

Распределение Т и  $^{85}\text{Kr}$  в твэлах ВВЭР\*

Таблица 2

Операции	Анализируемая фаза	Выгорание топлива, Мвт·сут/т U			
		Т		$^{85}\text{Kr}$	
		9 000	20 000	9 000	20 000
Резка ( $T = 50^\circ\text{C}$ )	Газ	$\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,002}$	$\frac{2,0 \cdot 10^{-3}}{0,002}$	$\frac{2,0}{0,1}$	$\frac{3,1}{0,1}$
Растворение топлива	»	$\frac{0,1}{0,15}$	$\frac{0,1}{0,1}$	$\frac{1700 \pm 500}{99,9}$	$\frac{4900 \pm 500}{99,9}$
	Раствор	$\frac{57 \pm 8}{85 \pm 12}$	$\frac{157 \pm 15}{83 \pm 8}$	Не определен	Не определен
Содержание в оболочке	Газ	$\frac{10 \pm 5}{15 \pm 7}$	$\frac{33 \pm 10}{17 \pm 5}$	Не определен	Не определен
Суммарное количество		$\frac{67 \pm 10}{100}$	$\frac{190 \pm 20}{100}$	$\frac{1700 \pm 500}{100}$	$\frac{4900 \pm 500}{100}$
	% от расчетного накопления	$67 \pm 15$	$79 \pm 10$	$81 \pm 29$	$93 \pm 10$

Числитель — Ки/т U; знаменатель — % исходного количества.

$2100 \pm 500$  и  $5300 \pm 500$  Ки/т U соответственно для твэлов с выгоранием 9000 и 20 000 Мвт·сут/тU. При резке твэлов без нагревания ( $50^\circ\text{C}$ ) выделяется Т 0,002% и  $^{85}\text{Kr}$  0,1% общего содержания. Изучено выделение Т и  $^{85}\text{Kr}$  из разрезанных твэлов при температуре от  $50$  до  $700^\circ\text{C}$ . Получена логарифмическая зависимость выделения этих продуктов деления от температуры. При растворении топлива в  $\text{HNO}_3$  тритий в виде окиси практически полностью переходит в водную фазу.

Поступила в Редакцию 1/XII 1975 г.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев А. Т. и др. «Атомная энергия», 1976, т. 40, вып. 3, с. 203.
2. Van Urk P., Lindner L. «J. Appl. Rad. Isotopes», 1972, v. 23, N 5.
3. Haney W. A. «Nucl. Safety», 1964, v. 5, N 4, p. 399.
4. Ломоносов И. М., Сошин Л. Д. Измерение трития. М., Атомиздат, 1968.
5. Займовский А. С., Калашников В. В., Головин И. С. Тепловыделяющие элементы атомных реакторов. М., Госатомиздат, 1962, с. 236.

УДК 621.039.515

## Математические модели нейтронного поля реактора и их приложения

ПОТАПЕНКО П. Т.

Переход от управления интегральной мощностью реактора к управлению нейтронным полем позволяет за счет оптимизации распределения мощности повысить технико-экономические показатели реактора.

При проектировании системы управления нейтронным полем задача выбора и обоснования его математической модели решается в пер-

вую очередь методами пространственной кинетики [1].

**Определения и математические модели.** Обычно для управления активную зону разбивают на  $N$  ячеек, в каждой имеются по крайней мере один датчик нейтронов и регулирующий стержень для изменения плотности нейтронов. Совокупность средств автоматики для управ-

ления плотностью нейтронов в ячейке образует локальный регулятор ЛР; средства для управления интегральной мощностью образуют регулятор мощности РМ.

Как многомерный объект управления реактор описывается передаточной матрицей  $H(p)$ . Она связывает изменения вектора нейтронного поля  $\delta\Phi$  в ячейках с вектором изменения коэффициента размножения нейтронов в них  $\delta k$  ( $p$  — оператор Лапласа):

$$\delta\Phi(p) = H(p) \delta k(p). \quad (1)$$

Согласно (1), нейтронный поток в  $i$ -й ячейке

$$\delta\Phi_i(p) = h_{i1}\delta k_1 + h_{i2}\delta k_2 + \dots + h_{im}\delta k_m + \dots + h_{iN}\delta k_N. \quad (2)$$

Вспользуемся далее разложением  $\delta k$  и  $\delta\Phi$  в ряд по полной системе собственных ортонормированных функций — «гармоник»  $f_j(r)$  [1, 2]:

$$\delta\Phi(p, r) = \delta\Phi_0(p) f_0(r) + \sum_{j=1}^{\infty} \delta\Phi_j(p) f_j(r); \quad (3)$$

$$\delta k(p, r) = \delta k_0(p) f_0(r) + \sum_{j=1}^{\infty} \delta k_j(p) f_j(r). \quad (4)$$

Пусть в  $m$ -й ячейке произошло изменение коэффициента размножения нейтронов  $\delta k_m$ . Тогда, заменив в выражениях (3) и (4) пространственную координату  $r$  на соответствующие индексы ячеек, найдем ответное изменение потока в  $i$ -й ячейке:

$$\delta\Phi_i(p) = \delta k_{0m}(p) W_0(p) f_{0i} + \sum_{j=1}^{\infty} \delta k_{jm}(p) W_j(p) f_{ji}. \quad (5)$$

Здесь  $W_j(p) = \delta\Phi_j / \bar{\Phi} \delta(kf_0)_{jm}$  — передаточная функция [2]  $j$ -й гармоники реактивности, «взвешенной по  $f_0$ » и возбужденной локальным возмущением  $\delta k_m$  (в виде  $\delta$ -функции) от перемещения стержня в  $m$ -й ячейке:

$$\delta(kf_0)_{jm} = \delta k_m(p) f_{jm} f_{0m} V_m, \quad (6)$$

где  $V_m$  — объем  $m$ -й ячейки.

Учитывая, что коэффициент, пропорциональный мощности  $\bar{\Phi} = \frac{\Phi^0(r)}{f_0(r)}$ , на основании выражений (6), (5) и (2) получаем для элемента  $h_{im}$  матрицы  $H(p)$

$$h_{im} [W_0(p) \Phi_i^0 f_{0m}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} W_j(p) \Phi_{0m} f_{ji} f_{jm}] V_m, \quad (7)$$

где  $\Phi_i^0$  — стационарное (базовое) распределение нейтронов по ячейкам. Таким образом, передаточная матрица реактора может быть пред-

ставлена в виде матричного ряда

$$H(p) = A_0 W_0(p) + \sum_{j=1}^{\infty} A_j W_j(p). \quad (8)$$

Элементы матриц и скалярные множители  $W_j(p)$  определяются из выражения (7). При расположении всех датчиков и стержней регуляторов в области с выравненным потоком  $\Phi_i^0 = \Phi^0$  матрица является симметрической  $h_{im} = h_{mi}$  [см. выражение (7)].

Пользуясь выводами работы [2] о характере процессов перераспределения нейтронного поля, можно предложить следующие приближенные модели реактора как многомерного объекта управления, располагая их по возрастающей точности.

1. Нулевая адиабатическая (точечная) модель

$$H(p) \approx H_0(p) = A_0 W_0(p). \quad (9)$$

Измеряя перемещения стержней в единицах реактивности  $\Delta\varphi_m = f_{0m}^2 \Delta k_m V_m$ , а потоки нейтронов в ячейках относительно среднего по

реактору значения  $\Delta\varphi_i = \Delta\Phi_i / \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi_i^0$ , на осно-

вании (7) имеем все элементы  $i$ -й строки матрицы мощности  $A_0$ , равные  $a_{im} = \varphi_i = \Phi_i^0 / \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi_i^0$ . Назовем отношение  $\varphi_i$  фактором  $i$ -й ячейки. Естественно, точечная модель не учитывает изменения формы распределения.

2. Первая адиабатическая модель

$$H(p) \approx H_1(p) = (A_0 + \mathcal{A}) W_0(p) = \mathcal{A} W_0(p), \quad (10)$$

где  $\mathcal{A} = \sum_{j=1}^{\infty} A_j$  — матрица распределения;

$A = A_0 + \mathcal{A}$  — матрица реактора.

Эта модель точно описывает установившиеся распределения мощности в критическом реакторе. Изменению нейтронного поля здесь предписывается передаточная функция наиболее «весомой» фундаментальной гармоники.

3. Вторая адиабатическая модель

$$H(p) \approx H_2(p) \approx A_0 W_0(p) + \mathcal{A}. \quad (11)$$

Эта модель учитывает тот факт, что перераспределение мощности при движении стержней происходит практически мгновенно [2] в сравнении с временем регулирования.

4. Третья адиабатическая модель

$$H(p) \approx H_3(p) = A_0 W_0(p) + \mathcal{A} W_1(p) \quad (12)$$

используется для реакторов с неустойчивым распределением мощности, при этом  $W_1(p)$  —

передаточная функция первой неустойчивой субгармоники.

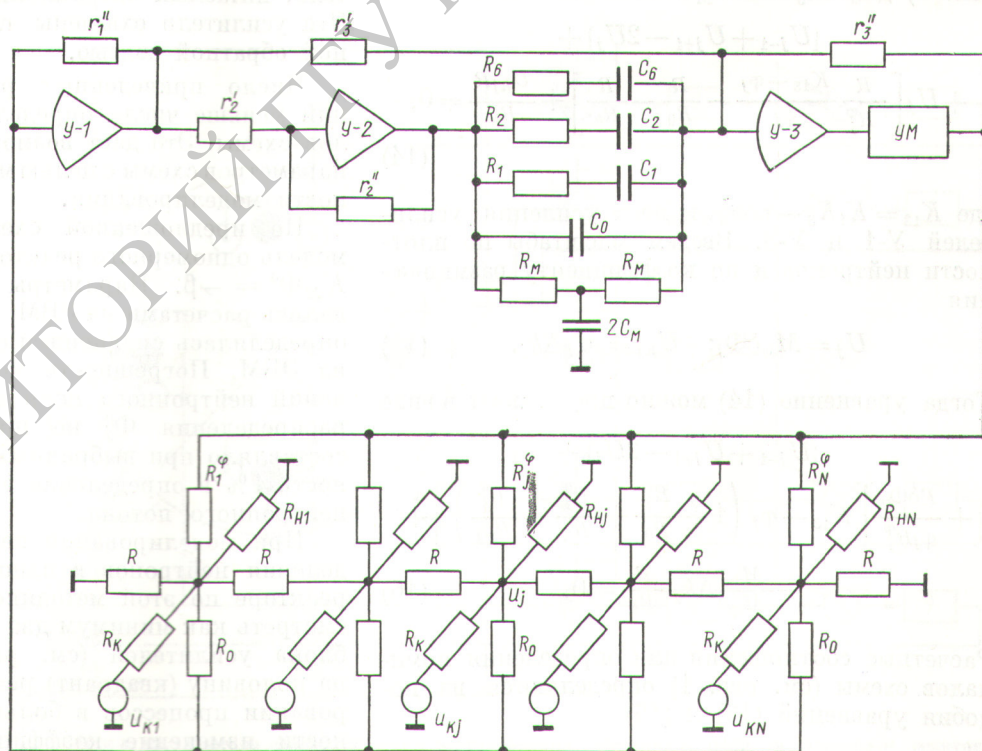
Предложенные модели имеют вполне конкретный физический смысл и могут быть сконструированы по экспериментальным и расчетным данным. Матрица  $H_0(p)$  описывает изменение интегральной мощности,  $W_0(p)$  — передаточная функция точечного реактора. При анализе изменений интегральной мощности все эти модели тождественны. Элементы  $\alpha_{ik}$  и  $a_{ik}$  матриц  $\mathcal{A}$  и  $A$  определяются, например, как реакции  $i$ -го датчика на единичное перемещение  $k$ -го стержня соответственно при включенном и отключенном регуляторе мощности. Для реактора с неотрицательным мощностным коэффициентом реактивности матрица реактора определяется по соотношению  $A = A_0 + \mathcal{A}$ .

Специальный анализ показывает, что собственные числа положительной матрицы  $A$  положительны, а матрицы  $\mathcal{A}$  — неотрицательны. Эти свойства важны при анализе системы регулирования [8].

**Приложение к цифровым и аналоговым моделям.** Предложенные модели, обеспечивая приемлемую для анализа систем точность пред-

ставления нейтронного поля, позволяют резко сократить количество аппаратуры при аналоговом моделировании и машинное время — при цифровом. Действительно, прямое моделирование диффузионного уравнения путем конечно-разностной аппроксимации [1, 3, 4] требует решения системы дифференциальных уравнений общей размерностью;  $(\nu + 1 + \mu) N$ , где  $\nu$  — число учитываемых групп запаздывающих нейтронов;  $\mu$  — порядок уравнения обратных связей;  $N$  — число узлов сетки. Использование, например, второй адиабатической модели связано с решением двух систем алгебраических уравнений, каждая размерностью  $N$ , и одной системы дифференциальных уравнений размерностью  $\nu + 1 + \mu$ . При этом учитывается, что обычно параметры обратных связей практически не меняются от зоны к зоне реактора.

Проиллюстрируем сказанное на примере реализации второй адиабатической модели средствами аналоговой техники [5]. На рис. 1 приведена одномерная модель, содержащая цепочку резисторов  $R_0$ , моделирующих диффузию нейтронов. Для двумерной и трехмерной моделей используются соответственно сетка и объем-



Р и с. 1. Аналоговая модель одномерного реактора

ная решетка резисторов. Потенциал узла сетки  $U_j$  моделирует отклонение нейтронного поля от базового значения  $\Phi_j^0$  в  $j$ -й ячейке. Базовому распределению  $\Phi_0(r)$  соответствуют «нули» напряжений во всех точках схемы. Блок усилителей У-1 и У-3 моделирует точечную кинетику  $W_0(p)$  и питает сетку через резисторы  $R_j$  напряжением, пропорциональным интегральной мощности.

Поскольку ток через резисторы  $R_j^\Phi$  моделирует размножение нейтронов в ячейках с различным потоком и обусловлен общим напряжением с выхода усилителя мощности УМ, величина  $R_j^\Phi$  выбрана в соответствии с форм-фактором  $\varphi_j$ .

Уравнение статики для одномерного реактора [4]:

$$[\delta\Phi_{j-1} + \delta\Phi_{j+1} - 2\delta\Phi_j] + h^2\Delta k_j\Phi_j^0 + h^2\delta\Phi_j[k_{0j} - 1 + K_M\Phi_j^0] = 0, \quad (13)$$

где  $h$  — шаг между ячейками в длинах миграции;  $K_M$  — коэффициент мощностной обратной связи.

Уравнение статики предложенной схемы (см. рис. 1) для случая  $K_M = 0$ :

$$[U_{j-1} + U_{j+1} - 2U_j] + U_j \left[ \frac{R}{R_j^\Phi} \frac{K_{13} - \varphi_j}{\varphi_j} - \frac{R}{R_0} - \frac{R}{R_h} \right] + \frac{U_{hj}R}{R_h} = 0, \quad (14)$$

где  $K_{13} = K_1K_3$  — коэффициент усиления усилителей У-1 и У-3. Введем масштабы по плотности нейтронов и по коэффициенту размножения

$$U_j = M_\Phi \delta\Phi_j; \quad U_{kj} = M_k \Delta k_j. \quad (15)$$

Тогда уравнение (14) можно представить в виде

$$[U_{j-1} + U_{j+1} - 2U_j] + \frac{R\delta\Phi_j}{\varphi_j R_j^\Phi} \left[ K_{13} - \varphi_j \left( 1 + \frac{R_j^\Phi}{R_0} + \frac{R_j^\Phi}{R_h} + \frac{R_j^\Phi}{R_{hj}} \right) \right] + \frac{M_h}{M_\Phi} \Delta k_j \frac{R_i}{R_h} = 0. \quad (16)$$

Расчетные соотношения для определения номиналов схемы (см. рис. 1) определяются из подобия уравнений (13) и (16)

$$h^2 = \frac{R}{\varphi_j R_j^\Phi}; \quad k_{0j} - 1 =$$

$$= K_{13} - \varphi_j \left( 1 + \frac{R_j^\Phi}{R_0} + \frac{R_j^\Phi}{R_h} + \frac{R_j^\Phi}{R_{hj}} \right); \quad (17)$$

$$\Phi_j^0 = \frac{M_h}{M_\Phi} \frac{R_i}{R_h}.$$

Аналогично из сравнения уравнений динамики реактора [4] и предложенной схемы, задаваясь, например,  $K_1 = 1$  (в этом случае на выходе усилителя У-1 моделируется интегральная мощность реактора), получаем расчетные соотношения для цепей усилителей:

$$r_1'' = \frac{R_0}{M}; \quad K_2 = \frac{r_2''}{r_2'}; \quad K_3 = \frac{r_3''}{r_3'}; \quad \beta_i = \frac{r_3'' K_2}{R_i};$$

$$K_M \Phi_j^0 = \frac{r_3'' K_2}{2R_M}; \quad l = K_2 r_3'' C_0; \quad T_M = R_M C_M; \quad (18)$$

$$\lambda_i^{-1} = R_i C_i,$$

где  $T_M$  — постоянная времени обратной связи;  $\beta_i$  и  $\lambda_i$  — парциальный выход и постоянная распада ядер запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы;  $l$  — время жизни нейтронов;  $M$  — число ячеек, участвующих в вычислении среднего потока ( $M \leq N$ ).

В качестве усилителя мощности может использоваться, например, электромашинный усилитель, питаемый операционным усилителем У-3. Эти усилители охвачены глубокой отрицательной обратной связью.

Число приведенных расчетных соотношений меньше числа определяемых ими номиналов схемы. Это дает возможность оптимизации параметров схемы с целью минимизации погрешности моделирования.

По предложенной схеме была построена модель одномерного реактора с  $N = 25$ ,  $h = 1$ ,  $K_M \Phi^0 = -\beta$ . Параметры схемы оптимизировались расчетами на ЭВМ. Погрешность модели определялась сравнением с точными расчетами на ЭВМ. Погрешность моделирования отклонений нейтронного поля в узлах от базового распределения  $\Phi_j^0$  не превышала 10%, что составляло при выбранных масштабах погрешность 1% в определении абсолютных значений нейтронного потока.

При моделировании неустойчивого распределения нейтронов в одномерном (двумерном) реакторе по этой методике необходимо предусмотреть как минимум два (четыре) идентичных блока усилителей (см. рис. 1) — по одному на половину (квадрант) реактора. При моделировании процессов в большом диапазоне мощности изменение коэффициента размножения нейтронов моделируется изменением сопротивления резисторов  $R_h$ .

Аналоговое устройство, реализующее третью адиабатическую модель, в дополнение к приведенной на рис. 1 схеме содержит блок усилителей и инвертеров, моделирующих передаточную функцию  $W_1$ , при этом на его входе вычисляется перекоп мощности по половинам реактора, а на выходе в соответствующие узлы сетки вносятся противоположные по знаку токи через дополнительные резисторы.

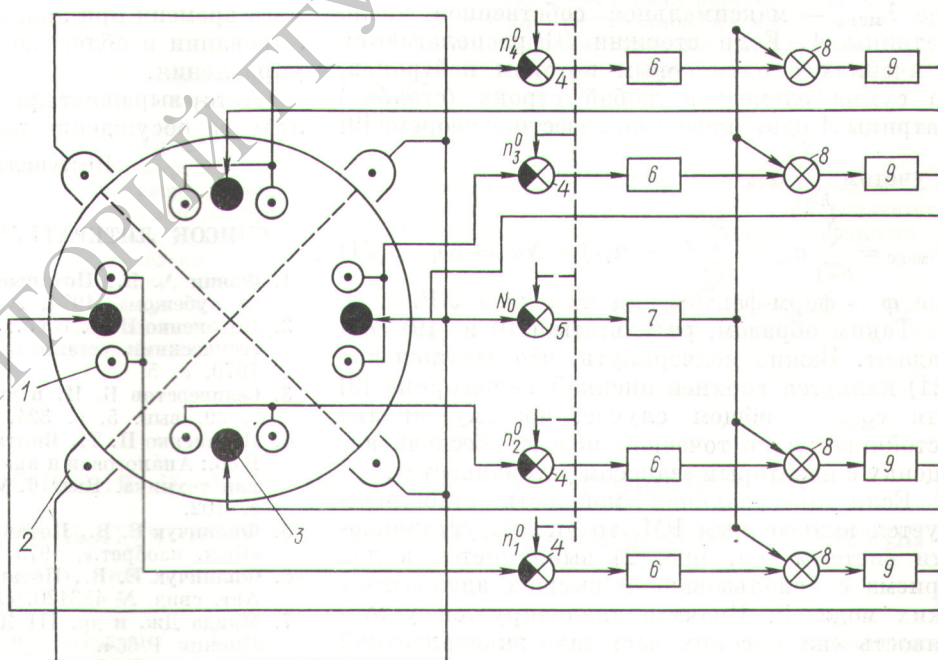
**Приложение к анализу систем регулирования.** Методы анализа с использованием предложенных моделей проиллюстрируем на примере наиболее характерной системы (рис. 2) [6]. Мощность каждой ячейки (квадранта) измеряется внутриреакторными датчиками, интегральная мощность определяется с помощью четырех практически безынерционных ионизационных камер 2. Система имеет ЛР и РМ, включенный на сервоприводы стержней ЛР.

Поскольку число и скорость стержней в системе регулирования ограничены, эта схема позволяет повысить точность регулирования распределения за счет увеличения количества ЛР. Большая инерционность и малый диапазон внутриреакторных датчиков ЛР обуславливают целесообразность приведенной схемы. Как пра-

вило, с помощью только ЛР не удастся обеспечить требуемое быстродействие, диапазон и надежность регулирования интегральной мощности. Поэтому необходим специальный контур РМ.

Локальное возмущение реактивности вначале компенсируется одновременным синхронным перемещением всех регулирующих стержней системы по сигналу РМ. Затем в действие вступают ЛР. После окончания переходных процессов возмущение оказывается скомпенсированным стержнями, ближайшими к месту введения возмущения.

Проанализируем вначале на устойчивость систему с отключенным РМ. Пренебрегая в первом приближении интерференцией между фундаментальной и высшими гармониками [7] и учитывая, что наиболее неустойчива фундаментальная гармоника [наиболее неблагоприятной для устойчивости передаточной функцией из  $W_i(p)$  является функция  $W_0(p)$ ], получаем, что все адиабатические модели при анализе устойчивости сводятся к нулевой (точной). При этом все ЛР оказываются подключенными параллельно к объекту с переда-



Р и с. 2. Система автоматического регулирования нейтронного поля и мощности реактора: 1 — внутриреакторные датчики; 2 — ионизационные камеры РМ; 3 — регулирующие стержни ЛР и РМ; 4, 5 — задатчики ЛР и РМ; 6, 7 — усилители и корректирующие устройства ЛР и РМ; 8 — сумматоры регулирующих воздействий от ЛР и РМ; 9 — сервоприводы

точной функцией  $W_0(p)$ , а устойчивость определяется по эквивалентной системе с передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$W_{\text{эвк}}(p) = W_0(p) \sum_{i=1}^N \varphi_i W_{pi}(p), \quad (19)$$

где передаточная функция  $W_{pi}(p)$   $i$ -го ЛР включает передаточные функции датчика, задатчика, усилителя и сервопривода. Если выходным сигналом  $i$ -го ЛР считать не реактивность  $\rho_i$  (пропорциональную  $\varphi_i^2$ ), как в формуле (19), а линейное перемещение стержня, то оказывается, что передаточные функции ЛР при переходе к эквивалентной системе суммируются с весовым коэффициентом, пропорциональным кубу нейтронного потока в месте расположения стержня ЛР. Этот вывод важен для анализа.

Предложенная оценка устойчивости обобщает методику работы [8] на случай неидентичных ЛР, располагаемых в областях с неодинаковым потоком нейтронов, и для реакторов с любым (например, неотрицательным) коэффициентом мощностной обратной связи. В соответствии с работой [8] устойчивость системы идентичных ЛР определяется по эквивалентной системе

$$W_{\text{эвк}}(p) = W_0(p) \lambda_{\text{макс}} W_p(p), \quad (20)$$

где  $\lambda_{\text{макс}}$  — максимальное собственное число матрицы  $A$ . Если стержни ЛР располагаются в ячейках с одинаковым потоком нейтронов, то сумма элементов любой строки (столбца) матрицы  $A$  одинакова и по известной теореме [9]

с учетом  $\sum_{h=1}^N \alpha_{ih} = 0$  имеем

$$\lambda_{\text{макс}} = \sum_{h=1}^N a_{ih} = \sum_{h=1}^N (a_0 + \alpha_{ih}) = N a_0 = N \varphi, \quad (21)$$

где  $\varphi$  — форм-фактор для стержней ЛР.

Таким образом, результаты (20) и (19) совпадают. Важно подчеркнуть, что соотношение (21) является верхней оценкой Гершгорина [9] для  $\lambda_{\text{макс}}$  в общем случае, поэтому анализ устойчивости по точечной модели обеспечивает оценку с некоторым «запасом устойчивости».

Если интегральная мощность стабилизируется включенным РМ, то анализ устойчивости системы (см. рис. 2) выполняется в два приема с использованием высших адиабатических моделей. Вначале анализируется устойчивость «на высоких частотах» эквивалентной системы

$$W_{\text{эвк}}(p) = W_0(p) [W_{\text{РМ}}(p) \varphi_{\text{РМ}} + \sum_{i=1}^N \varphi_i W_{pi}(p)], \quad (22)$$

где  $W_{\text{РМ}}$  и  $\varphi_{\text{РМ}}$  — передаточная функция и форм-фактор РМ. Если эта система устойчива, то вторая часть исследования состоит в анализе многомерной системы «на низких частотах и высших гармониках», например, по методике [8]. Вторая часть анализа необходима по крайней мере в двух случаях: без ЛР распределение мощности неустойчиво [при анализе объект описывается передаточной матрицей  $\mathcal{A}W_1(p)$ ]; быстродействие ЛР<sub>*i*</sub> на порядок и более ниже, чем РМ [объект следует описывать матрицами  $\mathcal{A}$  или  $\mathcal{A}W_1(p)$ ].

Предложенная методика с помощью гармонической линеаризации [10] распространяется и на анализ релейных систем. Удовлетворительное совпадение (в пределах 20%) значений пороговых параметров настроек регуляторов, оцененных по приведенной методике, с аналогичными значениями, полученными по точным методикам (расчет на ЭВМ, прямое аналоговое моделирование с сеточными моделями [4, 8]), позволяет использовать методику при проектировании подобных систем.

Таким образом, предложенные приближенные математические модели реактора по сравнению с описанными ранее позволяют резко сократить количество аппаратуры и машинного времени при аналоговом и цифровом моделировании и облегчают проектирование систем управления.

Автор выражает признательность Я. В. Шевелеву за обсуждение работы.

Поступила в Редакцию 2/IX 1975 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фокин А. Б., Потапенко П. Т. «Атомная техника за рубежом», 1974, № 12, с. 3.
2. Потапенко П. Т. В сб.: Управление ядерными энергетическими установками. Вып. 4. М., Атомиздат, 1970, с. 5.
3. Селиверстов Б. Н. и др. «Атомная энергия», 1975, т. 39, вып. 5, с. 324.
4. Потапенко П. Т., Винтизенко И. Г., Косилов А. Н. В сб.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника. Вып. 6. М., «Советское радио», 1973, с. 102.
5. Филипчук Е. В., Потапенко П. Т., Кучеренко А. А. «Бюл. изобрет.», 1975, № 26, с. 132.
6. Филипчук Е. В., Потапенко П. Т., Косилов А. Н. Авт. свид. № 453120. «Бюл. изобрет.», 1974, № 45.
7. Мида Дж. и др. III Женевск. конф., 1964. Докл. Японии P/664.
8. Филипчук Е. В., Потапенко П. Т., Косилов А. Н. «Атомная энергия», 1973, т. 35, вып. 5, с. 317.
9. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., «Наука», 1967.
10. Понов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М., «Наука», 1973.