ОБОБЩЕННЫЕ МОДУЛЯРНЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

***В. А. ВАСИЛЬЕВ*, А. Н. СКИБА**

A subgroup H of a group G is called modular in G if H is a modular element (in sense of Kurosh) of the lattice L(G) of all subgroups of G. The subgroup of H generated by all modular subgroups of G contained in H is called the modular core of H and denoted by H_mG. In the paper, we introduce the following concept. A subgroup H of a group G is called m-supplemented in G if there exists a subgroup K of G such that G=HK and $H \cap K \leq H_mG$. Based on this concept groups with m-supplemented maximal subgroups of Sylow subgroup were studied

Ключевые слова: конечная группа, силовская подгруппа, модулярное ядро, m-добавляемая подгруппа.

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны. Элемент m решетки L называется моду-лярным (в смысле Куроша), если выполняются следующие условия:

(1) $x \cup (m \cap z)=(x \cup m) \cap z$ для всех $x,z \in L$ таких, что $x \leq z$;

(2) $m \cup (y \cap z)=(m \cup y) \cap z$ для всех $y,z \in L$ таких, что $m \leq z$.

Имея дело с решеткой L(G) всех подгрупп группы G, мы приходим к понятию модулярной подгруппы группы G.

Определение 1. Подгруппа M группы G называется модулярной подгруппой в G, если выполняются следующие условия:

(1) $\langle X, M \cap Z \rangle = \langle X, M \rangle \cap Z$ для всех $X \leq G$, $Z \leq G$ таких, что $X \leq Z$;

(2) $\langle M, Y \cap Z \rangle = \langle M, Y \rangle \cap Z$ для всех $Y \leq G$, $Z \leq G$ таких, что $M \leq Z$.

Понятие модулярной подгруппы впервые было введено в работе Р. Шмидта [1] и оказалось полезным в вопросах классификации составных групп. В частности, в монографии Р. Шмидта [2, гл. 5] модулярные подгруппы были использованы для получения новых характеризаций различных классов групп. В данной работе мы используем модулярные подгруппы для получения новых признаков принадлежности группы композиционной формации. Основными нашими инструментами являются следующие понятия.

Определение 2. Пусть $H \leq G$. Подгруппу, порожденную всеми теми подгруппами из H, которые модулярны в G, назовем модулярным ядром подгруппы H в группе G и обозначим H_{mG}.

Определение 3. Подгруппу H группы G назовем m-добавляемой в G, если в G существует такая подгруппа K, что $G=HK$ и $H \cap K \leq H_{mG}$.

В работе получены следующие результаты.

Теорема 1. Пусть E – нормальная подгруппа группы G. Если максимальные подгруппы каждой силовской подгруппы из E являются m-добавляемыми в G, то каждый главный фактор группы G ниже E является циклическим.

Теорема 2. Пусть F – композиционная формация, содержащая все сверхразрешимые группы, и G – группа, содержащая нормальные подгруппы $X \leq E$ такие, что $G/E \in F$. Предположим, что все максимальные подгруппы каждой силовской подгруппы из X являются m-добавляемыми в G. Если $X=E$ или $X=F^*(E)$, то $G \in F$ и каждый главный фактор группы F ниже E является циклическим.

Литература

1. *Schmidt R.* Modulare Untergruppen endlicher Gruppen // J. Ill. Math. 1969. Vol. 13. P. 358−277.
2. *Schmidt R.* Subgroup Lattices of Groups / Berlin, New York: Walter de Gruyter. 1994. 572 p.