

барьером ($V_0 \leq 4$ кДж/Моль). В сомнительных случаях данные в табл. 2 отмечены знаком вопроса.

Для сравнения в табл. 2 приведены барьеры, которые получены по соотношениям, приведенным в работах [5, 7] в предположении наличия крутильных колебаний частотой ν/h . Для веществ с относительно высоким барьером получено хорошее совпадение с данными ЯМР. Результаты изучения веществ с низким барьером ближе к данным ЯМР и свидетельствуют о сходстве динамики иона аммония в этих веществах ($V_0(\epsilon) \sim 3$ кДж/Моль).

Таким образом, предлагаемая форма интерпретации температурной зависимости наклона кривой $\sigma_s^H(\lambda)$ позволяет определить энергетический параметр рассеивающей системы, характеризующий ее частотный спектр. В некоторых случаях этот параметр можно отождествить с энергией конкретных энергетических переходов в веществе.

Поступило в Редакцию 15.V.78

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Placzek G., Van Hove L. «Phys. Rev.», 1954, v. 93, N 6, p. 1207.
2. Яник Е., Ковальская А. В кн.: Рассеяние тепловых нейтронов. Под ред. П. Эгельстаффа. М., Атомиздат, 1970, с. 422.

3. Rush J. e.a. «J. Chem. Phys.», 1962, v. 37, N 2, p. 234.
4. Herdade S. e.a. In: Neutr. Inel. Scatt. Vienna, IAEA, 1968, v. II, p. 197.
5. Leung P. e.a. «J. Chem. Phys.», 1968, v. 48, N 11 p. 4912.
6. Степанов С. Б., Житарев В. Е. «Атомная энергия», 1976, т. 41, вып. 2, с. 130.
7. Rush J. e.a. «J. Chem. Phys.», 1966, v. 45, N 4, p. 1312.
8. Райхард В. В кн.: Спектры медленных нейтронов. М., Атомиздат, 1971, с. 255.
9. Heinloth K. «Z. Phys.», 1961, Bd 163, H. 2, S. 218.
10. Глезер В. В кн.: Спектры медленных нейтронов. М., Атомиздат, 1971, с. 5.
11. Землянов М. Г. В кн.: Inel. Scatt. Neutr. Solids and Liquids. Vienna, IAEA, 1965, v. II, p. 221.
12. Gläser W. «Nukleonik», 1965, Bd 7, H. 2, S. 64.
13. Leung P. e.a. «J. Chem. Phys.», 1972, v. 57, N 1, p. 175.
14. Rush J. e.a. «Nuel. Sci. Engng», 1962, v. 14, № 4 p. 339.
15. Richards R., Schaefer T. «Trans. Faraday Soc.», 1961, v. 57, P. 2, p. 210.

УДК 621.039.512:621.039.514

Аналитическое решение уравнений кинетики

точечной модели реактора

ШЕПЕЛЕНКО А.А.

При анализе пускового режима реактора для качественного понимания процесса и выбора направления численного счета полезно использовать аналитические решения уравнений кинетики для произвольного временного изменения реактивности в достаточно широкой области с учетом нескольких групп запаздывающих нейтронов.

Среди известных в литературе решений (например, [1]) наиболее простой структурой обладает решение Гурвица для медленно меняющейся реактивности. Оригинальное решение Гурвица [2] не учитывает нейтроны от внешнего источника, спонтанного деления и т. п. Можно показать, что учет этого обстоятельства при сохранении предположений Гурвица относительно решения не приводит к удовлетворительному описанию поведения реактора в подкритической области. В настоящей работе строится новое решение уравнений кинетики для медленно меняющейся реактивности, лишенное этого недостатка.

Рассмотрим уравнения кинетики в точечном приближении:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{r-1}{\epsilon} n + \sum_i \lambda_i c_i + \frac{Q}{\epsilon};$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{b_i}{\epsilon} n - \lambda_i c_i, \quad \epsilon = \frac{\Lambda}{\beta}, \quad \sum_i b_i = 1, \quad (1)$$

где t — время; n — плотность нейтронов; c_i , λ_i — плотность и постоянная распада ядер — предшественников запаздывающих нейтронов i -й группы; b_i — относительный выход запаздывающих нейтронов i -й группы; Λ — время генерации нейтронов; β — общая

доля запаздывающих нейтронов; r — реактивность в единицах β ; QE^{-1} — скорость поступления нейтронов из внешнего источника.

Используя подстановку Гурвица

$$c_i = \frac{b_i}{\epsilon \lambda_i} \left(\frac{\lambda_i}{p + \lambda_i} + x_i \right) n;$$

$$n = f(t) E(t, t_0); \quad E(t, \tau) = \left[\exp \int_{\tau}^t p(y) dy \right]^{-1} \quad (2)$$

где p — наибольший корень уравнения обратных часов

$$r = p \left(\epsilon + \sum_i \frac{b_i}{p + \lambda_i} \right),$$

получаем:

$$\epsilon \frac{df}{dt} = f \sum_i b_i x_i + QE^{-1}(t, t_0); \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{f}{p + \lambda_i} + \frac{x_i f}{\lambda_i} \left(\lambda_i + p + f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right) = 0, \quad (4)$$

Гурвиц предположил, что в уравнении (4)

$$\left| f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right| \ll p + \lambda_i. \quad (5)$$

Подставляя значение x_i в этом приближении из (4) в (3), получаем легко решаемое дифференциальное

уравнение для f и в итоге следующее выражение для плотности нейтронов:

$$\left(\frac{dr}{dp}\right)^{1/2} n_H = n_0 \left(\frac{dr}{dp}\right)_0 E(t, t_0) + \int_{t_0}^t \left[\frac{dr}{dp}(\tau)\right]^{-1/2} Q(\tau) E(t, \tau) d\tau, \quad (6)$$

$$\frac{dr}{dp} = \varepsilon + \sum_i \frac{b_i \lambda_i}{(p + \lambda_i)^2}.$$

В подкритической области ($p < 0$) при постоянных источнике и реактивности по прошествии достаточного промежутка времени (в пределе $t_0 \rightarrow -\infty$) из уравнения (6) следует, что

$$r n_H \approx -Q \frac{r}{p} \left(\frac{dr}{dp}\right)^{-1} \quad (7)$$

вместо точного результата $r n = -Q$; при этом множитель

$$\frac{r}{p} \left(\frac{dr}{dp}\right)^{-1} \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow -\infty.$$

Это обстоятельство связано с тем, что уравнение (5) не выполняется в подкритической области, где при медленном изменении реактивности плотность нейтронов находится «почти» в равновесии с источником, а скорость $dn/dt = n[p + f^{-1}(df/dt)]$ мала. Следовательно, более правдоподобным предположением в подкритической области является

$$\left| p + f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right| \ll \lambda_i, \quad (8)$$

которое приводит к простому выражению для плотности нейтронов:

$$\frac{r}{p} n_S = n_0 \left(\frac{r}{p}\right)_0 E(t, t_0) + \int_{t_0}^t Q(\tau) E(t, \tau) d\tau. \quad (9)$$

При постоянной отрицательной реактивности выражение (9) дает точное решение $r n_S \approx -Q$.

Сравнение приближенного решения (9) с точным при монотонном увеличении реактивности с постоянной скоростью из глубоко подкритического состояния пока-

зывает, что решение (9) завышает значение n (в критической точке при скорости $0,005 \beta/c$ в 1,3 раза, а при скорости $0,030 \beta/c$ в 2 раза). В надкритической области решение (9) качественно правильно описывает поведение реактора, незначительно отличаясь от решения Гурвица почти до точки критичности на мгновенных нейтронах. Если строить (6) и (9) при одинаковой мощности в критической точке и при $Q \equiv 0$, то $n_S/n_H = 1,3$ при $r = 0,5$, и только при $r = 0,9$ $n_S/n_H = 2$. Таким образом, решение (9) может быть полезным при рассмотрении всего процесса пуска.

Известно, что решение Гурвица завышает плотность нейтронов по крайней мере в задачах с линейным изменением реактивности [2]. Поэтому желательно получить решение кинетических уравнений, совпадающее с выражением (9) в подкритической и с выражением (6) в надкритической областях. Используя

$$\left| \frac{p - |p|}{2} + f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right| \ll \lambda_i + \frac{p + |p|}{2} \quad (10)$$

— простейшие выражения, объединяющие непрерывным образом предположения (5) и (8), получаем

$$w n = n_0 \exp \left\{ \int_{t_0}^t \left[p + \frac{1}{2w} \frac{dm}{dt} \right] dy \right\} + \int_{t_0}^t d\tau Q(\tau) \exp \left\{ \int_{\tau}^t \left[p + \frac{1}{2w} \frac{dm}{dt} \right] dy \right\}, \quad (11)$$

где $w = \varepsilon + \sum_i \frac{b_i \lambda_i}{p + \lambda_i} \left(\lambda_i + \frac{p + |p|}{2} \right)^{-1}$ — непрерыв-

но дифференцируемая, а $m = \varepsilon + \sum_i b_i \lambda_i \left(\lambda_i + \frac{p + |p|}{2} \right)^{-2}$ — непрерывная [функции реактивности.

Поступило в Редакцию 20.VI.78

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1975.
2. Hurwitz Н. «Nucleonics», 1949, v. 5(1), p. 61.