

зорный режим управления, при котором ЭВМ непосредственно воздействует на уставки регуляторов низшего уровня иерархии.

Прогресс в области построения мини-ЭВМ, являющихся мощным и экономичным средством обработки данных в реальном времени, позволяет пересмотреть объем функций, поручаемых ЭВМ в управлении реактором. Естественным логическим развитием внедрения ЭВМ в системы управления становится использование средств вычислительной техники (специализированных мини-ЭВМ) и на низшем уровне иерархии. В ее функции целесообразно включить контроль и прямое цифровое управление нейтронным полем, для поддержания его вблизи оптимального профиля. При этом в соответствии с требованиями к быстродействию и надежности предпочтение следует отдать классическим законам управления с обратной связью, т. е. синтезировать простую и эффективную следящую систему [9].

Для решения задач прямого цифрового управления можно предложить следующий алгоритм. Управляющий сигнал каждого зонного регулятора вычисляется в соответствии с выражением

$$\delta u = k \left[ \frac{\Phi_i}{\sum_i \Phi_i} - \left( \frac{\Phi_i}{\sum_i \Phi_i} \right)^0 + (N^0 - N) \right].$$

Таким образом, обеспечивается оптимальное нейтронное поле при заданной мощности реактора, которая определяется единственной уставкой  $N^0$ . Экспериментальные исследования [10] подтвердили хорошую работоспособность и эффективность данного алгоритма управления при типовых возмущениях.

Таким образом, для оперативного управления энергетическим реактором с помощью

ЭВМ предложена двухуровневая структура системы регулирования. Зонные регуляторы (цифровые или аналоговые) низшего уровня иерархии стабилизируют нейтронное поле и мощность реактора, обеспечивая при этом технически приемлемый режим работы ЭВМ верхнего уровня иерархии. Цель управления для системы верхнего уровня состоит в минимизации отклонений нейтронного поля от эталонного профиля. Выходными сигналами ЭВМ являются советы оператору по управлению реактором и уставки на зонные регуляторы.

Предлагаемый алгоритм управления состоит в решении обобщенной задачи линейного или квадратичного программирования с учетом имеющихся технологических ограничений.

Поступила в Редакцию 30/III 1977 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клемин А. Н., Стригулин Н. М. Некоторые вопросы надежности ядерных реакторов М., Атомиздат, 1968.
2. Доллежал Н. А., Емельянов И. Я. «Атомная энергия», 1976, т. 40, вып. 2, с. 117.
3. Емельянов И. Я. и др. «Атомная энергия», 1974, т. 37, вып. 6, с. 451.
4. Емельянов И. Я., Гаврилов П. А., Селиверстов Б. Н. Управление и безопасность ядерных энергетических реакторов. М., Атомиздат, 1975.
5. Потапенко П. Т. «Атомная энергия», 1976, т. 41, вып. 1, с. 25.
6. Емельянов И. Я. и др. «Атомная энергия», 1976, т. 41, вып. 2, с. 81.
7. Lemke C. «Management Sci.», 1965, v. II, N 7, p. 681.
8. Емельянов И. Я. и др. «Атомная энергия», 1977, т. 42, вып. 4, с. 263.
9. Филипчук Е. В. и др. «Атомная энергия», 1975, т. 39, вып. 1, с. 12.
10. Филипчук Е. В. и др. «Атомная энергия», 1977, т. 42, вып. 5, с. 365.
11. Емельянов И. Я. и др. «Атомная энергия», 1978, т. 44, вып. 4, с. 310.

## Метод анализа устойчивости высотного поля нейтронов реактора к ксеноновым колебаниям

АФАНАСЬЕВ А. М., ТОРЛИН Б. З.

В настоящее время наиболее популярным методом расчета стационарных нейтронных полей в реакторах является метод итераций. В сочетании с конечно-разностной дискретизацией он прост, надежен и детально разработан [1]. Определяемый в этих статических

расчетах собственный параметр уже в той или иной степени является мерой нестационарности рассчитываемого реактора. В самом деле, если собственное число свидетельствует, например, о надкритичности реактора, то это значит, что предоставленный сам себе он будет разгоняться



и тем скорее, чем выше его надкритичность. Более детальная информация о характере переходного процесса может быть получена только при исследовании нестационарных уравнений. В настоящей работе показано, что и в этом случае для спектрального анализа нестационарных систем с успехом может быть применена итерационная техника. Рассчитываемые при этом собственные параметры (собственные частоты колебаний) становятся существенно более информативными. Заодно определяются и формы собственных колебаний нейтронного поля. Описанные ниже алгоритмы положены в основу программы, анализирующей устойчивость высотного поля нейтронов реактора к ксеноновым колебаниям. Однако не вызывает сомнения возможность их использования для исследования пространственной устойчивости и многомерных систем, причем не только для случая медленных процессов.

Воспользуемся приведенными в работах [2-4] соотношениями, описывающими поведение нейтронного поля с учетом изменения концентрации ксенона и мощностных коэффициентов реактивности. Кроме того, введем в рассмотренную систему быстродействующих регуляторов. Тогда исходные уравнения высотной задачи после линеаризации и преобразования по Лапласу будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D_0(z)} \frac{d}{dz} \left( D_0(z) \frac{d\varphi(z)}{dz} \right) + B_0^2(z) \varphi(z) + \\ & + \frac{\Phi_0(z)}{M_0^2(z)} \left[ \alpha_1(z) \varphi(z) + \alpha_2(z) \int_0^z f(z') \varphi(z') dz' + \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^N F_j(z) \rho_j \right] = - \frac{\Phi_0(z)}{M_0^2(z)} \left[ \alpha_{Xe}(z) X(z) + \right. \\ & \left. + \alpha_C(z) \theta(z) \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$v_j \rho_j - \int_0^H K_j(z) \varphi(z) dz = 0; \quad j = 1, 2, \dots, N;$$

$$\begin{pmatrix} -\lambda_I; & 0; & 0 \\ \lambda_I; & -(\lambda_{Xe} + \sigma_{Xe}^{(0)} \Phi_0(z)); & 0 \\ 0; & 0; & -1/\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J(z) \\ X(z) \\ \theta(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_J \\ \gamma_x - x_0(z) \\ 1/\tau \end{pmatrix} \varphi(z) = \omega \begin{pmatrix} J(z) \\ X(z) \\ \theta(z) \end{pmatrix},$$

или в символической записи:

$$HY = A\Psi; \quad G\Psi + LY = \omega\Psi, \quad (2)$$

где  $Y = \text{col} [\varphi(z); \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N]$ ;  $\Psi = \text{col} [J(z), X(z), \theta(z)]$ ;  $\varphi(z)$ ;  $X(z)$ ;  $J(z)$ ;  $\theta(z)$ ;  $\rho_j$  — лапласовские образы отклонений от стационарных распределений соответственно нейтронного потока, концентраций  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{135}\text{I}$ , температуры графитового замедлителя и запаса реактивности в  $j$ -м управляющем органе, причем на  $\varphi(z)$  задаются однородные граничные условия;  $D_0(z)$ ;  $M_0(z)$ ;  $B_0(z)$ ;  $\Phi_0(z)$  и  $x_0(z)$  — стационарные распределения соответственно коэффициента диффузии, длины миграции, материального параметра, потока нейтронов и концентрации ксенона, причем  $x_0(z) = [1 + \alpha_C(z) \Phi_0(z)] \frac{\sigma_{Xe}^{(0)} \Phi_0(z)}{\lambda_{Xe} + \sigma_{Xe}^{(0)} \Phi_0(z)}$ ;  $\sigma_{Xe}^{(0)}$  и  $\alpha_C(z)$  — сечение захвата нейтронов  $^{135}\text{Xe}$  в стационарном состоянии реактора и мощностной коэффициент изменения этого сечения соответственно;  $\alpha_{Xe}(z)$ ;  $\alpha_1(z)$ ;  $\alpha_2(z)$  и  $\alpha_C(z)$  — коэффициенты реактивности соответственно по ксенону, по топливу (локальный), по теплоносителю (интегральный) и по температуре графита;  $f(z)$  — весовая функция, связывающая нейтронный поток вдоль канала с тепловыделением или парообразованием;  $F_j(z)$  — функция пространственной локализации воздействия на реактивность  $j$ -м управляющим органом;  $\gamma_{Xe}$  и  $\gamma_I$  — относительные выходы соответственно  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{135}\text{I}$  при делении, причем  $\gamma_{Xe} + \gamma_I = 1$ ;  $\lambda_{Xe}$  и  $\lambda_I$  — константы распада  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{135}\text{I}$ ;  $\tau$  — постоянная времени нагревания графитового замедлителя;  $K_j$  — весовая функция формирования сигналов датчиков для  $j$ -го управляющего органа;  $v_j = 1$  — для статического (пропорционального) регулятора и  $v_j = 0$  — для астатического регулятора;  $\omega$  — лапласовский параметр, в дальнейшем собственное число краевой задачи (1).

Известно [3, 4], что действительная часть  $\omega$  определяет декремент, а мнимая — частоту собственных колебаний нейтронного поля. При этом каждому  $\omega_n$  из дискретного набора собственных значений соответствует комплексное собственное решение

$$\begin{aligned} & \chi_n(z) = \\ & = [\varphi_n(z), \rho_1^{(n)}, \rho_2^{(n)}, \dots, \rho_N^{(n)}, X_n(z), J_n(z), \theta_n(z)] \equiv \\ & \equiv (Y_n, \Psi_n). \end{aligned}$$

Будем называть  $\varphi_n(z)$   $n$ -й собственной модой колебаний нейтронного поля. Очевидно, что  $\varphi_n(z)$  тем более устойчива, чем меньше действительная часть ее собственной комплексной частоты  $\text{Re} \omega_n$ . Для удобства пронумеруем моды в порядке нарастания их устойчивости, т. е.



в порядке уменьшения  $\text{Re } \omega_n$ . Тогда степень устойчивости системы в целом будет определять  $\text{Re } \omega_1$ . Таким образом, наиболее интересным собственным значением краевой задачи (1) является  $\omega_1$ . Определение  $\omega_1$  и соответствующей ему  $\chi_1(z)$  будем проводить методом итераций. Заметим, что итерационным методом просто определяется собственное число, максимальное по модулю, которым  $\omega_1$ , вообще говоря, не является. Из работы [5] следует, что (в отсутствие запаздывания обратной связи по температуре графита) спектр собственных комплексных частот  $\omega$  ксеноновых колебаний локализован в сравнительно узкой области. Эта область ограничена на комплексной плоскости слева значением  $\omega_{\text{мин}} = -(\lambda_x + \sigma_{\text{с}}^{(0)} \Phi_{0, \text{макс}})$ , являющимся левым концом участка непрерывного спектра. Поэтому сдвигом всего спектра собственных значений на  $p$ , т. е.  $\omega = \Omega + p$  (где  $p = -\text{мин} \{ \omega_{\text{мин}}; -1/\tau \}$ ), легко добиться, чтобы  $\Omega_1$  оказалось уже максимальным по модулю. После введения нового собственного параметра  $\Omega$  итерационную схему построения решения системы (2) можно представить в следующем виде:

$$Y^{(n)} = H^{-1} A \Psi^{(n)};$$

$$\Psi^{(n+1)} = (G - pE) \Psi^{(n)} + LY^{(n)} = G_1 \Psi^{(n)}, \quad (3)$$

где  $G_1 = G - pE + LH^{-1}A$ ;  $E$  — единичная матрица. Максимальное по модулю комплексное собственное значение  $\Omega$  после достаточного числа итераций  $k$  определяется в соответствии с работами [6, 7] из выражения

$$\Psi^{(k+2)} - 2 \text{Re } \Omega \Psi^{(k+1)} + |\Omega|^2 \Psi^{(k)} = \varepsilon^{(k)} \approx 0, \quad (4)$$

подобно тому как действительное значение определяется из выражения

$$\Psi^{(k+1)} - \Omega \Psi^{(k)} = \varepsilon^{(k)} \approx 0,$$

где  $\Psi^{(k)} = G_1 \Psi^{(k-1)} = G_1^k \Psi^{(0)}$ ;  $\Psi^{(0)}$  — начальный вектор.

В дальнейшем всюду будем предполагать, что конечно-разностная дискретизация системы (1) произведена. В разработанной программе ИРИНА реальная и мнимая части  $\Omega$  находятся методом наименьших квадратов при минимизации  $|\varepsilon^{(k)}|^2$ . Итерации прекращаются, когда максимальная по модулю компонента вектора  $\varepsilon^{(k)}$  становится меньше заданного эталона. После завершения итерационного процесса и определения  $\Omega_1 = \alpha_1 + i\beta_1$  реальная  $R_1$  и мнимая  $I_1$  части собственного решения  $\Psi_1$  вычисляются с помощью выражений:

$$R_1 = \Psi^{(k+1)} - \alpha_1 \Psi^{(k)}; \quad I_1 = \beta_1 \Psi^{(k)}.$$

Затем  $\Psi_1$  нормируется таким образом, чтобы действительная часть максимальной по модулю компоненты была равна единице, а мнимая — нулю; тогда вектор  $Y_1$  рассчитывается из уравнения

$$Y_1 = H^{-1} A \Psi_1.$$

Представленный алгоритм определения  $\omega_1$  и  $\chi_1(z)$  достаточно прост в реализации. Наиболее существенным его элементом является та часть цикла, в которой  $\varphi(z)$  на каждом шаге итерационного процесса выражается через  $X(z)$  и  $\theta(z)$ . Остановимся на этом несколько подробнее. В отсутствие регуляторов и интегрального эффекта ( $\alpha_2 = 0$ ) матрица  $H$  имеет трехдиагональную структуру. Формально учет интегрального эффекта приводит дополнительно к треугольному (пусть, для определенности, нижнему) ее заполнению. Особенность же матричных элементов, связанных с этим эффектом, такова, что целая их строка, за исключением диагонального члена, может быть аннулирована вычитанием предыдущей строки. В результате матрица в целом становится четырехдиагональной с дополнением в виде  $N$  столбцов и строк, обязанных регуляторам своим появлением. Для обращения этой матрицы в программе ИРИНА использован развитый в работе [8] метод встречной прогонки\*.

Найденное таким образом собственное значение с максимальной действительной частью  $\omega_1$  позволяет судить об устойчивости системы в целом. Однако для выяснения причин, приведших к тому или иному характеру переходного процесса, важно знать форму колебаний, соответствующих  $\omega_1$ , а также следующее собственное значение  $\omega_2$  и его модуль. Для определения  $\omega_2$  и  $\chi_2(z)$  весьма эффективен метод исчерпывания, основанный на преобразованиях подобия [6]. Этот метод обладает высокой стабильностью. Небольшое его усовершенствование, как показано в приложении, позволило сохранить простую структуру исходных матриц  $H$ ,  $A$ ,  $G$  и  $L$  в последующих действиях, а главное, позволило целиком использовать для определения  $\omega_2$  и  $\chi_2(z)$  все алгоритмы, развитые для расчета  $\omega_1$  и  $\chi_1(z)$ . Фактически все различие состоит лишь в том, что при определении  $\omega_2$

\* До описанных преобразований матрица  $H$  почти полная. Для ее обработки можно воспользоваться и стандартными программами. Однако реализованный алгоритм потребовал по крайней мере на порядок меньшего объема памяти и такой же экономии числа арифметических операций на каждой итерации.



на каждом шаге итерационного процесса (3) у вектора  $\Psi^{(k)}$  две компоненты принимаются равными нулю. В приложении указано, какие компоненты для этого следует выбирать и как определяются их величины после завершения итерационного процесса.

Все описанные алгоритмы реализованы в программе ИРИНА, написанной на языке ФОРТРАН для БЭСМ-6. Время вычисления двух главных комплексных собственных частот и соответствующих им собственных мод вместе с печатью таблиц и графиков в среднем  $\sim 1,5$  мин. С помощью программы ИРИНА проведены многочисленные расчеты как для модельных задач, так и для практического анализа устойчивости водо-водяных (ВВЭР-1000) и кипящих (РБМК-1000) реакторов. Подробные результаты этого анализа сообщены в отдельной статье (см. настоящий выпуск, с. 530). Ниже приведены некоторые из отмеченных закономерностей.

1. Исключительно сильное воздействие на устойчивость высотного поля нейтронов оказывает положение автоматического регулятора (АР) и камер, формирующих управляющий сигнал. Наихудшей оказывается ситуация, когда камеры и концы стержней АР сгруппированы на одной и той же высоте. Отодвигая камеры от центра в одну сторону, а регуляторы — в другую, можно существенно улучшить устойчивость системы.

2. В отличие от коэффициентов реактивности по температуре топлива и графита, оказывающих существенное воздействие на устойчивость РБМК, интегральный эффект реактивности (связанный с изменением паросодержания вдоль канала) практически не влияет на его высотную устойчивость. Для ВВЭР-1000 интегральный эффект (связанный с движением теплоносителя вдоль канала) заметно воздействует на устойчивость реактора. Причем величина этого воздействия (и даже его знак) зависит от положения стержней АР. При размещении АР в верхней части реактора его устойчивость оказывается наилучшей для широкого круга исследованных схем управления.

3. Если увеличение графитового температурного коэффициента реактивности существенно ухудшает устойчивость аппарата, то увеличение характерного времени нагревания графита в интервале от 0,5 до 2 ч приводит к некоторому ее улучшению.

4. Хотя укороченные регулирующие стержни никогда не ухудшают устойчивости высотного поля нейтронов, в некоторых случаях

их влияние на устойчивость ничтожно (например, когда камеры и стержни АР установлены в центральной плоскости реактора).

5. Наилучшая устойчивость обеспечивается с помощью двух автономных систем локального регулирования, следящих за полем в нижней и верхней частях реактора. При этом оптимальным оказывается размещение датчиков первой системы на  $1/3$ , а датчиков второй системы — на  $2/3$  высоты активной зоны.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Пусть  $QY_1 = \lambda_1 Y_1$ , причем собственный вектор  $Y_1$  матрицы  $Q$  нормирован так, что максимальный элемент находится в первой позиции, т. е.  $Y_1 = \text{col}(1, Y_{1,1}, Y_{1,2}, \dots, Y_{1,e})$ . Следуя работе [6], введем матрицу  $T_1$ , такую, что  $T_1 Y_1 = e_1$ , где  $e_1 = \text{col}(1, 0, \dots, 0)$ . Получим

$$(T_1 Q T_1^{-1}) e_1 \equiv Q_1 e_1 = \lambda_1 e_1. \quad (5)$$

Матрицы  $T_1$ ,  $T_1^{-1}$  и  $Q_1$  имеют вид:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & | & 0 \\ \dots & & \\ -x_1 & | & E \end{bmatrix}; \quad T_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & | & 0 \\ \dots & & \\ x_1 & | & E \end{bmatrix};$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & | & b_1 \\ \dots & & \\ 0 & | & B \end{bmatrix},$$

где  $E$  — единичная матрица;  $x_1$  — вектор, совпадающий с  $Y_1$ , у которого отсутствует первая компонента, а  $B$  — матрица  $(l-1)$ -го порядка, имеющая собственные значения  $\lambda_2, \dots, \lambda_l$ ; структура строки  $b_1$  не существенна.

Если  $QY_2 = \lambda_2 Y_2$ , то, обозначив  $\bar{Y}_2 = T_1 Y_2$ , получим

$$Q_1 \bar{Y}_2 = \lambda_2 \bar{Y}_2. \quad (6)$$

Умножая (5) на  $\bar{Y}_{2,1}$  (первую компоненту вектора  $\bar{Y}_2$ ) и вычитая результат из (6), получаем

$$Q_1 \bar{Y}'_2 = \lambda_2 \bar{Y}'_2 + (\lambda_2 - \lambda_1) \bar{Y}_{2,1} e_1 \quad (7)$$

(штрих означает, что в векторе первая компонента равна нулю).

Пусть с помощью определенной процедуры над матрицей  $Q$  были найдены  $\lambda_1$  и  $Y_1$ . Из (7) легко видеть, что  $\lambda_2$  может быть найдено с помощью той же процедуры над матрицей  $Q_1$ , если в процессе ее выполнения первую компоненту вектора  $\bar{Y}_2$  приравнять нулю. Затем величина этой компоненты  $\bar{Y}_{2,1}$  может быть определена из выражения  $\bar{Y}_{2,1} (\lambda_2 - \lambda_1) = (Q_1 \bar{Y}'_2)_1$ , где  $(Q_1 \bar{Y}'_2)_1$  — первая компонента вектора  $Q_1 \bar{Y}'_2$ . После этого рассчитывается



и вектор  $Y_2 = T_1^{-1}\bar{Y}_2 = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_{2,1} Y_1$ . Поскольку  $T_1^{-1}\bar{Y}'_2 = \bar{Y}'_2$ , то  $Q_1\bar{Y}'_2 = T_1 Q\bar{Y}'_2$ . Последнее важно в том отношении, что позволяет в процессе исчерпывания работать с матрицами первоначальной структуры.

Чтобы метод исчерпывания был стабильным, нормировку  $Y_1$  следует проводить по максимальной (например,  $n$ -й) компоненте. В изложенном выше формализме ничего не изменится. Матрицы  $T_1$  и  $T_1^{-1}$  сохраняют свою структуру, но будут отличаться от единичной уже не первым, а  $n$ -м столбцом. Штрих будет означать, что у этого вектора равна нулю  $n$ -я компонента и отдельно определяемой компонентой вектора  $\bar{Y}_2$  будет не  $\bar{Y}_{2,1}$ , а  $\bar{Y}_{2,n}$ . Вместо вектора  $e_1$  нужно ввести вектор  $e_n$ , у которого будет отличной от нуля только  $n$ -я компонента.

Обратимся теперь к наиболее интересному случаю комплексных решений:  $Y = R + iI$  и  $\lambda = \alpha + i\beta$ . Будем считать, что  $Y_1$  и  $\lambda_1$  найдены и  $Y_1$  пронормировано таким образом, что его максимальная по модулю ( $n$ -я) компонента имеет вид  $Y_{1,n} = 1 + i0$ . Пусть при этом  $I_{1,m}$  ( $m$ -я компонента  $I_1$ ) максимальна. Будем рассматривать матрицы  $T_1$  и  $T_2$ , такие, что  $T_1 R_1 = e_n$ , а  $T_1 I_1 = e_m$ . Матрицы  $T_1$  и  $T_1^{-1}$  отличаются от единичной только  $n$ -м столбцом, который для  $T_1^{-1}$  равен  $R_1$ , а для  $T_1$  имеет вид  $\text{col}(-R_{1,1}, \dots, -R_{1,n-1}, 1, -R_{1,n+1}, \dots, -R_{1,l})$ . Матрицы  $T_2$  и  $T_2^{-1}$  отличаются от единичной только  $m$ -м столбцом, который для  $T_2^{-1}$  равен  $I_1$ , а  $T_2$  имеет вид

$$\text{col}(-I_{1,1}, \dots, -I_{1,m-1}, 1, -I_{1,m+1}, \dots, \dots, -I_{1,l}) I_{1,m}^{-1}$$

Вследствие принятой нормировки  $I_{1,n} = 0$  и вместо (5) будем иметь:

$$Q_2 e_n = \alpha_1 e_n - \beta_1 e_m; \quad Q_2 e_m = \alpha_1 e_m + \beta_1 e_n, \quad (8)$$

где  $Q_2 = (T_2 T_1 Q T_1^{-1} T_2^{-1})$ .

Если второе собственное решение тоже комплексно, то

$$Q_2 \bar{R}_2 = \alpha_2 \bar{R}_2 - \beta_2 \bar{I}_2; \quad Q_2 \bar{I}_2 = \alpha_2 \bar{I}_2 + \beta_2 \bar{R}_2, \quad (9)$$

где  $\bar{R}_2 = T_2 T_1 R_2$ ;  $\bar{I}_2 = T_2 T_1 I_2$ .

Проведя процедуру, аналогичную выполненной для действительных решений, получим

$$Q_2 \bar{R}_2'' = \alpha_2 \bar{R}_2'' - \beta_2 \bar{I}_2'' + (\alpha_2 - \alpha_1) \bar{R}_2, n e_n + (\alpha_2 - \alpha_1) \bar{R}_2, m e_m - \beta_1 \bar{R}_2, m e_n + \beta_1 \bar{R}_2, n e_m - \beta_2 \bar{I}_2, n e_n - \beta_2 \bar{I}_2, m e_m;$$

$$Q_2 \bar{I}_2'' = \alpha_2 \bar{I}_2'' + \beta_2 \bar{R}_2'' + (\alpha_2 - \alpha_1) \bar{I}_2, n e_n + (\alpha_2 - \alpha_1) \bar{I}_2, m e_m - \beta_1 \bar{I}_2, m e_n + \beta_1 \bar{I}_2, n e_m + \beta_2 \bar{R}_2, n e_n + \beta_2 \bar{R}_2, m e_m$$

(двумя штрихами отмечены векторы, у которых  $m$ -я и  $n$ -я компоненты нулевые).

$\bar{R}_2''$ ,  $\bar{I}_2''$ ,  $\alpha_2$  и  $\beta_2$  являются решениями системы

$$(T_2 T_1 Q \bar{R}_2'')'' = \alpha_2 \bar{R}_2'' - \beta_2 \bar{I}_2'';$$

$$(T_2 T_1 Q \bar{I}_2'')'' = \alpha_2 \bar{I}_2'' + \beta_2 \bar{R}_2'';$$

а другие компоненты определяются из системы

$$\begin{pmatrix} \alpha_2 - \alpha_1; & -\beta_1; & -\beta_2; & 0 \\ \beta_1; & \alpha_2 - \alpha_1; & 0; & -\beta_2 \\ \beta_2; & 0; & \alpha_2 - \alpha_1; & -\beta_1 \\ 0 & \beta_2; & \beta_1; & \alpha_2 - \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{R}_2, n \\ \bar{R}_2, m \\ \bar{I}_2, n \\ \bar{I}_2, m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n \\ a_m \\ c_n \\ c_m \end{pmatrix},$$

где  $a_n$  и  $a_m$  — компоненты вектора  $(T_2 T_1 Q \bar{R}_2'')$ ;  $c_n$  и  $c_m$  — компоненты вектора  $(T_2 T_1 Q \bar{I}_2'')$ . Теперь второй собственный вектор  $Y_2 = R_2 + iI_2$  матрицы  $Q$  найден:

$$R_2 = \bar{R}_2'' + \bar{R}_2, n R_1 + \bar{R}_2, m I_1;$$

$$I_2 = \bar{I}_2'' + \bar{I}_2, n R_1 + \bar{I}_2, m I_1.$$

Поступила в Редакцию 26/V 1977 г.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марчук Г. И., Лебедев В. И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1971.
2. Хитчок А. Устойчивость ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1963.
3. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1974.
4. Емельянов И. Я., Гаврилов П. А., Селиверстов Б. Н. Управление и безопасность ядерных энергетических реакторов. М., Атомиздат, 1975.
5. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Динамика ядерных энергетических установок». Вып. 1. М., изд. ЦНИИатоминформ, 1971, с. 15.
6. Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений. М., «Наука», 1970.
7. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1960.
8. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Динамика ядерных энергетических установок». Вып. 1 (7). М., изд. ЦНИИатоминформ, 1975, с. 65.