

И. К. Чирик

г. Гомель, Гомельский инженерный институт МЧС РБ

О РАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ С KP^2 -СУБНОРМАЛЬНЫМИ СОМНОЖИТЕЛЯМИ

В. С. Монахов [1, теорема 2] без использования классификации конечных простых групп доказал разрешимость конечной группы $G = AB$, при условии, что подгруппы A и B разрешимы и $|G:A| = p$ или p^2 , $|G:B| = q$ или q^2 , где p и q – простые числа. Эта теорема получила развитие в работах А. Ф. Васильева, Т. И. Васильевой, В. Н. Тютянова, В. Н. Княгиной и В. С. Монахова [2; 3; 4].

Пусть \mathbb{N} и \mathbb{P} – множества всех натуральных и простых чисел соответственно. Зафиксируем $t \in \mathbb{N}$ и обозначим

$$P^t = \{p^k \mid p \in \mathbb{P}, k \leq t, k \in \{0\} \cup \mathbb{N}\}.$$

Подгруппа H группы G называется KP^t -субнормальной подгруппой, если $H = G$ или существует цепочка подгрупп

$$H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq \dots \subseteq H_n = G$$

такая, что для каждого i подгруппа H_{i-1} нормальна в H_i или $|H_i : H_{i-1}| \in P^t$. Если в этой цепочке $|H_i : H_{i-1}| \in P^t$ для всех i , то подгруппа H называется P^t -субнормальной в группе G . При $t = 1$ эти определения предложены в [2; 4].

Без использования классификации конечных простых групп доказана следующая теорема, поглощающая [2, теорема 4.2; 3, теорема 1 (1); 4, теорема 5.2].

Теорема. Пусть A и B – KP^2 -субнормальные подгруппы группы G и $G = AB$. Если A и B разрешимы, то G разрешима.

Пример. Простая неабелева группа $PSL_2(7)$ является произведением KP^3 -субнормальной разрешимой подгруппы индекса 2^3 и KP -субнормальной разрешимой подгруппы S_4 индекса 7. Поэтому условие KP^2 -субнормальности нельзя заменить KP^3 -субнормальностью.

Список использованных источников

1 Монахов, В. С. Факторизуемые группы с разрешимыми факторами нечетных индексов / В. С. Монахов // Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп. – Минск : Наука и техника, 1984. – С. 105–111.

2 Васильев, А. Ф. О произведениях P -субнормальных подгрупп в конечных группах / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сибирский математический журнал. – 2012. – Т. 53, № 1. – С. 59–67.

3 Княгина, В. Н. Конечные факторизуемые группы с разрешимыми P^2 -субнормальными подгруппами / В. Н. Княгина, В. С. Монахов // Сибирский математический журнал. – 2013. – Т. 54, № 1. – С. 77–85.

4 Васильев, А. Ф. О KP -субнормальных подгруппах конечных группах / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Математические заметки. – 2014. – Т. 95, № 4. – С. 517–528.