С. А. Лукашевич, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦЫ СПИНА ½ С УЧЕТОМ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ

Введение. В электродинамике адронов теория взаимодействия электромагнитного поля с адронами базируется на основных принципах релятивисткой теории поля. В рамках простых модельных представлений взаимодействия фотонов с адронами в основном используется диаграммная техника [1, 2]. В области низких энергий взаимодействие электромагнитного поля реализуется со сложными кварк-глюонными системами, где методы КХД слабо эффективны, и в последнее время все больше используется низкоэнергетические теоремы и правила сумм [3, 4, 5, 6].

Благодаря повышению точности измерения электромагнитных характеристик адронов открываются новые возможности для более глубокого анализа существующих теоретико-полевых и модельных представлений о взаимодействии адронов с электромагнитным полем. При исследовании электромагнитных характеристик адронов особое внимание отводится поляризуемостям, поскольку эти характеристики чувствительны не только к особенностям самой структуры адронов, но и к механизмам поглощения и излучения электромагнитного поля.

В настоящее время известен достаточно широкий класс двухфотонных электродинамических процессов, на основе которых можно получить экспериментальные данные о поляризуемости адронов. В связи с этим возникает задача о последовательном ковариантном определении вклада поляризуемостей в амплитуды и сечения электродинамических процессов на адронах. [7, 8]. Решение подобных задач возможно выполнить в рамках теоретико-полевого ковариантного представления взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей [6, 9, 10, 11].

Релятивистский эффективный Лагранжиан, предложенный в [6, 9, 10] использован в работе [12] для определения вершины взаимодействия γ-кванта с протонами с учетом поляризуемостей и на этой основе выполнено фитирование экспериментальных данных по комптоновскому рассеянию на протоне в энергетической окрестности рождения Δ(1232) резонанса в работе [13].

Данная работа является продолжением исследований, результаты которых представлены в статьях [6, 9, 10, 11]. На основе ковариантного факторизованного лангранжиана взаимодействия электромагнитного поля со структурной поляризующейся частицей спина ½ используя метод эффективного метрического тензора подобного [14], получено уравнение движения, вычислены канонический и метрический тензоры энергии-импульса. Определена плотность энергии-импульса и плотность энергии взаимодействия поляризующейся частицы с электромагнитным полем.

1. Лагранжиан и уравнения движения частицы с учетом поляризуемости. На основе принципа соответствия классической квантовой электродинамики из функции Лагранжа

$$L = -\frac{2\pi}{m}\left[(\alpha+\beta)F_{\mu\sigma}F^{\mu}{}_{\rho} - \frac{\beta}{2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\delta_{\rho\sigma}\right]u^{\rho}u^{\sigma}. \quad (1)$$

Получим Лагранжиан взаимодействия поляризующейся частицы с электромагнитным полем [6]

$$\mathcal{L} = K_{\rho\sigma}\theta^{\rho\sigma}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) введены обозначения: u^{ρ} – компоненты 4-х-скорости частицы,

$$K_{\rho\sigma} = \left(-\frac{2\pi}{m}\right)\left[(\alpha+\beta)F_{\mu\rho}F^{\mu}{}_{\sigma} - \frac{g_{\rho\sigma}}{2}\beta F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right], \quad (3)$$

где α и β – электрическая и магнитная поляризуемости частицы, $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ – тензор электромагнитного поля, а тензор $\theta^{\rho\sigma}$ имеет вид:

$$\theta^{\rho\sigma} = \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^{\rho}\overleftrightarrow{\partial^{\sigma}}\psi, \quad (4)$$

где в (4) ψ и $\bar{\psi}$ – волновые функции частицы спина ½, $\overleftrightarrow{\partial^{\sigma}} = \overrightarrow{\partial^{\sigma}} - \overleftarrow{\partial^{\sigma}}$, стрелки указывают направление действия производной, γ^{ρ} – матрицы, удовлетворяющие соотношению $\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma} + \gamma^{\sigma}\gamma^{\rho} = 2g^{\rho\sigma}$.

В отличие от других подобных лагранжианов, которые используются для описания двухфотонных взаимодействий [15, 16], лагранжиан (2) тоже согласуется с низкоэнергетической теоремой комптоновского рассеяния на нуклоне, но он факторизован и представляется в виде двух блоков, которые определяются электромагнитным полем ($K_{\rho\sigma}$) и полем фермиона спина ½ ($\theta^{\rho\sigma}$).

Используя принцип калибровочной инвариантности и метод эффективного метрического тензора подобного [14] лагранжиан (2) можно представить в виде [17]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\bar{\psi}\left(i\overrightarrow{\hat{D}} - m\right)\psi - \frac{1}{2}\bar{\psi}(i\overleftarrow{\hat{D}} + m)\psi, \quad (5)$$

где $\overrightarrow{\hat{D}} = \eta_{\sigma\nu}\gamma^{\sigma}\overrightarrow{\partial^{\nu}} + iQ\hat{A}$, $\overleftarrow{\hat{D}} = \overleftarrow{\partial^{\sigma}}\gamma^{\sigma}\eta_{\sigma\nu} - iQ\hat{A}$.

Эффективный метрический тензор $\eta_{\sigma\nu}$ определяется следующим образом

$$\eta_{\sigma\nu} = g_{\sigma\nu} + \frac{2\pi}{m}\left[\alpha F_{\sigma\mu}F^{\mu}{}_{\nu} + \beta\widetilde{F_{\sigma\mu}}\widetilde{F^{\mu}{}_{\nu}}\right], \quad (6)$$

где $\widetilde{F_{\sigma\mu}} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\sigma\mu\rho\nu}F^{\rho\nu}$.

Подставляя $\mathcal{L}$, определенное в (5), в уравнения Лагранжа-Эйлера, получим уравнения движения частицы в электромагнитном поле с учетом ее заряда, спина и поляризуемостей:

$$\left(i\hat{\vec{\partial}} - m\right)\psi = Q\hat{A}\psi - iK_{\sigma\nu}\gamma^{\sigma}\partial^{\nu}\psi, \tag{7}$$

$$\bar{\psi}\left(i\hat{\overleftarrow{\partial}} + m\right) = -Q\bar{\psi}\hat{A} - i(\partial^{\nu}\bar{\psi})\,\gamma^{\sigma}K_{\sigma\nu}. \tag{8}$$

2. Определение тензора энергии-импульса частицы с учетом поляризуемости и взаимодействия с электромагнитным полем. Получим тензор энергии-импульса на основе лагранжиана вида:

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_0^{(\gamma)} + \mathcal{L}_0^{(D)}. \tag{9}$$

Здесь $\mathcal{L}_0^{(\gamma)} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, а $\mathcal{L}_0^{(D)} = \frac{i}{2}\bar{\psi}\hat{\overleftrightarrow{\partial}}\psi - m\bar{\psi}\psi$. Из (9) очевидно, что $\mathcal{L}_0$ зависит от $\bar{\psi}$, ψ, $\partial_\sigma\psi$, $\partial_\sigma\bar{\psi}$ и $\partial_\mu A_\nu$.

Вычислим производную $\partial_\sigma\mathcal{L}_0$ с учетом указанной зависимости $\mathcal{L}_0$ в (9). В результате получим

$$\partial^{\rho}\mathcal{L}_0 = \partial^{\rho}\psi\left(\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial\psi} - \partial_\sigma\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\psi)}\right) + \partial^{\rho}\bar{\psi}\left(\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial\bar{\psi}} - \partial_\sigma\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\bar{\psi})}\right) -$$
$$-\partial^{\rho}A_\kappa\left(\partial_\sigma\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma A_\kappa)}\right) + \partial_\sigma\left(\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\psi)}\partial^{\rho}\psi + \partial^{\rho}\bar{\psi}\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\bar{\psi})} + \frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma A_\kappa)}\partial^{\rho}A_\kappa\right). \tag{10}$$

В уравнении (10) три первых слагаемых равны нулю на основании уравнения Лагранжа-Эйлера, а оставшиеся слагаемые перенесем влево. Тогда из (10) следует:

$$\partial_\sigma T_{can}{}^{\sigma\rho} = 0. \tag{11}$$

В выражении (11) $T_{can}{}^{\sigma\rho}$ – тензор энергии-импульса, построенный на основе лагранжиана (9), определяется соотношением

$$T_{can}{}^{\sigma\rho} = \frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\psi)}\partial^{\varrho}\psi + \partial^{\rho}\bar{\psi}\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\bar{\psi})} + \frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma A_\kappa)}(\partial^{\rho}A_\kappa) + g^{\sigma\rho}\left(\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right), \tag{12}$$

где учтено, что $\mathcal{L}_0{}^{(D)} = 0$ в выражении (12).

В последнем члене уравнения (12) феноменологически введем лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с частицами с учетом заряженного тока и их поляризуемостей. Тогда уже с учетом дираковского поля $\mathcal{L}_0{}^{(D)}$ получим:

$$T_{can}{}^{\sigma\rho} = \partial^{\rho}\bar{\psi}\frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\bar{\psi})} + \frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma\psi)}\partial^{\rho}\psi + \frac{\partial\mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\sigma A_\kappa)}(\partial^{\rho}A_\kappa) -$$
$$- g^{\sigma\rho}\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j_\mu A^{\mu} + K_{\sigma\rho}\theta^{\rho\sigma}\right). \tag{13}$$

Учитывая определение $\mathcal{L}_0$ (9), выражение (13) приведем к виду

$$T_{can}{}^{\sigma\rho} = -F^{\sigma\nu}\partial^{\rho}A_\kappa + \theta^{\rho\sigma} - g^{\sigma\rho}\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j_\mu A^{\mu} + K_{\sigma\rho}\theta^{\rho\sigma}\right). \tag{14}$$

Если воспользуемся неоднозначностью определения тензора энергии-импульса

$$T'^{\sigma\rho} = T^{\sigma\rho} + \partial_v(F^{\sigma v}A^{\rho}), \tag{15}$$

то (14) можно представить следующим образом

$$T_{metr}{}^{\mu\nu} = F^{\mu\rho}F_{\rho}{}^{\nu} + \frac{1}{4}g^{\mu\nu}F_{\sigma\rho}F^{\sigma\rho} + \theta^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}j_\rho A^{\rho} - g^{\mu\nu}K_{\sigma\rho}\theta^{\rho\sigma}. \tag{15}$$

Из (15) видно, что плотность энергии взаимодействия электромагнитного поля с поляризующейся частицей спина ½ определяется электромагнитным полем, полем частицы и их взаимодействием.

Плотность энергии взаимодействия электромагнитного поля с поляризующейся частицей определяется так [16]:

$$T_{metr}{}^{00} = -K_{\sigma\rho}\theta^{\rho\sigma} . \qquad (16)$$

В системе покоя частицы из (16) получим

$$\mathcal{E} = -\frac{2\pi}{m}\,\theta^{00}\left(\alpha\vec{E}^2 + \beta\vec{B}^2\right)K_{\sigma\rho}\theta^{\rho\sigma}. \qquad (17)$$

Определение (16) позволяет использовать методы вторичного квантования для вычисления амплитуд двухфотонного взаимодействия с адронами спина ½.

Заключение. В лагранжевом ковариантном формализме получены уравнения движения частицы спина ½ на основании ковариантного лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля с поляризующимися частицами. Определено соответствие между ковариантным лагранжианом, каноническим и метрическим тензорами энергии-импульса. В системе покоя частицы получена плотность энергии взаимодействия частицы с поляризуемостями и электромагнитным полем.

Список использованных источников

1 Brodsky, S. J. The Electromagnetic Interaction of Composite Systems / S. J. Brodsky, J. R. Primack // Annals of Physics. – Vol. 52. – 1969. – P. 315–365.

2 Scherer, S. Virtual Compton scattering off the nucleon at low energies / S. Scherer, A. Yu Korchin, J. H. Koch // Phys. Rev. – C 54. – 1996 – P. 904–919.

3 Levchuk, M. I. Gyration nucleon as one of the characteristics of its electromagnetic structure / M. I. Levchuk, L. G. Moroz // Vesti AN BSSR Ser.: fiz.-mat. nauk. – 1985. – № 1. – P. 45–54.

4 Lvov, A. J. Dispersion Theory of Proton Compton Scattering in the First and Second Resonance Regions / A. J. Lvov, V. A. Petrun'kin // Phys. Rev. – Vol. 55C. – 1997. – P. 359–377.

5 Hutt, M.-Th. Compton Scattering by Nuclei / M.-Th. Hutt, A. J. L'vov, A. J. Milstein, M. Schumacher // Physics Reports. – Vol. 323, № 6. – 2000. – P. 458–595.

6 Maksimenko, N. V. Phenomenological description polarizabilities of elementary particles in a field-theory / N. V. Maksimenko, L. G. Moroz // Proceedings of the XI International young scientists school on high energy physics and relativistic nuclear physics. D2-11707, JINR, Dubna. – 1979. – P. 533–543.

7 Carlson, C. E. Constraining off-shell effects using low-energy Compton Scattering / C. E. Carlson, M. Vanderhaeghen [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access: http://physics.atom-ph/1109.3779. – Date of access: 04.10.2011.

8 Krupina, N. Separation of proton polarizabilities with the beam asymmetry of Compton scattering / N. Krupina, V. Pascalutsa // Phys. Rev. Lett. – Vol. 110, № 26. – 2013. – P. 262001-1-4.

9 Belousova, S. A. Description of the spin polarizabilitiesof hadrons based on the covariant Lagrangian / S. A. Belousova, N. V. Maksimenko // Proc. Of "OFTHEP 2000". – Tver, Russia. – 2000. – P. 305–308. – arXiV: hep-ph/0009334.

10 Maksimenko, N. V. The electromagnetic characteristics of hadrons in the covariant Lagrangian approach / N. V. Maksimenko, O. M. Deryuzhkova, S. A. Lukashevich. // Proc. Of International School-Seminar "Actual Problems of Particles Physics". – Dubna. – 2002. – Vol. II. – P. 145–156.

11 Андреев, В. В. Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевом подходе / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – №4(9). – 2011. – С. 7–11.

12 Ilyichew, A. Static Polarizability vertex and It's Application / A. Ilyichew, S. Lukashevich, N. Maksimenko. – arXiV: hep-ph/0611327v1.

13 Zang, Y. Proton Compton scattering in a unified proton-Δ^+ Model / Y. Zang, K. Savvidy // Phys. Rev. C. – Vol. 88. – 2013. – P. 064614-1-12.

14 Delgado-Acosta, E. G. / Second order formalism for spin ½ fermions and Compton scattering / E. G. Delgado-Acosta, Mauro Napsucuale, Simon Rodriguez. – arXiV: 1012.4130[hep-ph]. Phys. Rev. – Vol. D83. – 2011. – P. 073001.

15 Feinberg, G. Spin-dependent two-photon-exchange forces: Spin-0 particle and charged spin- particle / G. Feinberg, J. Sucher // Phys. Rev. – Vol. D 45, № 7. – 1992. – P. 2493–2517.

16 Ициксон, К. Квантовая теория поля / К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер // Москва : Мир. – Т. 1. – 1984. – 448 с.

17 Andreev, V. V. / Covariant equations of motion of a spin ½ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V. V. Andreev, O. M. Deryuzhkova, N. V. Maksimenko // Russian Physics Journal. – Vol. 56, № 9. – 2014. – P. 1069–1075.