

К. Л. Парфенков, А. Ф. Васильев

(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, ИМЕЮЩИХ ТРИ ПОДГРУППЫ С ВЗАИМНО ПРОСТЫМИ ИНДЕКСАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Пусть группа G имеет подгруппы A , B и C , индексы которых попарно взаимно просты в G . Хорошо известно, если A , B и C абелевы, то и G является абелевой группой. Как показали Виландт и Кегель, этот результат выполняется, если свойство абелевости подгрупп A , B и C поменять на разрешимость, или на нильпотентность. Если A , B и C сверхразрешимы, то в общем случае G не обязательно сверхразрешима. В работах [1, 2] были получены достаточные условия сверхразрешимости группы G , имеющей три сверхразрешимые подгруппы, с попарно взаимно простыми индексами в G . Задача нахождения строения таких групп в общем случае оставалась нерешенной.

Определение 1 [3]. Подгруппа H группы G называется **P**-субнормальной в G , если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп $H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_{n-1} \leq H_n = G$ такая, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простое число для любого $i = 1, \dots, n$.

Определение 2 [3]. Группа G называется расширенно сверхразрешимой (кратко, w -сверхразрешимой), если любая силовская подгруппа группы G является **P**-субнормальной в G .

Класс всех w -сверхразрешимых групп является наследственной насыщенной формацией. Любая w -сверхразрешимая группа является дисперсивной по Оре. Группа сверхразрешима тогда и только тогда, когда она метанильпотентна и w -сверхразрешима.

Теорема. Пусть группа G имеет сверхразрешимые подгруппы A , B и C , индексы которых попарно взаимно просты в G . Тогда G расширенно сверхразрешима.

ЛИТЕРАТУРА

1 Flowers, N. On a group with three supersolvable subgroups of pairwise relatively prime indices / N. Flowers, T. P. Wakefield // Arch. Math. – 2010. – Vol. 95. – P. 309–315.

2 Ballester-Bolinches, A. Triple factorizations and supersolubility of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L. M. Ezquerro // DOI:10.1017/S0013091515 000231.

3 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.