И. Л. Лукша, Е. А. Суханова
Гродненский государственный аграрный университет

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ»

Математике, как одной из фундаментальных общеобразовательных дисциплин, отводится особая роль в профессиональной подготовке будущих специалистов. Однако, анализируя математическую подготовку студентов ГГАУ, мы пришли к выводу, что традиционное изложение курса высшей математики носит информационный характер и не позволяет студентам осознать роль математики в их дальнейшей деятельности.

В связи с этим, использование практико-ориентированного подхода становится приоритетным в процессе обучения, так как в основу данной системы обучения положено утверждение: живут только те знания, которые находят применение на практике. Практико-ориентированное обучение дает хорошую возможность для оптимального сочетания теоретического и практического материала, демонстрации применения математических знаний в повседневной и профессиональной деятельности.

Рассмотрим реализацию практико-ориентированного подхода на примере изучения темы «Дифференцирование функций». Понятие производной функции является одним из важнейших понятий курса математического анализа, т. к. это понятие является основным в дифференциальном исчислении и служит исходной базой при построении интегрального исчисления.

В первую очередь, мы рассматриваем прикладные задачи, которые направлены на приобретение конкретных математических знаний. Обобщение и формализация метода решения задач приводит студентов к необходимости поиска значения, к которому стремится разностное отношение, т. е. к определению производной. Таким образом, создается наглядный материальный образ понятия производной.

Например, оптимизационная задача: определить цену, по которой следует продавать радиостанции, чтобы прибыль производителя была максимальной, если прибыль от реализации радиостанций описывается функцией $P(x)=400(15-x)(x-2)$, где x – цена одной единицы.

Проведем анализ решения. Рассмотрим геометрическую интерпретацию данной задачи. График функции прибыли, изображенный на рисунке 1, показывает, что существует оптимальная цена продажи, при которой прибыль производителя будет наибольшей. В геометрических терминах – это абсцисса вершины графика.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

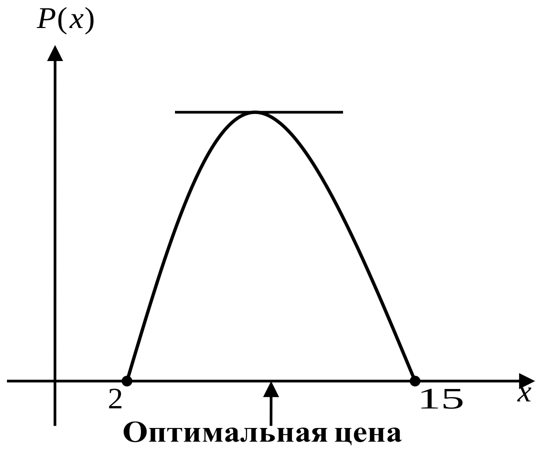


Рисунок 1 – График функции $P(x) = 400(15 - x)(x - 2)$

В этом относительно простом примере охарактеризуем вершину с помощью касательных к графику. В частности, вершина – это единственная точка на графике, в которой касательная горизонтальна, угловой коэффициент такой прямой равен нулю.

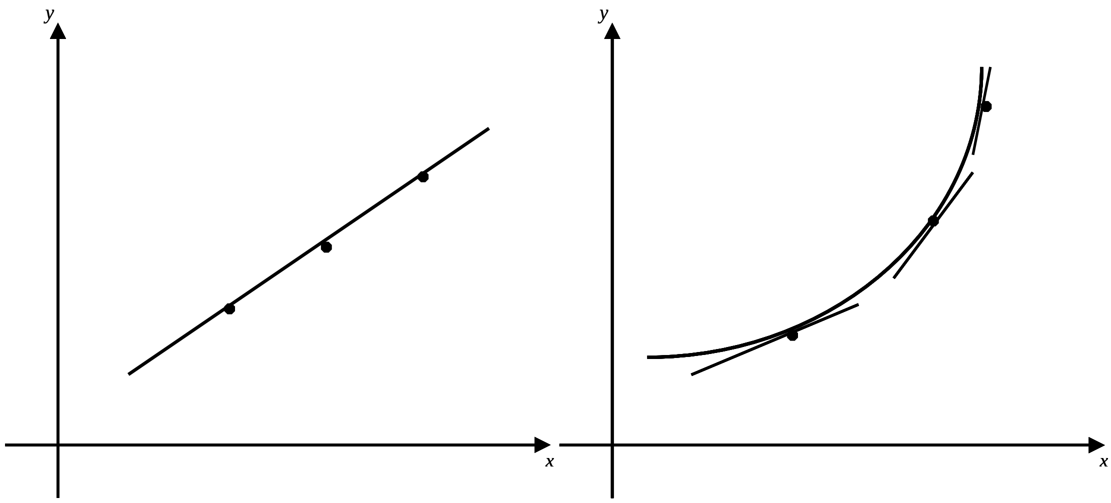
Следующая задача на определение скорости изменения функции по отношению к изменению независимой переменной, также приводит нас к необходимости введения понятия производной. С такими задачами мы сталкиваемся в различных областях знаний.

В механике – это задачи на определение скорости неравномерного прямолинейного движения, в биологии – скорости размножения колонии микроорганизмов, в экономике – отзывчивости производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в химии – скорости химической реакции.

В геометрии производная характеризует крутизну графика функции. В случае линейной функции, графиком которой является прямая, скорость ее изменения или крутизна будет постоянной и равной угловому коэффициенту прямой. Если же функция не линейная, то ее скорость изменения или крутизна не будет постоянной, а меняется при переходе от точки к точке. В этом случае скорость изменения функции по отношению к независимой переменной или крутизна графика функции удобно измерять угловым коэффициентом касательной к графику в данной точке. Данная ситуация проиллюстрирована на рисунке 2.

Из предыдущих рассуждений видно, что мы сможем решить оптимизационную задачу или посчитать скорость изменения функции, если найдем угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке. То есть, требуется решить следующую общую задачу: дана точка $(x,\ f(x))$ на графике функции $y = f(x)$, требуется найти угловой коэффициент касательной к графику в этой точке.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ



Линейная функция Нелинейная функция

Рисунок 2 – Скорость изменения функции равная угловому коэффициенту касательной

Из аналитической геометрии известно, как найти угловой коэффициент прямой проходящей через две точки. К сожалению, в данной ситуации мы знаем только одну точку на касательной, а именно точку касания $(x,\ f(x))$. Следовательно, непосредственно вычислить угловой коэффициент невозможно, и мы вынуждены найти другой способ, который и приводит нас к понятию производной как предела отношения приращения функции к приращению независимой переменной.

После введения понятия дифференцирования функции, можно привести полное решение рассматриваемой оптимизационной задачи.

Найдем значение x, цену одной радиостанции, которая максимизирует прибыль. Это значение, при котором угловой коэффициент касательной равен нулю. Так как угловой коэффициент касательной задается производной, вычислим производную функции прибыли и приравняем ее к нулю.

$$P(x) = 400(15 - x)(x - 2) = -400x^2 + 6800x - 12000$$

$$P'(x) = -800x + 6800$$

$$P'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -800x + 6800 = 0 \quad \Rightarrow \quad 800x = 6800 \quad \Rightarrow \; x = 8{,}5$$

Из этого следует, что $x = 8{,}5$ является координатой x вершины графика и что оптимальная цена продажи составляет $\$8{,}50$.

Основной целью изучения производной является раскрытие прикладного значения производной. Цель преподавателя математики состоит в том, чтобы научить учащихся умению решать задачи на применение производной.

При закреплении изучения темы «Дифференцирование функций», на практических занятиях студентам предлагается решить ряд тестовых

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

задач практического содержания на применение производной и дифференциала функции.

Таким образом, применение практико-ориентированного подхода в обучении позволяет решить одну из самых сложных педагогических проблем – мотивация студентов, а так же повысить интерес к математике, раскрыть роль математики в современной цивилизации; развить творческие способности студентов, умеющих самостоятельно применять свои знания для решения разнообразных проблем.

Список использованной литературы

1 Laurence D. Hoffmann, Gerald L. Finite Mathematics with calculus. – Bradley Copyright 1995 by McGraw-Hill, Inc.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ