

УДК 621.3.038.625

Ускорение ионов квазистатическим полем электронного пучка

ЛЕБЕДЕВ А. Н., ПАЗИН К. Н.

В работах [1, 2] была предложена схема ускорения ионов квазистатическим полем электронного пучка, заключающаяся в следующем. Пропуская сильноточный электронный пучок во внешнем однородном магнитном поле через гофрированную металлическую трубу, можно получить продольное стационарное электрическое поле, периодическим образом зависящее от координаты z в направлении распространения пучка. Максимальная амплитуда продольного поля, определяемая условием остановки электронов, может быть оценена соотношением $E_{z \text{ макс}} \sim (\gamma_0 - 1)/L$, где γ_0 — релятивистский фактор электронов; L — период модуляции системы. Для $\gamma_0 = 6$, $L = 10$ см эта оценка дает значение $E_{z \text{ макс}} \approx 50$ МВ/м, значительно превышающее доступную для традиционных ускорителей ионов напряженность ускоряющего поля (1,5—2 МВ/м).

Необходимую для ускорения частиц бегущую волну предполагается создать при помощи медленной модуляции во времени тока пучка на входе в систему (при $z = z_0$). Сочетание пространственной (с волновым числом $k = 2\pi/L$) и временной (с частотой $k_0 c$) модуляции создает волну, распространяющуюся с фазовой скоростью $v_\Phi = (k_0/k) c$. Параметры модуляции k_0 и k подбираются таким образом, чтобы, с одной стороны, обеспечить нужную фазовую скорость волны $v_\Phi \approx v_i$ (v_i — скорость ионов), с другой, дать пренебрежимо малый вклад пропорциональных частоте вихревых электрических полей, позволяющих сохранить картину поля, близкую к стационарному случаю. Первое условие означает, что должно поддерживаться соотношение $k = v_i k_0 / c$, второе накладывает ограничение на величину $\beta_\Phi^2 = v_\Phi^2 / c^2 = k_0^2 / k^2 \ll 1$. Поскольку в приведенной схеме ускоряющее поле создается сильноточным электронным пучком, то она могла бы с успехом применяться для ускорения протонов до средней энергии при большой интенсивности, ограниченной лишь тем, что протонный ток должен быть гораздо меньше электронного. Помимо этого сочетание больших значений градиента поля с возможностью глубокой регулировки фазовой скорости ускоряющей волны (меняя k или k_0 , можно получить очень малые значения β_Φ) делает перспективным использование данной схемы для ускорения тяжелых ионов.

Целью данной работы является определение ориентировочных требований к электронному пучку и параметрам системы и, в частности, определение связи между электронным током, глубиной модуляции границы и продольным полем.

Рассмотрим стационарное ($\partial/\partial t = 0$) состояние аксиально-симметричного ($\partial/\partial\theta = 0$), монохроматического пучка электронов, находящегося в идеально проводящей трубе, граница которой в плоскости r, z цилиндрической системы координат периодична в продольном направлении и описывается уравнением $F(r, z) = 0$. Пучок бесконечен по z , его поперечное движение «заморожено» внешним однородным магнитным полем, так что траектории электронов прямолинейны.

В гидродинамике стационарное состояние такого пучка с нулевой температурой описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi\rho; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} j_z = 0; \quad (2)$$

$$\gamma_0 = \gamma - e\Phi/m_0 c^2, \quad (3)$$

где $\Phi(r, z)$ — двумерный потенциал; $\rho(r, z)$ и $j_z(r, z)$ — плотность заряда и тока соответственно; $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$. Уравнения (1) и (2) есть уравнения Пуассона и непрерывности; уравнение (3) соответствует закону сохранения энергии, где γ_0 имеет смысл не зависящей от координат полной энергии частицы.

Исключая из выражений (1) — (3) ρ и j_z , получаем уравнение, аналогичное описывающему образование виртуального катода (например, [3]):

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{4\pi j_0}{k^2 J_A} \frac{\gamma_0 + \varphi(x, \xi)}{\sqrt{[\gamma_0 + \varphi(x, \xi)]^2 - 1}}; \quad (4)$$

где $\varphi = e\Phi/m_0 c^2$, $x = kr$, $\xi = kz$, $J_A = m_0 c^3/e = 17$ кА, $k = 2\pi/L$.

Вне области, занятой пучком, потенциал подчиняется уравнению Лапласа, решение которого должно удовлетворять граничным условиям на поверхности проводящей трубы

$$\varphi(r, z) = \text{const} \quad \text{при} \quad F[r(z), z] = 0, \quad (5)$$

а также условиям сшивания с решением уравнения (4) на границе (если пучок трубчатый, то на двух границах) пучка с вакуумом.

Решение задачи в прямой ее постановке, когда по заданной границе ищется самосогласованное поле в пучке, сопряжено с серьезными математическими трудностями. Однако в данном случае можно использовать и обратную постановку, т. е. исходить из того или иного периодического по z распределения потенциала, удовлетворяющего соответствующим дифференциальным уравнениям и условиям сшива- ния, а затем, воспользовавшись условием (5), найти форму граничной поверхности, позволяющей реализовать это распределение потен- циала. Используя обратный путь, рассмотрим стационарное состояние сплошного и трубчатого пучков.

Сплошной пучок. Пусть цилиндрический пучок, имеющий радиус r_0 , удовлетворяет сфор- мулированным ранее требованиям и образован релятивистскими частицами, для которых

$$\gamma^2(x, \xi) \gg 1. \quad (6)$$

Условие (6) позволяет избавиться от необ- ходимости рассмотрения самосогласованного поля и пренебречь влиянием собственных полей на скорость частиц в пучке, так что задача сводится к нахождению поля, создаваемого одно- родным по r и z заряженным стержнем, рас- положенным внутри периодической границы. Продольное поле в данном случае будет резуль- татом кривизны границы, ибо модуляция плот- ности заряда z в пучке пренебрежимо мала.

Уравнение (4) принимает тогда следующий вид:

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{4J}{J_A x_0^2}; \quad J = \pi r_0^2 j_0; \quad x_0 = kr_0. \quad (7)$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее требованию периодичности по ξ и конечности потенциала на оси, записывается как

$$\varphi(x, \xi) = C_0 I_0(x) \sin \xi - \frac{J}{J_A} \left[1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \right] - C_0 I_0(x_0), \quad x \leq x_0, \quad (8)$$

где $I_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргу- мента; C_0 — безразмерная амплитуда продоль- ной модуляции потенциала; J/J_A и C_0 в соот- ветствии с условием (6) должны удовлетворять

$$J/J_A + 2C_0 I_0(x_0) \ll \gamma_0 - 1. \quad (9)$$

Периодическое в продольном направлении ре- шение уравнения Лапласа для потенциала вне пучка с учетом условий сшиваия (8) при $x = x_0 = kr_0$ принимает вид

$$\varphi(x, \xi) = \frac{2J}{J_A} \ln \frac{x}{x_0} + C_0 I_0(x) \sin \xi - C_0 I_0(x_0), \quad (10)$$

где опущен член, описывающий поле перемен-

ной составляющей плотности заряда, которой в данном случае мы пренебрегли.

Из уравнений (8) и (10) легко получить урав- нения для эквипотенциалей. Исследование их структуры при заданном x_0 показывает, что при малом $\alpha = \frac{J/J_A}{C_0 I_0(x_0)}$ они замыкаются лишь при $r \rightarrow \infty$. Замыкание на конечном радиусе начинается при достижении параметром α неко- торой величины α_1 , но, пока $\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$, замы- каются лишь эквипотенциали, полностью или частично лежащие внутри пучка, вдоль кото- рых нельзя разместить металлическую границу. Наконец, при $\alpha = \alpha_2$ замыкается первая экви- потенциаль, целиком лежащая вне пучка. Ее уравнение записывается как

$$2\alpha \ln \frac{x}{x_0} + \frac{I_0(x)}{I_0(x_0)} \sin \xi - 1 = 0. \quad (11)$$

Дальнейшее увеличение α приводит к замыка- нию все большего числа расположенных вне пучка эквипотенциалей, вдоль них в принципе может быть размещена проводящая поверх- ность. Однако заданная амплитуда поля E_{0z} обеспечивается при минимальном токе пучка, если границу расположить вдоль эквипотен- циали, описываемой уравнением (11). Тогда

$$(J/J_A)_{\min} = \alpha_2 C_0 I_0(x_0). \quad (12)$$

Кроме того, такая граница является и энерге- тически более выгодной, так как в этом случае минимальна постоянная составляющая разности потенциалов между краем пучка и стенкой.

С учетом зависимости $(J/J_A)_{\min}/C_0$ и глуби- ны модуляции эквипотенциали $\Delta x = x_{\max} - x_0$ от безразмерного радиуса пучка x_0 , пред- ставленной на рис. 1, можно определить тот минимальный ток, который необходим для соз- дания заданной амплитуды продольного поля E_{0z} . Геометрические размеры гофра автоматиче- ски подбираются так, чтобы обеспечить синусо- идальность распределения потенциала по z .

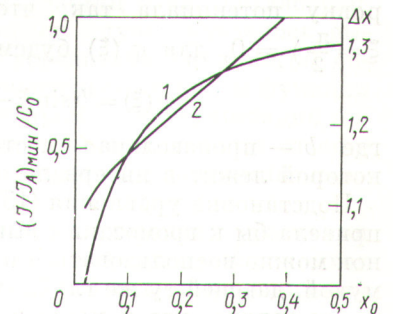


Рис. 1. Сплошной пучок:

1 — глубина гофра; 2 — минимальный ток

Так, в частности, для пучка радиусом $r_0 = 0,5$ см амплитуда поля 10 МВ/м требует ток $J/J_A = 0,48$ ($C_0 = 1$). При этом период модуляции границы L равен 31,4 см, глубина ее $\Delta r = 5,8$ см. Пучок того же радиуса, но уже с током $J/J_A = 1$ дает амплитуду поля $E_{0z} = 40$ МВ/м при $L = 7,85$ см, $\Delta r = 1,6$ см. Для полной энергии из условия (9) получаем в рассмотренных случаях $\gamma_0 \gg 4$.

Таким образом, однородный по сечению электронный пучок не дает возможности получить оцененные выше максимальные поля и, кроме того, требует значительной мощности ($J \sim J_A$, $\gamma_0 \gg 4$). В основном это связано с большим поперечным «провисанием» потенциала в пучке, поскольку при разумных параметрах модуляции поперечное электрическое поле гораздо больше продольного. Поэтому большими возможностями с точки зрения рассматриваемой схемы ускорения должны обладать трубчатые пучки [4].

Трубчатый пучок. В рамках описанной ранее модели рассмотрим бесконечно тонкий трубчатый пучок радиусом r_0 . В этом случае внешний Φ_{II} (для $x \geq x_0$) и внутренний Φ_I (для $x \leq x_0$) потенциалы удовлетворяют уравнению Лапласа и условиям сшивания на поверхности пучка (при $x = x_0$):

$$\Phi_I(x = x_0, \xi) = \Phi_{II}(x = x_0, \xi) = \varphi(\xi); \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x}(x = x_0, \xi) - \frac{\partial \Phi_I}{\partial x}(x = x_0, \xi) = 4\pi\sigma(\xi), \quad (14)$$

где $\sigma(\xi)$ — поверхностная плотность заряда, для которой уравнения (2) и (3) дают выражение

$$\sigma(\xi) = \frac{J_k}{2\pi x_0 c} \frac{\gamma_0 + \varphi(\xi)}{\sqrt{[\gamma_0 + \varphi(\xi)]^2 - 1}}. \quad (15)$$

Распределение потенциала $\varphi(\xi)$ на поверхности, занятой пучком, можно получить, воспользовавшись Φ_I или Φ_{II} . Выбирая нормировку потенциала так, чтобы $\Phi_{I,II}(x = x_0, \xi = \frac{\pi}{2}) = 0$, для $\varphi(\xi)$ будем иметь

$$\varphi(\xi) = b \sin \xi - b, \quad (16)$$

где b — произвольная постоянная, значение которой лежит в интервале от 0 до $(\gamma_0 - 1)/2$.

Подстановка уравнения (15) в выражение (14) привела бы к громоздким выкладкам. Для оценок можно воспользоваться приближенной формулой, дающей ту же глубину модуляции плотности заряда, что и уравнение (15),

$$\sigma(\xi) = \frac{J_k}{2\pi x_0 c} (Q - R \sin \xi), \quad (17)$$

в которой

$$Q = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_0 - 2b}{\sqrt{(\gamma_0 - 2b)^2 - 1}} + \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} \right]; \quad (18)$$

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_0 - 2b}{\sqrt{(\gamma_0 - 2b)^2 - 1}} - \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} \right]. \quad (19)$$

Принимая во внимание уравнения (13), (14) и (17), получаем для $\Phi_{II}(x, \xi)$ следующее выражение:

$$\Phi_{II}(x, \xi) = \frac{2J}{J_A} Q \ln \frac{x}{x_0} + \left\{ \left[\frac{b}{I_0(x_0)} - \frac{2J}{J_A} R K_0(x) \right] \times \right. \\ \left. \times I_0(x) + (2J/J_A) R I_0(x_0) K_0(x) \right\} \sin \xi - b, \quad (20)$$

где $K_0(x)$ — функция Макдональда.

Структура эквипотенциалей, описываемых уравнением (20), аналогична случаю сплошного пучка и позволяет получить соотношения между параметрами системы:

$$I_1(x_{\max}) \ln \frac{x_{\max}}{x_0} + [I_0(x_0) + I_0(x_{\max})]/x_{\max} = \\ = \frac{R}{Q} I_0(x_0) \left[\frac{1}{x_{\max}} + K_0(x_0) I_1(x_{\max}) + \right. \\ \left. + I_0(x_0) K_1(x_{\max}) \right]; \quad (21)$$

$$\frac{(J/J_A)_{\min}}{b I_1(x_{\max})/I_0(x_0)} = \\ = \frac{1}{2} \frac{Q}{x_{\max} + R [K_0(x_0) I_1(x_{\max}) + I_0(x_0) K_1(x_{\max})]}; \quad (22)$$

$$\mu = \sigma_{\max}/\sigma_{\min} = (Q + R)/(Q - R); \quad (23)$$

$$\frac{r_e}{L} v_L = Q (J/J_A)_{\min}; \quad (24)$$

$$E_{0z} L = 2\pi b m_0 c^2 / e I_0(x_0), \quad (25)$$

где x_{\max} , E_{0z} и $(J/J_A)_{\min}$ имеют тот же смысл, что и для сплошного пучка; v_L пропорционально числу частиц, приходящихся на период системы L ; $r_e = e^2/m_0 c^2$ — классический радиус электрона; μ — коэффициент, характеризующий глубину модуляции плотности заряда.

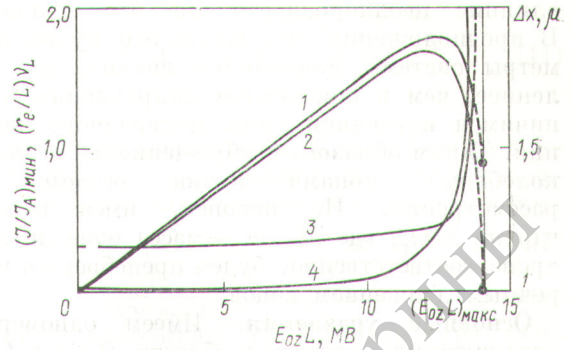
Результаты расчетов по этим формулам, представленные на рис. 2, показывают, что восходящие ветви кривых минимального тока и полного заряда на период описывают состояние пучка с малой модуляцией плотности ($\mu \approx 1$), рост амплитуды поля обеспечивается увеличением заряда (тока). Участки спада этих кривых соответствуют состоянию с сильной модуляцией (μ велико), и теперь уже амплитуда поля увеличивается даже при уменьшении полного заряда (тока). Таким образом, при одном и том же токе пучка возможно образование двух его

стационарных состояний с различной степенью модуляции плотности заряда пучка, что и объясняет двужначность зависимости поля от v_L (тока).

Коэффициент модуляции μ определяется глубиной гофра Δx . Когда $\Delta x \rightarrow \Delta x_{\text{крит}}$, амплитуда поля приближается к своему максимальному значению, равному в данной модели $E_{0z}L = \frac{\pi m_0 c^2 (\gamma_0 - 1)}{e I_0(x_0)}$. Однако при этом пучок близок к образованию виртуального катода, так что вопрос об устойчивости такого состояния требует специального исследования [5].

Приведем некоторые численные значения параметров системы. Пусть, как и в случае сплошного пучка, $x_0 = 0,1$ и $r_0 = 0,5$ см. Тогда для тока $J/J_A = 0,48$ в стационарном состоянии трубчатого пучка со слабой модуляцией амплитуда поля равна $E_{0z} \simeq 10$ МВ/м (отметим, что это значение совпадает со значением амплитуды поля, создаваемого при тех же параметрах сплошным пучком). В стационарном состоянии с сильной модуляцией то же значение тока дает, как и следовало ожидать, большее поле: $E_{0z} \simeq 43$ МВ/м. Глубина гофра для пучков со слабой и сильной модуляцией плотности заряда соответственно составляет 5,8 и 9 см, а коэффициент модуляции плотности заряда равен 1 и 3.

Приведенные оценки показывают, что экспериментальное исследование рассмотренного метода может быть начато уже сейчас, так как техника генерации килоамперных электронных



Р и с. 2. Трубчатый пучок при $\gamma_0 = 10$, $x_0 = 0,1$:

1 — заряд на период системы; 2 — минимальный ток; 3 — глубина гофра; 4 — параметр модуляции плотности заряда

пучков с энергией частиц в несколько мегаватт освоена в наносекундном [6] и успешно разрабатывается в микросекундном диапазонах.

Поступила в Редакцию 22/XII 1975 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликов В. В. и др. В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Физика высоких энергий и атомного ядра». Вып. 3 (5). Харьков, 1973, с. 78.
2. Беликов В. В. и др. «Письма в ЖТФ», 1975, т. 1, № 13, с. 615.
3. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электромагнитными потоками. М., Гостехиздат, 1953.
4. Агафонов А. В. и др. ЖТФ, 1974, т. 44, с. 1909.
5. Воронин В. С. и др. ЖТФ, 1972, т. 42, № 3, с. 546.
6. Яблоков Б. Н. «Атомная техника за рубежом», 1972, № 10, с. 33.

удк 533.9

Компенсация электронами

пространственно-ограниченного положительного заряда

Кульгин В. М., Телегин В. И.

Необходимым условием транспортировки интенсивного пучка ионов является, как известно, компенсация его пространственного заряда. Заряд положительных ионов обычно компенсируется с помощью электронов, которые либо рождаются в результате ионизации остаточного газа частицами самого пучка, либо специально вводятся извне. Практически в любом случае получается пространственно-ограниченная система из ионов и электронов.

Расчеты компенсации электронами положительного заряда ионного пучка проводились до сих пор или в гидродинамическом приближении [1], или при помощи решения уравнений

движения отдельных частиц в самосогласованном поле [2]. В первом случае удавалось вычислить некоторые усредненные параметры системы, задавшись определенным видом функции распределения; во втором — интерпретация получающихся результатов часто зависит от способов усреднения, например, самосогласованного поля.

Методика численного решения уравнения Власова использует кинетический подход к рассмотрению модельной задачи компенсации объемного заряда.

В данной работе рассматривается движение компенсирующих электронов и, в частности