УДК 539.125.5.164.07

Расшифровка аппаратурной линии ионизационно-импульсного спектрометра, используемого в микродозиметрии

ПИТКЕВИЧ В. А., ВИДЕНСКИЙ В. Г.

Для измерения статистической функции распределения поглощенной энергии излучения в объемах тканеэквивалентного вещества с размерами 10—100 нм используются тканеэквивалентные пропорциональные счетчики [1—3]. При этом энергетическая градуировка производится с помощью средней энергии образования пары ионов [4, 5]. Такая процедура некорректна, так как для измерения статистического распределения используется среднее значение. К тому же средняя энергия ионообразования зависит от энергии и типа заряженных частиц, попадающих в чувствительный объем счетчика [6, 7]. Методически более правильно, особенно для объемов вещества с размерами 10 нм, когда число ионизаций мало, получать из аппаратурного спектра не распределение поглощенной энергии, а функцию распределения числа пар ионов, образовавшихся в чувствительном объеме счетчика.

В предлагаемом методе расшифровки используются понятия характеристической функции случайной величины и функции отклика спектрометра на одну пару ионов $\varphi_1(u)$. Обозначим аппаратурный спектр амплитуд импульсов как $f_\Delta(u)$. Вероятность появления на выходе спектрометра импульса напряжения в интервале $(u, u+du)$ при образовании в детекторе одной пары ионов равна $f_1(u)$. Функция отклика зависит от флюктуаций коэффициента газового усиления пропорционального счетчика, шумовых свойств спектрометра и включает в себя все эти факторы. В наших условиях можно считать, что лавины от каждой ионизации статистически независимы. В таком случае амплитуда импульса на выходе спектрометра при образовании в счетчике k ионизаций будет равна сумме амплитуд импульсов от каждой ионизации. При этом нужно учитывать, что амплитуда импульса — случайная величина. Тогда функцию отклика спектрометра на k пар ионов можно записать в виде k-кратной свертки функции отклика $\varphi_1(u)$.

Обозначим искомое дискретное распределение вероятностей образования k пар ионов как P_k. Тогда аппаратурный спектр ионизационного спектрометра можно записать в виде

$$f_\Delta(u) = P_0\delta(u) + \sum_{k=1}^{\infty} P_k\varphi_1^{*(k)}(u). \tag{1}$$

Используя преобразование Фурье для уравнения (1), получаем выражение для характеристической функции $\chi_\Delta(t)$ случайной величины $\widetilde{u}$ ($\widetilde{u}$ — амплитуда импульса на выходе спектрометра при образовании в детекторе произвольного числа пар ионов):

$$\chi_\Delta(t) = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \int_0^{\infty} e^{itu}\varphi_1(u)^{*(k)}\,du = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k\xi_1^k(t), \tag{2}$$

где $\xi_1(t)$ — характеристическая функция случайной величины; $\widetilde{u}_1$ — амплитуда импульса от одной пары ионов.

Учитывая, что число ионизаций мало, ряд (2) можно оборвать на члене с номером m, который легко определить по средней энергии ионообразования. Далее используем связь между начальными моментами случайной величины и значениями производных характеристической функции при $t=0$. Получим

$$\chi_\Delta^{(i)}(t)\big|_{t=0} \approx \sum_{k=1}^{m} P_k\,[\xi_1^k(t)]^{(i)}\big|_{t=0};\quad i=0,\ 1,\ \ldots,\ m. \tag{3}$$

Формула (3) — система линейных уравнений относительно P_k порядка m. Матрица системы зависит от начальных моментов случайной величины $\widetilde{u}_1$ — β_r. Поэтому она может быть вычислена заранее по известной функции отклика спектрометра на одну пару ионов и служит основной его характеристикой. Свободные члены системы (3) — начальные моменты аппаратурного спектра — α_r. Общие выражения для элементов записать сложно, поэтому в качестве примера выпишем их только для $m=5$:

$$\begin{aligned}
&a_{0k}=1;\quad a_{1k}=k_0\beta_1;\quad a_{2k}=k_0\beta_2+k_1\beta_1^2;\\
&k=0,\ 1,\ \ldots,\ 5;\\
&a_{3k}=k_0\beta_3+3k_1\beta_1\beta_2+k_2\beta_1^3;\\
&a_{4k}=k_0\beta_4+3k_1\beta_2^2+4k_1\beta_1\beta_3+6k_2\beta_1^2\beta_2+k_3\beta_1^4;\\
&a_{5k}=k_0\beta_5+5k_1\beta_1\beta_4+10k_1\beta_2\beta_3+10k_2\beta_1^2\beta_3+\\
&\quad+15k_2\beta_1\beta_2^2+10k_3\beta_1^3\beta_2+k_4\beta_1^5;\\
&k_s=k(k-1)(k-2)\ldots(k-s);\ s=0,\ 1,\ \ldots,\ 4.
\end{aligned} \tag{4}$$

Для расшифровки аппаратурного спектра был смоделирован процесс его формирования на ЭВМ методом Монте-Карло. Начальные моменты β_r и α_r получали сразу по реализациям случайных величин $\widetilde{u}_1$ и $\widetilde{u}$. Значения u_1 выбирали по $\varphi_1(u_1)$:

$$\varphi_1(u_1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{u_1}\exp(-u_1).$$

Таблица 1

Матрица погрешностей системы

Вариант *	Погрешность, %				
	Элементы матрицы				
1	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184
2	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279
1	0,295	0,047	0,066	0,131	0,172
2	1,38	1,07	0,932	0,852	0,800
1	3,63	1,65	0,889	0,501	0,271
2	6,01	3,56	2,62	2,14	1,86
1	15,0	6,58	3,66	2,29	1,52
2	20,1	10,0	6,49	4,83	3,90
1	43,2	17,9	9,71	6,07	4,11
2	52,9	23,7	14,2	9,86	7,53
	Свободные члены				
1	0,153	0,182	1,15	6,17	17,3
2	0,588	1,64	4,20	9,67	19,4

* Для вариантов 1 и 2 $\lambda = 0{,}4$ и 1 соответственно.

Реализации случайной величины $\widetilde{u}$ получались по формуле

$$\widetilde{u} = \widetilde{u}_{10} + \widetilde{u}_{11} + \widetilde{u}_{12} + \ldots + \widetilde{u}_{1k}, \tag{6}$$

где $\widetilde{k}$ — случайная величина, распределенная по закону Пуассона (в качестве примера) со средним значением $\lambda = 0{,}4$ и 1 (чтобы число членов в сумме не превышало 5). Для проверки точности определения членов матрицы системы (3) и начальных моментов аппаратурного спектра вычислены также и теоретические значения β_r и α_r. Результаты расчетов приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены погрешности вычисления вероятностей P_k. В нижней части показаны теоретические значения вероятностей P_k. Как видно из табл. 2, точность определения P_0, P_1 и P_2 вполне приемлема (число историй 10^5). Вероятности P_3, P_4 и P_5 определены с большой погрешностью (для $\lambda = 0{,}4$). Это вполне естественно, так как большие значения k дают наибольший вклад в высшие моменты, которые вычислены в нашем случае с небольшой точностью. Это становится ясным, если учесть, что при числе историй 10^5 количество событий со значениями $k = 3$; 4; 5 довольно мало (720, 70 и 6 соответственно). Поэтому если вероятности P_k (для некоторых значений k) очень малы, то высшие моменты нужно вычислять довольно точно. Для $\lambda = 1$ точность определения P_k вполне приемлема даже при не очень точном вычислении основных высших моментов. Это

Таблица 2

Решение системы линейных уравнений для расшифровки аппаратурного спектра

Вариант *	k = 0	1	2	3	4	5
	Погрешность вычисления, %					
1	0,22	3,1	29	190	850	2330
2	0,50	1,8	3,4	1,5	23	55
	Вероятность, %					
1	67,0	26,8	5,36	0,72	0,07	0,006
2	36,8	36,8	18,4	6,1	1,5	0,3

* Для вариантов 1 и 2 $\lambda = 0{,}4$ и 1 соответственно.

можно объяснить тем, что вероятности P_k в этом случае не слишком различаются. Приведенные результаты расшифровки аппаратурного спектра («измеренного» на ЭВМ) указывают, по нашему мнению, на хорошую работоспособность метода.

Таким образом, можно сделать вывод, что для получения дискретного распределения вероятностей образования в чувствительном объеме пропорционального счетчика определенного числа пар ионов достаточно знать начальные моменты аппаратурного спектра и функцию отклика спектрометра на одну пару ионов. В таком случае основной характеристикой спектрометра с пропорциональным счетчиком может служить матрица, составленная из комбинаций моментов функции отклика.

Поступило в Редакцию 26/V 1975 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rossi H., Rosenzweig W.** «Radiology», 1955, v. 64, p. 404.
2. **Srdoč D.** «Rad. Res.», 1970, v. 43, p. 302.
3. **Белоногий П. Н., Иванов В. И., Питкевич В. А.** В сб.: Вопросы микродозиметрии. Труды I Всесоюзного совещания по микродозиметрии. М., Атомиздат, 1973, с. 72.
4. **Виденский В. Г., Питкевич В. А., Фарнакеев В. В.** «Мед. радиология», 1972, т. 4, с. 75.
5. **Белоногий П. Н.** Канд. дис. М., МИФИ, 1974.
6. **Stone W., Cochran L.** «Phys. Rev.», 1957, v. 107, N 3, p. 702.
7. **Cole A.** «Rad. Res.», 1969, v. 38, p. 7.