Е. П. Кечко
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

О ЛОКАЛИЗАЦИИ НУЛЕЙ АППРОКСИМАЦИЙ ЭРМИТА – ПАДЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Для заданного натурального числа k рассмотрим произвольный фиксированный набор $\{\lambda_p\}_{p=0}^{k}$ различных комплексных и произвольный набор $\{n_p\}_{p=0}^{k}$ целых неотрицательных чисел.

Определение. Аппроксимациями Эрмита – Паде I типа (Latin type) системы экспонент $\{e^{\lambda_p z}\}_{p=0}^{k}$ называют многочлены $A_{n_p}^{p}(z)$, $\deg A_{n_p}^{p} \le n_p - 1$, $p = 0,1,\ldots,k$, хотя бы один из которых тождественно не равен нулю, удовлетворяющие условию

$$R_{n_o,n_1,\ldots,n_k}(z) = \sum_{p=0}^{k} A_{n_p}^{p}(z) e^{\lambda_p z} = O(z^{n_0+n_1+\ldots+n_k-1}),\ z \to 0.$$

Многочлены $\left\{A_{n_p}^p(z)\right\}_{p=0}^k$ были введены Эрмитом [1]. Мы хотим локализовать область, в которой находятся нули многочленов $A_{n_p}^p(z)$, в зависимости от выбора чисел $\left\{\lambda_p\right\}_{p=0}^k$ и $\left\{n_p\right\}_{p=0}^k$. Данная работа является обобщением результатов работы [2]. Сформулируем основной результат.

Теорема. Пусть $\left\{\lambda_p\right\}_{p=0}^k$ – произвольные различные комплексные числа. Тогда при $n_p \geq 2$, $p=0,1,\ldots,k$, $k \geq 1$ нули многочлена $A_{n_p}^p(z)$, $0 \leq p \leq k$, лежат в круге $\{z : |z| < R_{n_p}^p\}$, *где*

$$R_{n_p}^p = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq p}}^k \frac{n_p + n_j - 2/3}{\left|\lambda_p - \lambda_j\right|}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1 Hermite, C. Sur la generalisation des fractions continues algebriques / C. Hermite // Ann.Math. Pura Appl. Ser. 2A. – 1883. – № 21. – P. 289–308.

2 Герман, А. В. О нулях многочленов Эрмита / А. В. Герман, Е. П. Кечко, А. П. Старовойтов // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. – 2015. – №3(90). – С. 104–111.