

регуляторов: в системе (5) весовая функция формирования сигнала от датчиков теперь имеет вид  $\Phi_0 F_j$ , а пространственная локализация вносимой реактивности  $K_j/\Phi_0$ . Нагляднее это утверждение можно проиллюстрировать примером системы с локальными датчиками, расположенными в точках  $r_{gj}$ , и регулирующими стержнями, концы которых находятся в точках  $r_{pj}$ . Сопряженная же система описывает такую ситуацию в том же реакторе, когда, наоборот, датчики установлены в точках  $r_{pj}$ , а концы стержней — в точках  $r_{gj}$ .

И тем не менее устойчивость нейтронного поля в обоих случаях одинакова, поскольку характеризуется одним и тем же набором собственных значений. При этом вид функций  $\varphi_n$  и  $\varphi_n^+$ , а значит, и пространственные формы колебаний нейтронного поля систем (3) и (5) могут быть совершенно различными вследствие несимметричности операторов. При синтезе систем пространственного регулирования, при размещении датчиков

и стержней следует учитывать сформулированное выше свойство взаимности.

Автор благодарен А. Д. Галанину, Б. П. Кочуркову, А. М. Афанасьеву и В. М. Малофееву за полезную дискуссию и ряд ценных советов.

Поступило в Редакцию 15.V.78

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Динамика ЯЭУ. Вып. 1. М., изд. ЦНИИатоминформ, 1971, с. 15.
2. Randall D., John D. «Nucleonics», 1958, v. 16, p. 82.
3. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. «Атомная энергия», 1977, т. 43, вып. 4, с. 243.
4. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. Препринт ИТЭФ-2. М., 1978.

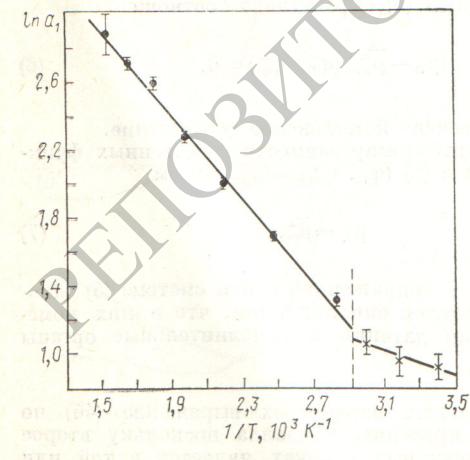
УДК 539.171.02+162.2

## Интерпретация данных по полному сечению рассеяния холодных нейtronов в конденсированных водородсодержащих средах

ЖИТАРЕВ В. Е., СТЕПАНОВ С. Б.

Полное сечение рассеяния ( $\sigma_s$ ) нейтронов при низкой энергии, по крайней мере в кристаллическом твердом теле, должно линейно зависеть от длины волны  $\lambda$  налетающих нейтронов [1]. Для этого требуется выполнение условия: малая энергия нейтронов по сравнению со средней передачей энергии при рассеянии и не слишком высокая температура вещества. Тогда при неутиром взаимодействии преобладающим становится процесс приобретения нейтроном энергии, и вероятность этого процесса определяется возможностью передачи энергии различных видов низкоэнергетических движений в веществе. Наклон  $a_1$  кривой, характеризующей зависимость  $\sigma_s(\lambda) = a_0 + a_1\lambda$ , определяется динамикой атомов, молекул и внутримолекулярных групп атомов [2].

Общие выводы теории подтверждены экспериментально, причем установлено, что зависимость  $\sigma_s(\lambda)$



Наклон кривой, характеризующей сечение рассеяния на атоме водорода в дифениле

близка к линейной в области холодных нейтронов ( $\lambda \geq 4-10 \text{ \AA}$ ) не только для твердых, но и для жидких и многих газообразных рассеивателей в широком диапазоне температуры. Простой вид этой зависимости делает привлекательным ее использование при исследовании динамики рассеивающей системы. Подобные попытки были предприняты в первую очередь для водородсодержащих соединений, изучение которых представляет практический интерес. Так, для веществ, содержащих группу аммония  $\text{NH}_4$  [3] и метильную группу  $\text{CH}_3$  [4], предложены эмпирические калибровочные кривые, устанавливающие связь наклона, измеренного при комнатной температуре, с энергетическим барьером заторможенного вращения соответствующего иона. В работе [5] приведено соотношение, связывающее энергетический барьер для группы  $\text{NH}_4$  с наклоном кривой, которая характеризует температурную зависимость сечения рассеяния ( $\Delta\sigma_s/\Delta T$ ), полученную при исследовании в солях аммония для нейтронов при  $\lambda = 8,5 \text{ \AA}$ . Использованные в упомянутых работах значения барьеров были определены ранее методами ЯМР и радиоспектроскопии.

Авторы настоящей работы предлагают новую феноменологическую форму интерпретации данных, основанную на анализе температурной зависимости  $a_1(T)$ .

Были измерены сечения взаимодействия при разной температуре в воде [6] и бензоле в жидким состоянии, в твердом и жидким дифениле, в гидриде циркония при трех концентрациях водорода. Полное сечение рассеяния в расчете на атом водорода  $\sigma_s^H$  определяли вычитанием сечений поглощения всех атомов молекулы из полного сечения взаимодействия и делением остатка на число атомов водорода. Методом наименьших квадратов найден наклон кривой  $a_1 = \Delta\sigma^H/\Delta\lambda$ . Оказалось, что во всех случаях в пределах погрешностей эксперимента результаты можно представить в виде

$$a_1(T) = a_{10} \exp(-\varepsilon/kT),$$

Результаты обработки наклона кривых, характеризующих сечения рассеяния, и данные спектральных исследований различных веществ

Таблица 1

Вещество	Фаза	$\lambda, \text{ \AA}$	$T, \text{ K}$	$\epsilon, \text{ эВ}$	$\hbar\omega, \text{ эВ}$
Вода	Жидкая	8—19	293—523	$0,077 \pm 0,003$	$0,005; \sim 0,021; 0,008; \sim 0,059 [9];$
		6—11	277, 296	$0,072 [7]$	$\sim 0,025; \sim 0,07 [10]$
	Твердая	7—11	186, 269	$0,028 [7]$	$0,007; \sim 0,026; \sim 0,076 [9]$
		11—20	77—273	$0,023 [8]$	
Бензол	Жидкая	8—19	293—543	$0,059 \pm 0,003$	$0,009; 0,057; 0,098 [11]; 0,012; 0,046;$
	Твердая	1,5; 10,2	173—273	$\sim 0,008 [9]$	$0,068 [12]; 0,0043; 0,0078; 0,0086; 0,013 [11]$
	Жидкая	8—19	353—653	$0,103 \pm 0,004$	$\sim 0,013; \sim 0,03; \sim 0,05; \sim 0,12 [11]$
Дифенил	Твердая	8—19	293—333	$0,033 \pm 0,009$	$(290—362 \text{ K})$
		$x = 1,01$	293—543	$0,02 \pm 0,01$	$0,006; 0,011; 0,02; 0,04; 0,051; 0,067;$
		$x = 1,55$	293—543	$0,034 \pm 0,004$	$0,097 [12]$
$ZrH_x$		$x = 1,80$	293—543	$0,064 \pm 0,004$	$\sim 0,14; 0,015—0,030 [8]$

где  $a_{10}$  и  $\epsilon$  — параметры, не зависящие в первом приближении от температуры. На рисунке приведены экспериментальные данные для дифенила, аппроксимированные по этой формуле.

Из общих соображений следует, что в случае справедливости предложенного соотношения  $\epsilon$  связано со спектром возможных энергетических переходов в веществе.

В табл. 1 приведены значения  $\epsilon$ , найденные методом наименьших квадратов из приведенного соотношения, с указанием интервала длины волны, в котором использована линейная аппроксимация  $\sigma_s^H(\lambda)$ , и диапазона исследованной температуры вещества. Указаны значения  $\hbar\omega$ -особенности в низкоэнергетической части спектров рассматриваемых веществ, которые исследовали оптическим и нейтронным методами. Очевидно, что во всех случаях  $\epsilon$  соответствует области  $\hbar\omega$ , причем в некоторых случаях близок к значениям характерной энергии определенных видов колебательного движения в веществе.

В литературе приведено мало данных о температурной зависимости сечения рассеяния холодных нейтронов. Помимо использованных в табл. 1 можно отметить лишь данные для соединений аммония и некоторых кристаллогидратов. Эти вещества интересны, в частности, тем, что их низкочастотный спектр отражает главным образом динамику соответствующих групп атомов ( $NH_4$  и  $H_2O$ ) и относительно прост по структуре. В табл. 2, кроме результатов обработки, приведена характерная энергия крутильных ( $\hbar\omega_r$ ) и трансляционных ( $\hbar\omega_t$ ) колебаний, полученная в спектрах неупругого рассеяния нейтронов и другими методами, указаны значения барьера заторможенного вращения ( $V_0$ ) соответствующих атомных групп, определенных методом ЯМР и из нейтронных данных (в основном по наклонам кривых  $\Delta\sigma_s^H/\Delta\Lambda$  и  $\Delta\sigma_s^H/\Delta T$ ). Следует отметить, что в некоторых случаях отнесение наблюдаемых в спектрах энергетических переходов к видам движения неоднозначно, а наличие крутильных колебаний и значения барьера не совсем ясны, особенно для веществ с низким

Результаты исследования динамики некоторых водородсодержащих соединений

Таблица 2

Вещество	$\epsilon, \text{ эВ}$	$\hbar\omega_r, \text{ эВ}$	$\hbar\omega_t, \text{ эВ}$	$V_0, \text{ кДж/Моль}$	
				Из нейтронных данных	Другими методами
$MH_4I$ фаза I фаза II	$0,016 \pm 0,003$	$\sim 0,03 (?) [5]$	$0,017 (?) [5]$	$3,2 \pm 0,6$	$\sim 2 [3], \text{ нейтронный}$
$(NH_4)_2S_2O_8$	$0,035 \pm 0,003 [5]$	$0,035 [13]$	$0,012 [5], 0,017 [13]$	$12,5 \pm 1,6$	$12,3 [13]; 7,1 [15], \text{ ЯМР}$
	$0,018 \pm 0,004 [13]$	$0,020 [13]$	$0,019 [13]$	$3,8 \pm 1,4$	$< 2,9 [15], \text{ ЯМР};$
$(NH_4)_2SiF_6$ $NH_4ClO_4$	$0,012 \pm 0,003 [13]$	$0,0208 [13]$	$0,0115 [13]$	$2,1 \pm 0,4$	$4—8 [13], \text{ нейтронный}$
	$0,016 [14]$	—	$\sim 0,012 [2]$	$\sim 3$	$< 4,2 [15], \text{ ЯМР};$
$NH_4PF_6$	$0,015 [14]$	$\sim 0,019 [2]$	—	$\sim 3$	$< 2,1 [13], \text{ нейтронный}$
$K_4Fe(CN)_6 \cdot 3H_2O$	$0,025 \pm 0,003 [7]$	$0,053 [7]$	$0,020 (?) [7]$	$8,4 \pm 1,4$	$\sim 0,8 [14], \sim 8 [5], [13], \text{ нейтронный}$
		$0,025 [7] (\text{ЯМР})$	$0,014 (?) [7]$		$\sim 37 [7], \text{ нейтронный}; 8,4 \pm 1,7 [7], \text{ ЯМР}$

барьером ( $V_0 \leq 4$  кДж/Моль). В сомнительных случаях данные в табл. 2 отмечены знаком вопроса.

Для сравнения в табл. 2 приведены барьеры, которые получены по соотношениям, приведенным в работах [5, 7] в предположении наличия крутильных колебаний частотой  $\varepsilon/\hbar$ . Для веществ с относительно высоким барьером получено хорошее совпадение с данными ЯМР. Результаты изучения веществ с низким барьером ближе к данным ЯМР и свидетельствуют о сходстве динамики иона аммония в этих веществах ( $V_0(\varepsilon) \sim 3$  кДж/Моль).

Таким образом, предлагаемая форма интерпретации температурной зависимости наклона кривой  $\sigma_s^H(\lambda)$  позволяет определить энергетический параметр рассеивающей системы, характеризующий ее частотный спектр. В некоторых случаях этот параметр можно отождествить с энергией конкретных энергетических переходов в веществе.

Поступило в Редакцию 15.V.78

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Placzek G., Van Hove L. «Phys. Rev.», 1954, v. 93, N 6, p. 1207.
- Яник Е., Ковальская А. В кн.: Рассеяние тепловых нейтронов. Под ред. П. Эгельстаффа. М., Атомиздат, 1970, с. 422.

УДК 621.039.512:621.039.514

## Аналитическое решение уравнений кинетики

### Точечной модели реактора

ШЕПЕЛЕНКО А.А.

При анализе пускового режима реактора для качественного понимания процесса и выбора направления численного счета полезно использовать аналитические решения уравнений кинетики для произвольного временного изменения реактивности в достаточно широкой области с учетом нескольких групп запаздывающих нейтронов.

Среди известных в литературе решений (например, [1]) наиболее простой структурой обладает решение Гурвица для медленно меняющейся реактивности. Оригинальное решение Гурвица [2] не учитывает нейтроны от внешнего источника, спонтанного деления и т. п. Можно показать, что учет этого обстоятельства при сохранении предположений Гурвица относительно решения не приводит к удовлетворительному описанию поведения реактора в подкритической области. В настоящей работе строится новое решение уравнений кинетики для медленно меняющейся реактивности, лишенное этого недостатка.

Рассмотрим уравнения кинетики в точечном приближении:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{r-1}{\varepsilon} n + \sum_i \lambda_i c_i + \frac{Q}{\varepsilon}; \\ \frac{dc_i}{dt} &= \frac{b_i}{\varepsilon} n - \lambda_i c_i, \quad \varepsilon = \frac{\Lambda}{\beta}, \quad \sum_i b_i = 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t$  — время;  $n$  — плотность нейтронов;  $c_i$ ,  $\lambda_i$  — плотность и постоянная распада ядер — предшественников запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы;  $b_i$  — относительный выход запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы;  $\Lambda$  — время генерации нейтронов;  $\beta$  — общая

- Rush J. e.a. «J. Chem. Phys.», 1962, v. 37, N 2, p. 234.
- Herdade S. e.a. In: Neutr. Inel. Scatt. Vienna, IAEA, 1968, v. II, p. 197.
- Leung P. e.a. «J. Chem. Phys.», 1968, v. 48, N 11 p. 4912.
- Степанов С. Б., Житарев В. Е. «Атомная энергия», 1976, т. 44, вып. 2, с. 130.
- Rush J. e.a. «J. Chem. Phys.», 1966, v. 45, N 4, p. 1312.
- Райхард В. В кн.: Спектры медленных нейронов. М., Атомиздат, 1971, с. 255.
- Heinloth K. «Z. Phys.», 1961, Bd 163, N. 2, S. 218.
- Глезер В. В кн.: Спектры медленных нейронов. М., Атомиздат, 1971, с. 5.
- Землянов М. Г. В кн.: Inel. Scatt. Neutr. Solids and Liquids. Vienna, IAEA, 1965, v. II, p. 221.
- Gläser W. «Nukleonik», 1965, Bd 7, H. 2, S. 64.
- Leung P. e.a. «J. Chem. Phys.», 1972, v. 57, N 1, p. 175.
- Rush J. e.a. «Nucl. Sci. Engng», 1962, v. 14, № 4 p. 339.
- Richards R., Schaefer T. «Trans. Faraday Soc.», 1961, v. 57, P. 2, p. 210.

доли запаздывающих нейтронов;  $r$  — реактивность в единицах  $\beta$ ;  $Q\varepsilon^{-1}$  — скорость поступления нейтронов из внешнего источника.

Используя подстановку Гурвица

$$c_i = \frac{b_i}{\varepsilon \lambda_i} \left( \frac{\lambda_i}{p + \lambda_i} + x_i \right) n; \\ n = f(t) E(t, t_0); \quad E(t, \tau) = [\exp \int_{\tau}^t p(y) dy], \quad (2)$$

где  $p$  — наибольший корень уравнения обратных часов

$$Fr = p \left( \varepsilon + \sum_i \frac{b_i}{p + \lambda_i} \right),$$

получаем:

$$\varepsilon \frac{df}{dt} = f \sum_i b_i x_i + QE^{-1}(t, t_0); \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{f}{p + \lambda_i} + \frac{x_i f}{\lambda_i} \left( \lambda_i + p + f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right) = 0. \quad (4)$$

Гурвич предположил, что в уравнении (4)

$$\left| f^{-1} \frac{df}{dt} + x_i^{-1} \frac{dx_i}{dt} \right| \ll p + \lambda_i. \quad (5)$$

Подставляя значение  $x_i$  в этом приближении из (4) в (3), получаем легко решаемое дифференциальное