+ \\
& +2\frac{\mathrm{ch}\,\chi_q}{\mathrm{sh}^2\chi_q}\mathrm{sh}\big((r-r')\pi/2\big)\mathrm{sh}\big((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\big)\Bigg]+\left(\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r'}\right)\times \\
& \times\frac{1}{\mathrm{sh}\big((r+r')\pi\big)}\Bigg[\frac{\mathrm{ch}\big((r+r')\pi\big)-1}{1-\mathrm{ch}^2\chi_q}+2\frac{\mathrm{ch}\,\chi_q}{\mathrm{sh}^2\chi_q}\mathrm{sh}\big((r+r')\pi/2\big)\times \\
& \times\mathrm{sh}\big((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\big)+\frac{1}{2rr'}\Bigg(\frac{i}{\mathrm{sh}\big((r-r')\pi\big)}\times \\
& \times\Bigg[\frac{i(r-r')\big(\mathrm{ch}\big((r-r')\pi\big)-1\big)}{1-\mathrm{ch}^2\chi_q}+2\frac{\mathrm{ch}^2\chi_q}{\mathrm{sh}^3\chi_q}\mathrm{ch}\big((r-r')(i\chi_q+\pi/2)\big)\times \\
& \times\mathrm{sh}\big((r-r')\pi/2\big)\Bigg]-\frac{i}{\mathrm{sh}\big((r+r')\pi\big)}\Bigg[\frac{i(r+r')\big(\mathrm{ch}\big((r+r')\pi\big)-1\big)}{1-\mathrm{ch}^2\chi_q}+ \\
& +2\frac{\mathrm{ch}^2\chi_q}{\mathrm{sh}^3\chi_q}\mathrm{ch}\big((r+r')(i\chi_q+\pi/2)\big)\mathrm{sh}\big((r+r')\pi/2\big)\Bigg]\Bigg)\Bigg),
\end{aligned}
\tag{25}
$$

$$
\begin{aligned}
g_4(r,r') = {} & -\frac{1}{2}\frac{1}{(r+i)(r'-i)}\Bigg(\frac{i}{\mathrm{sh}\,2\chi_q}\Bigg[\frac{i\,\mathrm{sh}\,\chi_q}{\mathrm{ch}\big((r-r')\pi/2\big)}+\frac{2\,\mathrm{sh}\big((r-r')(i\chi_q+\pi)\big)}{\mathrm{sh}\big((r-r')\pi\big)}\Bigg]+ \\
& +\frac{i}{\mathrm{sh}\,2\chi_q}\Bigg[\frac{i\,\mathrm{sh}\,\chi_q}{\mathrm{ch}\big((r+r')\pi/2\big)}+\frac{2\,\mathrm{sh}\big((r+r')(i\chi_q+\pi)\big)}{\mathrm{sh}\big((r+r')\pi\big)}\Bigg]+\left(\frac{1}{2r}-\frac{1}{2r'}\right)\frac{1}{\mathrm{sh}\big((r-r')\pi\big)}\times \\
& \times\Bigg[\frac{\mathrm{ch}\big((r-r')\pi\big)}{1-\mathrm{ch}\,\chi_q}+\frac{1}{1+\mathrm{ch}\,\chi_q}+\frac{2\,\mathrm{ch}\big((r-r')(i\chi_q+\pi)\big)}{\mathrm{sh}^2\chi_q}\Bigg]+\left(\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r'}\right)\times \\
& \times\frac{1}{\mathrm{sh}\big((r+r')\pi\big)}\Bigg[\frac{\mathrm{ch}\big((r+r')\pi\big)}{1-\mathrm{ch}\,\chi_q}+\frac{1}{1+\mathrm{ch}\,\chi_q}+\frac{2\,\mathrm{ch}\big((r+r')(i\chi_q+\pi)\big)}{\mathrm{sh}^2\chi_q}\Bigg]+ \\
& +\frac{1}{2rr'}\Bigg(\frac{i}{\mathrm{sh}\big((r-r')\pi\big)}\Bigg[\frac{i(r-r')\mathrm{ch}\big((r-r')\pi\big)}{1-\mathrm{ch}\,\chi_q}+ \\
& +\frac{i(r-r')}{1+\mathrm{ch}\,\chi_q}+2\frac{\mathrm{ch}\,\chi_q}{\mathrm{sh}^3\chi_q}\mathrm{sh}\big((r-r')(i\chi_q+\pi)\big)\Bigg]-\frac{i}{\mathrm{sh}\big((r+r')\pi\big)}\times \\
& \times\Bigg[\frac{i(r+r')\mathrm{ch}\big((r+r')\pi\big)}{1-\mathrm{ch}\,\chi_q}+\frac{i(r+r')}{1+\mathrm{ch}\,\chi_q}+2\frac{\mathrm{ch}\,\chi_q}{\mathrm{sh}^2\chi_q}\mathrm{sh}\big((r+r')(i\chi_q+\pi)\big)\Bigg]\Bigg)\Bigg).
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Рассмотрим поведение полученных функций Грина на примере $g_1(r,r')$. На рисунках 2, 3 изображены графики зависимости действительной $\mathrm{Re}(g_1)$ и мнимой $\mathrm{Im}(g_1)$ частей функции Грина от r при $r'=0$ и $\chi_q=1$.

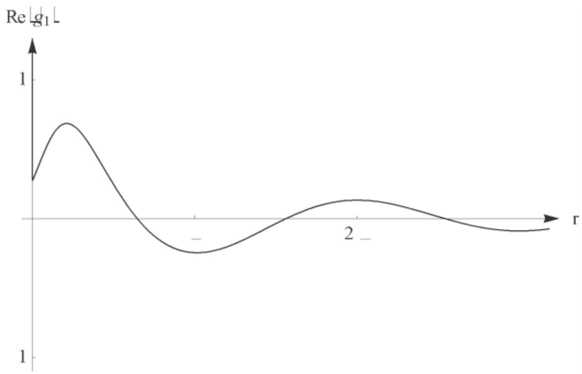

Рисунок 2 – График зависимости действительной части функции Грина (23) от одной из координат при фиксировании другой

Рисунок 3 – График зависимости мнимой части функции Грина (23) от одной из координат при фиксировании другой

Таким образом, в данной работе была рассмотрена одна из ключевых задач изучения состояний рассеяния элементарных частиц в подходе релятивистского конфигурационного представления. Для решения этой задачи необходимо знание явного вида функций Грина, который для единичного орбитального момента в настоящей работе получен.

Список использованных источников

1 Капшай, В. Н. Решения релятивистских двухчастичных уравнений с произвольным орбитальным моментом / В. Н. Капшай, С. И. Фиалка // Известия ВУЗов. Физика. – 2017. – Т. 60, № 1. – С. 34–43. (Kapshai, V.N. Solution of relativistic two-particle equations with arbitrary orbital angular momentum / V.N. Kapshai, S.I. Fialka // Russ. Phys. Journal. – 2017. – Vol. 60, № 1. – P. 37–49.)

2 Теория функций комплексного переменного / В. Г. Кротов [и др.]. – Минск : Вышэйшая школа, 2019. – 431 с.

3 Гельфонд, А. О. Вычеты и их приложения / А. О. Гельфонд // Москва : Ленанд, 2018. – 114 с.

4 Wunsch, A. D. Complex variables with applications / A. D. Wunsch. – 3rd ed. – New York : PAW, 2005. – 676 p.