

**А. Е. Ковалева, А. В. Лубочкин**

*(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)*

## **ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ МИНИМАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ**

На промежутке  $t \geq 0$  рассмотрим динамическую систему с управлением

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$(x \in R^n, \quad u \in R, \quad \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n).$$

Будем считать, что доступными являются лишь ограниченные управления:

$$|u(t)| \leq L, \quad t \geq 0, \quad (0 < L < \infty). \quad (2)$$

Обозначим через

$$X_0 = \{x \in R^n : Ax + bu_x = 0, \quad |u_x| \leq L\}$$

множество возможных состояний равновесия системы (1). Пусть заданы число  $0 < L < \infty$ , вектор  $z \in \text{int } X_0$ , область  $G \subset R^n$  ( $z \in G$ ).

Функция  $u = u_z(x)$ ,  $x \in G$ , называется ограниченной обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области  $G$ , если: 1)  $u_z(z) = u_z$ ; 2) функция  $u_z(x)$  удовлетворяет геометрическому ограничению (2):  $|u_z(x)| \leq L$ ,  $x \in G$ ; 3) замкнутая система

$$\dot{x} = Ax + bu_z(x), \quad x(0) = x_0 \in G, \quad (3)$$

Материалы XIX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 21–23 марта 2016 г.

имеет решение  $x(t) \in G$ ,  $t \geq 0$ , для всех  $x_0 \in G$ ; 4) состояние равновесия  $x(t) \equiv z$ ,  $t \geq 0$ , системы (3) асимптотически устойчиво в  $G$ .

При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения  $G$  состояния равновесия  $z$  была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе (3) были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для решения указанной проблемы естественно использовать методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется следующая вспомогательная задача оптимального управления

$$B_\theta(y) = \min \rho, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = y, \quad x(\theta) = z, \quad (4)$$

$$|u(t)| \leq \rho, \quad t \in T = [0, \theta] \quad (0 < \theta < \infty - \text{параметр метода}).$$

Пусть  $G_\theta$  – множество всех состояний  $y$ , для которых задача (4) имеет оптимальную программу  $u_z^0(t|y)$ ,  $t \in T$ . Функция  $u_z(y) = u_z^0(0|y)$ ,  $y \in G_\theta$  называется оптимальным стартовым управлением типа обратной связи для задачи (4). Показывается, что стартовая обратная связь обладает свойствами, указанными выше. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего реализацию регулирующей обратной связи в режиме реального времени. Алгоритм программно реализован на языке С. Результаты иллюстрируются на примере регулирования динамической системой четвертого порядка.