

стационарных состояний с различной степенью модуляции плотности заряда пучка, что и объясняет двузначность зависимости поля от v_L (тока).

Коэффициент модуляции μ определяется глубиной гофра Δx . Когда $\Delta x \rightarrow \Delta x_{\text{крит}}$, амплитуда поля приближается к своему максимальному значению, равному в данной модели $E_{0z}L = \frac{\pi m_0 c^2 (\gamma_0 - 1)}{e J_0(x_0)}$. Однако при этом пучок близок к образованию виртуального катода, так что вопрос об устойчивости такого состояния требует специального исследования [5].

Приведем некоторые численные значения параметров системы. Пусть, как и в случае сплошного пучка, $x_0 = 0,1$ и $r_0 = 0,5$ см. Тогда для тока $J/J_A = 0,48$ в стационарном состоянии трубчатого пучка со слабой модуляцией амплитуда поля равна $E_{0z} \simeq 10$ МВ/м (отметим, что это значение совпадает со значением амплитуды поля, создаваемого при тех же параметрах сплошным пучком). В стационарном состоянии с сильной модуляцией то же значение тока дает, как и следовало ожидать, большее поле: $E_{0z} \simeq 43$ МВ/м. Глубина гофра для пучков со слабой и сильной модуляцией плотности заряда соответственно составляет 5,8 и 9 см, а коэффициент модуляции плотности заряда равен 1 и 3.

Приведенные оценки показывают, что экспериментальное исследование рассмотренного метода может быть начато уже сейчас, так как техника генерации килоамперных электронных

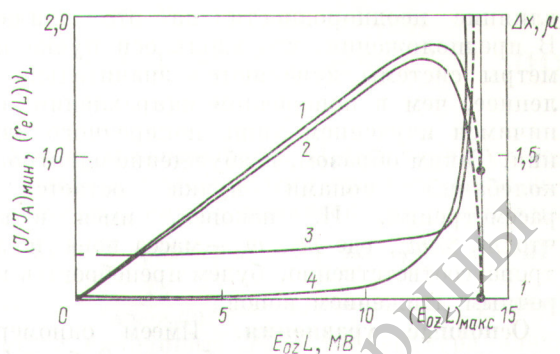


Рис. 2. Трубчатый пучок при $\gamma_0 = 10$, $x_0 = 0,1$:

1 — заряд на период системы; 2 — минимальный ток; 3 — глубина гофра; 4 — параметр модуляции плотности заряда

пучков с энергией частиц в несколько мегаватт освоена в наносекундном [6] и успешно разрабатывается в микросекундном диапазонах.

Поступила в Редакцию 22/XII 1975 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликов В. В. и др. В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Физика высоких энергий и атомного ядра». Вып. 3 (5). Харьков, 1973, с. 78.
2. Беликов В. В. и др. «Письма в ЖТФ», 1975, т. 1, № 13, с. 615.
3. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электромагнитными потоками. М., Гостехиздат, 1953.
4. Агафонов А. В. и др. ЖТФ, 1974, т. 44, с. 1909.
5. Воронин В. С. и др. ЖТФ, 1972, т. 42, № 3, с. 546.
6. Яблоков Б. Н. «Атомная техника за рубежом», 1972, № 10, с. 33.

УДК 533.9

Компенсация электронами

пространственно-ограниченного положительного заряда

Кулыгин В. М., Телегин В. И.

Необходимым условием транспортировки интенсивного пучка ионов является, как известно, компенсация его пространственного заряда. Заряд положительных ионов обычно компенсируется с помощью электронов, которые либо рождаются в результате ионизации остаточного газа частицами самого пучка, либо специально вводятся извне. Практически в любом случае получается пространственно-ограниченная система из ионов и электронов.

Расчеты компенсации электронами положительного заряда ионного пучка проводились до сих пор или в гидродинамическом приближении [1], или при помощи решения уравнений

движения отдельных частиц в самосогласованном поле [2]. В первом случае удавалось вычислить некоторые усредненные параметры системы, задавшись определенным видом функции распределения; во втором — интерпретация получающихся результатов часто зависит от способов усреднения, например, самосогласованного поля.

Методика численного решения уравнения Власова использует кинетический подход к рассмотрению модельной задачи компенсации объемного заряда.

В данной работе рассматривается движение компенсирующих электронов и, в частности

влияние неоднородности на это движение. В предположении, что вдоль оси пучка параметры системы изменяются значительно медленнее, чем в поперечном направлении, ограничимся изучением лишь поперечного движения. Таким образом, возбуждение электронных колебаний ионами пучка остается вне рассмотрения. И, наконец, имея в виду, что $m_i \gg m_e$, где m_i , m_e — масса иона и электрона соответственно, будем пренебрегать поперечным движением ионов.

Основные уравнения. Имеем одномерную ограниченную плазму в области $0 \leq x \leq L$, состоящую из неподвижных ионов и компенсирующих их объемный заряд электронов. Плотность ионов является заданной функцией координат $N = N(x)$

$$N(x) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right]^2, & 0 \leq x \leq R; \\ 0 & R \leq x \leq L; \end{cases} \quad (1)$$

$$R = (L; 0,8L).$$

Поведение электронов описывается уравнением Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = 0, \quad (2)$$

где f — функция распределения электронов; v — скорость электрона; e — заряд электрона; E — электрическое поле при следующих граничных условиях:

если $x = 0$ (в плоскости симметрии пучка), электроны отражаются

$$f(0, v, t) = f(0, -v, t); \quad (3)$$

если $x = L$ (вблизи стенки), электроны с положительной скоростью поглощаются, т. е.

$$f(L, v, t) = 0 \quad \text{для } v < 0. \quad (4)$$

Электрическое поле определяется уравнением Пуассона

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e \left\{ N(x) - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, v, t) dv \right\} \quad (5)$$

и граничным условием

$$E(0, t) = 0. \quad (6)$$

Исходная функция распределения электронов задавалась в виде

$$f(x, v, 0) = \frac{n_0(x)}{\sqrt{\pi} v_{Te}} \exp\left[-\frac{v^2}{2v_{Te}^2}\right], \quad (7)$$

где v_{Te} — тепловая скорость электронов; n_0 — плотность электронов в начальный момент времени

$$n_0(x) = \Gamma N(x), \quad (8)$$

где Γ — параметр, характеризующий исходную степень компенсации объемного заряда ионов электронами. Основные расчеты в данной работе проводились при $\Gamma = 1$. При вычислениях использовались безразмерные переменные

$$\tau = t\omega_{0e}; \quad \eta = \frac{x}{L}; \quad V = \frac{v}{L\omega_{0e}}; \quad \Phi = \frac{e\varphi}{mL^2\omega_{0e}^2};$$

$$F = \frac{e}{m} \frac{E}{L\omega_{0e}^2}.$$

Здесь $\omega_{0e} = \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m}\right)^{1/2}$ — ленгмюровская элек-

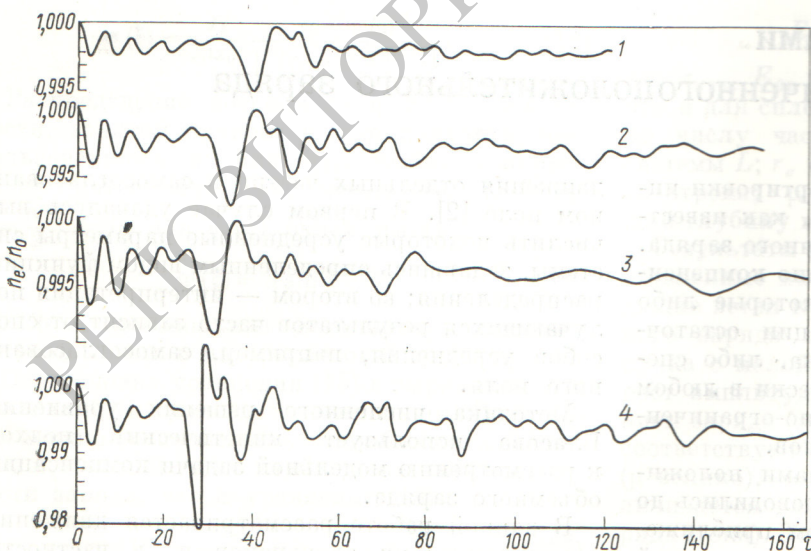


Рис. 1. Колебания плотности электронов в начале координат при V_T равно:

1 — 0,020; 2 — 0,025; 3 — 0,030; 4 — 0,035

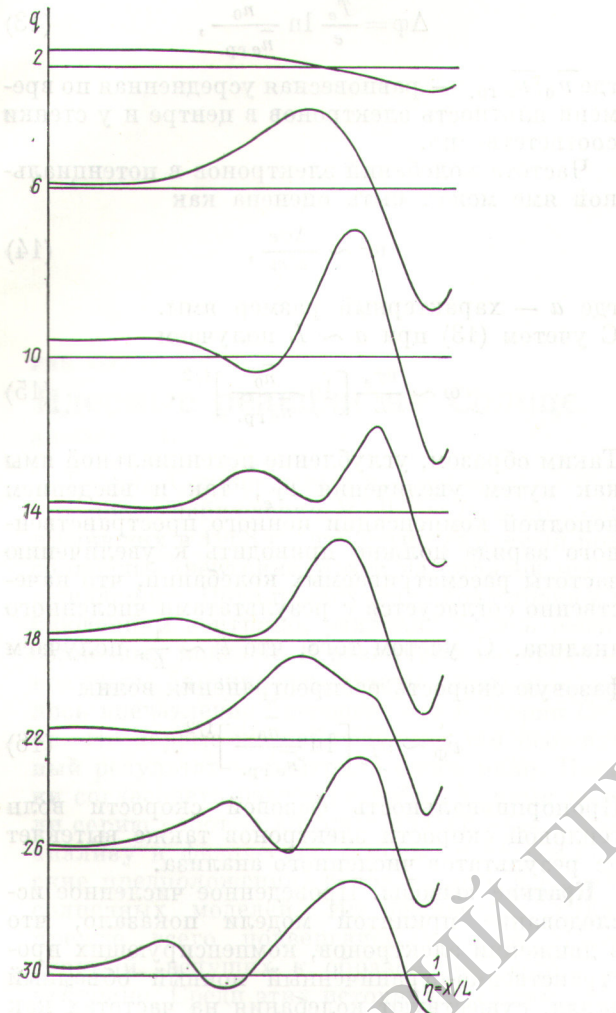


Рис. 2. Распределение заряда в различные моменты времени τ

ронная частота, связанная с плотностью электронов в начале координат, при $t=0$, $E = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$. В принятых переменных уравнение (1) выглядит так:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + V \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - F \frac{\partial \psi}{\partial V} = 0, \quad (9)$$

$$\psi = \psi(\eta, V, \tau); \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \psi dV = \frac{1}{n_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f dv,$$

а уравнение Пуассона переписывается

$$\frac{\partial E}{\partial \eta} = \xi(\eta) - \int_{-\infty}^{+\infty} \psi dV, \quad (10)$$

где $\xi(\eta) = N/n_0(0)$. Соответствующие граничные условия запишутся как

$$\psi(0, V, \tau) = \psi(0, -V, \tau);$$

$$\psi(1, V, \tau) = 0, \quad (V < 0); \quad (11)$$

$$F(0, \tau) = 0.$$

Результаты вычислений. Приведенная система уравнений с указанными граничными и начальными условиями решалась при различных значениях параметров $V_T \equiv \frac{vT_e}{L\omega_{0e}} \sim \frac{d}{L} \text{ и } \Gamma$. Здесь $d = (\frac{T_e}{4\pi e^2 n_0(0)})^{1/2}$ — дебаевский радиус в начале координат; T_e — температура электронов; V_T менялось в диапазоне от 0,02 до 0,1; Γ — от 0,987 до 1,2.

Приведенное на рис. 1 изменение во времени плотности электронов в начале координат дано в безразмерных величинах различной тепловой скорости при $\Gamma = 1$. Пространственное распределение плотности заряда $q(x) = e[N(x) - n(x, t)]$ в различные моменты времени τ , показанное на рис. 2, демонстрирует структуру возникающих колебаний. Устанавливающееся пространственное распределение потенциала видно из рис. 3. Максимальное его значение в начале координат по результатам многих вариантов расчетов равно $(3,7 \div 3,8) T_e/e$. Пульсации потенциала и электронной плотности в начале координат не превышают 1–2%.

Если в начальный момент $\Gamma \geq 1$, т. е. полная компенсация или избыток электронов в пучке, то все «лишние» электроны выбрасываются на стенку за время L/v_{Te} . Если $\Gamma < 1$, причем настолько, что $e\phi > 3,8 T_e$, то выброса электронов практически не происходит и в системе устанавливается больцмановское распределение (рис. 4).

Обсуждение результатов. Принятая в качестве исходной функция распределения отличается от равновесной, устанавливающейся в про-

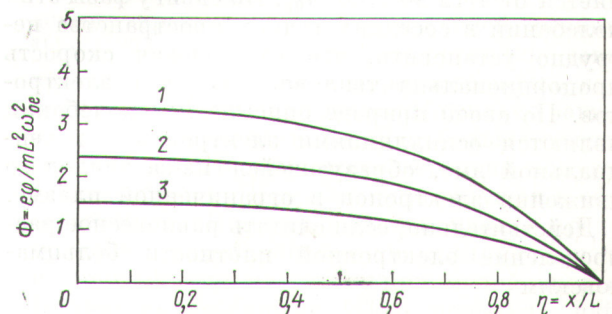
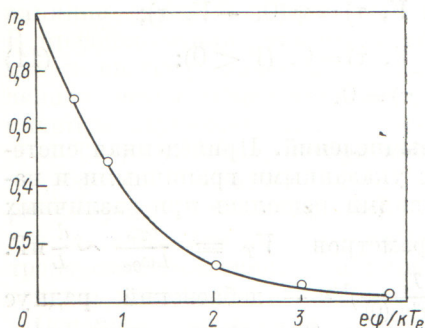


Рис. 3. Пространственное распределение усредненного потенциала при V_T , равном:

1 — 0,030; 2 — 0,025; 3 — 0,020



Р и с. 4. Больцмановское распределение электронов. Кривая построена по формуле Больцмана, точки нанесены по результатам вычислений

цессе вычислений. В связи с этим колебания электронной плотности возникают около равновесного состояния. Вначале они имеют большую амплитуду, затем она существенно снижается и в дальнейшем колебания сохраняются на некотором уровне, причем тем большим, чем выше температура электронов.

В наблюдающихся колебаниях электронной плотности четко видны быстрые осцилляции с периодом 2π в точке $\eta = 0$, что соответствует периоду ленгмюровских колебаний в принятом масштабе времени.

Величина kd (где k — волновое число) в связи с тем, что $k \sim 1/L$, оказывается пропорциональной V_T . Поэтому в рассматриваемой задаче всегда выполняется неравенство $k^2 d^2 \ll 1$, которое в линейной теории является условием слабого затухания ленгмюровских волн [3]. Таким образом, резкое уменьшение их амплитуды в процессе установления должно быть связано с нелинейными эффектами.

Кроме ленгмюровских волн, видны более медленные возмущения плотности электронов. Их частота зависит от параметра V_T и Γ и меняется от $1/12$ до $1/50 \omega_{pe}$. По сдвигу фазы этих колебаний в соседних точках пространства нетрудно установить, что их фазовая скорость пропорциональна тепловой скорости электронов. По своей природе описываемые колебания являются осцилляциями электронов в потенциальной яме, образующейся из-за теплового движения электронов в ограниченной плазме.

Действительно, если считать равновесное распределение электронной плотности больцмановским

$$\bar{n}_e = \bar{n}_0 \exp \left[-\frac{e\phi}{T_e} \right], \quad (12)$$

то потенциальная яма имеет глубину

$$\Delta\phi = \frac{T_e}{e} \ln \frac{\bar{n}_0}{\bar{n}_{e \text{ гр.}}}, \quad (13)$$

где $\bar{n}_0, \bar{n}_{e \text{ гр.}}$ — равновесная усредненная по времени плотность электронов в центре и у стенки соответственно.

Частота колебаний электронов в потенциальной яме может быть оценена как

$$\omega^2 \sim \frac{\Delta\phi e}{a^2 m}, \quad (14)$$

где a — характерный размер ямы.

С учетом (13) при $a \sim L$ получаем

$$\omega \sim \frac{v_{Te}}{L} \left[\ln \frac{\bar{n}_0}{\bar{n}_{e \text{ гр.}}} \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Таким образом, углубление потенциальной ямы как путем увеличения v_{Te} , так и введением неполной компенсации ионного пространственного заряда должно приводить к увеличению частоты рассматриваемых колебаний, что качественно согласуется с результатами численного анализа. С учетом того, что $k \sim \frac{1}{L}$, получаем фазовую скорость распространения волны

$$v_\phi \sim v_{Te} \left[\ln \frac{\bar{n}_0}{\bar{n}_{e \text{ гр.}}} \right]^{1/2}. \quad (16)$$

Пропорциональность фазовой скорости волн тепловой скорости электронов также вытекает из результатов численного анализа.

Краткие выводы. Проведенное численное исследование принятой модели показало, что в движении электронов, компенсирующих пространственно-ограниченный ионный объемный заряд, существуют колебания на частотах как вблизи электронной плазменной частоты, так и вблизи частоты $\omega \sim v_{Te}/L$. Последние могут быть отождествлены с осцилляцией электронов в потенциальной яме, образованной зарядом ионов. Глубина этой потенциальной ямы $\sim (3,7-3,8) T_e/e$.

Установившаяся усредненная функция распределения электронов в исследовавшейся системе близка к больцмановской.

Поступила в Редакцию 24/I 1976 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зейтц Р. Н., Шелтон Р., Штулингер Э. В сб.: Электростатические ракетные двигатели. М., «Мир», 1964, с. 272.
2. Габович М. Д. и др. ЖТФ, 1973, т. 43, № 10, с. 2178.
3. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. М., Атомиздат, 1970.