ГГУ им. Ф Скорины

ОБОБЩЕННО МОДУЛЯРНЫЕ И ПЕРМУТИРУЕМЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

***В.А. ВАСИЛЬЕВ*, А.Н. СКИБА**

A subgroup *H* of a group *G* is called *m*-supplemented in *G* if there exists a subgroup *K* of *G* such that $G=HK$ and $H \cap K \leq H_mG$. A subgroup *H* of a group *G* is called permuteral (strong permuteral) in *G* if $P_G(H)=G$ ($P_U(H)=U$ when $H \leq U \leq G$). Based on these concepts groups with *m*-supplemented and permuteral (strong permuteral) subgroups were studied

Ключевые слова: конечная группа, m-добавляемая подгруппа, пермутируемая подгруппа, сильно пермутируемая подгруппа, p-нильпотентная группа

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны. Отметим, что модулярная подгруппа является модулярным элементом (в смысле Куроша) решетки всех подгрупп группы. Каждая подгруппа *H* группы *G* обладает наибольшей содержащейся в ней модулярной подгруппой *HmG* группы *G*. В работе [1] нами было введено следующее обобщение понятия модулярной подгруппы.

Определение 1. Подгруппа H группы G называется m-добавляемой в G, если в G существует такая подгруппа K, что G=HK и H ∩ K ≤ HmG.

На основе данного понятия нами был получен следующий результат.

Теорема 1 [2]. Пусть *G* – группа и *P* – силовская *p*-подгруппа группы *G*, где *p* – простой делитель |*G*|. Предположим, что по крайней мере одно из следующих утверждений выполняется:

(i) (p-1, $|G|$) = 1 и каждая максимальная подгруппа из P, не имеющая p-нильпотентного добавления в G, является m-добавляемой в G.

(ii) (p-1, $|G|$) = 1 и каждая циклическая подгруппа из P простого порядка или порядка 4 (если $p = 2$ и P неабелева), не имеющая p-нильпотентного добавления в G, является m-добавляемой в G.

Тогда G является p-нильпотентной группой.

Также были введены следующие понятия.

Определение 2 [3]. Пусть H – подгруппа группы G. Будем говорить, что:

1) H является пермутируемой в G, если $PG(H)=G$;

2) H является сильно пермутируемой в G, если $PU(H)=U$ когда $H \leq U \leq G$.

На основе этих понятий были получены следующие результаты.

Теорема 2 [3]. Пусть G – метанильпотентная группа. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) G сверхразрешима;

2) каждая силовская подгруппа из G сильно пермутируема в G;

3) каждая силовская подгруппа из G пермутируема в G.

Теорема 3 [3]. Пусть G – группа. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) G сверхразрешима;

2) каждая пронормальная подгруппа из G сильно пермутируема в G;

3) каждая пронормальная подгруппа из G пермутируема в G;

4) каждая холлова подгруппа из G сильно пермутируема в G;

5) каждая холлова подгруппа из G пермутируема в G.

Литература

1. *Васильев, В.А.* Об одном обобщении модулярных подгрупп / В.А. Васильев, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2011. – Т. 63, №10. – С. 1314–1325.
2. *Васильев, В.А.* О p-нильпотентности одного класса конечных групп / В.А. Васильев // Проблемы физики, математики и техники, 2013, №3 (16). – С. 61-65.
3. *Васильев, В.А.* Пермутируемые подгруппы и их приложения в конечных группах / В.А. Васильев, А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева // Проблемы физики, математики и техники, 2013, №2 (15). – С. 35-38.