

А. В. Гладченко, В. В. Можаровский

(ГТУ им. Ф. Скорины, Гомель)

КРАТКИЙ АЛГОРИТМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ СЛОИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБ

Задачи для решения напряжённно-деформированного состояния цилиндрических труб сводятся к определению свойств i -ого слоя цилиндрической трубы [1]:

$$\sigma = A^i \varepsilon - \xi \Delta T,$$

где $\sigma = (\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z)^T$ и $\varepsilon = (\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z)^T$ – тензоры напряжений и деформаций соответственно, $\xi = (\xi_r, \xi_\theta, \xi_z)^T$

$$A^i = \begin{pmatrix} A_{11}^i & A_{12}^i & A_{13}^i \\ A_{21}^i & A_{22}^i & A_{23}^i \\ A_{31}^i & A_{32}^i & A_{33}^i \end{pmatrix} \quad \xi = a^{(i)} \varepsilon,$$

где $a_r^{(i)}$, $a_\theta^{(i)}$, $a_z^{(i)}$ – коэффициенты температурного расширения в i -ом слое, в направлении r , θ , z соответственно.

Подставляя выражения для напряжений в уравнения равновесия и используя уравнения Коши, получаем неоднородное дифференциальное уравнение 2-ого порядка:

$$\frac{\partial^2 u_r^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} - \frac{A_{22}^{(i)} / A_{11}^{(i)}}{r^2} u_r^{(i)} = \frac{\alpha^{(i)} \varepsilon_0}{r} + \frac{\eta^{(i)} \Delta T}{r}, \quad (1)$$

$$\text{где } \alpha^{(i)} = \frac{A_{23}^{(i)} - A_{13}^{(i)}}{A_{11}^{(i)}}, \quad \eta^{(i)} = \frac{\xi_r^{(i)} - \xi_\theta^{(i)}}{A_{11}^{(i)}}.$$

В результате решения дифференциального уравнения (1), можно

получить уравнения, $u_r^{(u)} = C_1^{(i)} r^{k^{(i)}} + C_2^{(i)} r^{-k^{(i)}} + \frac{(\alpha^{(i)} \varepsilon_0 + \eta^{(i)} \Delta T) r}{1 - k^2},$

где искомыми коэффициентами являются, которые находятся из граничных условий [1, 2] (обозначения соответствуют [2]).

Разрабатывается программа для эффективного расчета таких систем.

ЛИТЕРАТУРА

1 Можаровский, В. В. Реалізація розрахунку напружень багатопарових труб / В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков. // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія: фізико-математичні науки. – 2015. – № 5. – С. 173–178.

2 Xia, M. Analysis of filament-wound fiber-reinforced sandwich pipe under combined internal pressure and thermomechanical loading / M. Xia, K. Kemmochi, H. Takayanagi // Comp. Structures. – 2001. – № 51. – P. 273–283.