$$\varepsilon_j = -2C_{\text{тп}}\,(G(\tau_j-\tau),\ \vartheta^{\text{э}}(\tau))\,\delta k\delta g;$$

$$A_{j1} = \left(G(\tau_j-\tau),\ \left\{2n^{\text{э}} - [(mc)_{\text{тв}}(mc)_{\text{тп}}]\frac{d\vartheta^{\text{э}}}{d\tau} - 2C_{\text{тп}}g\vartheta^{\text{э}}\right\}\right);$$

$$A_{j2} = -2C_{\text{тп}}\left(G(\tau_j-\tau),\ \left[(mc)_{\text{тв}}\frac{d\vartheta^{\text{э}}}{d\tau} + k\vartheta^{\text{э}}\right]\right).$$

Процесс вычисления функции Грина $G(\tau_j-\tau)$, которая в данном примере имеет смысл сопряженной функции температуры [11], виден из рис. 1.

Отметим, что функции $n^{\text{э}}(\tau)$ и $\vartheta^{\text{э}}(\tau)$ не подвергались предварительной статистической обработке (выравниванию). Тем не менее, как видно из таблицы, примененный алгоритм идентификации хорошо справился и с сильно «зашумленными» данными, что объясняется сглаживающим свойством операторов интегрирования (9а). Для решения рассмотренной обратной задачи традиционным методом [минимизация функционала (2) по алгоритму наискорейшего спуска] в зависимости от заданной точности вычисления $\Phi(a_i)$ потребовалось бы выполнить, как минимум, на порядок больше операций. К тому же вопрос о погрешности восстановленных k и g остался бы открытым.

Выводы и рекомендации. Таким образом, применение теории возмущений позволяет построить экономичную беспоисковую вычислительную процедуру для задачи параметрической идентификации. Метод может быть распространен на случай многомерной модели с нелинейными и нестационарными операторами.

При больших уровнях шумов экспериментального сигнала предпочтительны более консервативные к шумам функционалы вида $J_j = \int_0^{\tau_j} y^{\text{э}}(\tau)\,d\tau$, для которых теория возмущений строится аналогично при условии $P_j = 1$. Здесь также в качестве $z^{\text{э}}$ и $y^{\text{э}}$ могут использоваться данные статистических измерений R_{zz} и R_{zy}, т. е. соответственно авто- и взаимная корреляционные функции шумов этих сигналов.

Формулы теории возмущений (6) и (9) полезны для технической диагностики элементов ЯЭУ, выполняемой на основе анализа медленных изменений во времени параметров a_i. В этом случае идентификация по описанному алгоритму должна повторяться периодически в ходе ресурсных испытаний или эксплуатации ЯЭУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Усачев Л. Н.** В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М., Изд-во АН СССР, 1955, с. 251.
2. **Льюинс Дж.** Ценность. Сопряженная функция. М., Атомиздат, 1972.
3. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М., «Наука», 1974.
4. **Цирлин А. М., Балакирев В. С., Дудников Е. Г.** Вариационные методы оптимизации управляемых объектов. М., «Энергия», 1976.
5. **Марчук Г. И.** Методы вычислительной математики. М., «Наука», 1977.
6. **Пупко В. Я.** Препринт ФЭИ-176. Обнинск, 1969.
7. **Худсон Д.** Статистика для физиков. М., «Мир», 1970.
8. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов. М., «Мир», 1978.
9. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., «Наука», 1971.
10. **Технические** проблемы реакторов на быстрых нейтронах. М., Атомиздат, 1969.
11. **Пупко В. Я.** «Инж.-физ. журн.», 1966, т. XI, № 2, с. 242.

Поступила в Редакцию 21.01.79

УДК 539.173.4

Расчет альбедных характеристик многозонных блоков в гетерогенных системах

НОСОВ В. И., КОМПАНИЕЦ Г. В.

В практике реакторостроения при проведении вариантных расчетов различного рода гетерогенных систем довольно успешно используют малогрупповое диффузионное приближение [1—4]. Обычно при таком подходе в реакторе выделяют некоторые области, в которых применение диффузионного приближения является неоправданным, например в твэлах или регулирующих стержнях. В этом случае на границах таких областей (блоков) могут быть заданы соответствующие эффективные граничные условия, связывающие односторонние токи нейтронов на поверхностях раздела выделенных областей [5]. Для расчета эффективных граничных условий могут быть применены более точные, чем диффузионное, приближения (метод Монте-Карло, P_n-приближение, вероятностный метод и т. п. [5—7]). Как показано ранее [8], характеристики элементарной ячейки определяются с помощью вероятностного метода не хуже, чем в P_3-приближении, что уже вполне достаточно для большинства вариантных инженерных расчетов. Следует особо отметить, что этот метод, являясь наименее трудоемким из всех перечисленных (особенно по сравнению с методом Монте-Карло), позволяет получать результаты в аналитической форме и поэтому хорошо приспособлен для сочетания с прямыми гетерогенными методиками расчета [4], а также для вычисления разностных эффектов малого порядка.

Расчету граничных условий альбедного типа для поглощающих цилиндрических блоков вероятностным методом посвящены многие работы [6, 9]. В настоящей статье излагается методика расчета альбедных характеристик многослойных цилиндрических блоков, состоящих из произвольного числа размножающих, поглощающих и рассеивающих зон в любом сочетании. Это позволяет в случае необходимости включать в понятие «блок» и некоторую часть окружающей его области реактора, например замедлитель или зону с делящимся материалом, в которой применение диффузионного приближения может быть уже неоправданным из-за наличия больших градиентов потока нейтронов. В связи с тем что альбедные характеристики блоков используют в гетерогенных методах расчета реакторов, в том числе при решении задачи на собственное значение, здесь применен хорошо зарекомендовавший себя для блоков с размножением способ получения альбедных матриц по поколениям нейтронов.

Методика расчета. Пусть на исследуемый многозонный блок падает извне поток нейтронов. Тогда, если обозначить через вектор $\mathbf{I}^{\pm}(R)$ нейтроны всех энергетических групп, которые пересекают внешнюю поверхность рассматриваемого блока радиуса R, альбедные граничные условия на его поверхности в общем случае можно записать следующим образом:

$$\mathbf{I}^{+}(R) = \hat{\beta}\mathbf{I}^{-}(R). \qquad (1)$$

Здесь индекс «плюс» относится к нейтронам, выходящим из блока.

Падающие извне на рассматриваемый блок нейтроны группы i могут рассеиваться, поглощаться, делиться и давать начало новому поколению нейтронов, которые в свою очередь могут вылетать из блока, поглощаться в нем или вызывать последующее деление. Совокупность нейтронов, возникающих в результате l-го последовательного деления, будем называть поколением l. В соответствии с этим определением нейтроны, которые падают на блок и вылетают из него, не вызвав актов деления, относятся к поколению 0. Если в блоке нет размножающих зон, то падающие и выходящие из него нейтроны относятся к такому поколению ($l = 0$). В соответствии с этим альбедную матрицу $\hat{\beta}$ для рассматриваемой задачи удобно представить в виде

$$\hat{\beta} = \sum_{l=0}^{\infty} \hat{\beta}^{(l)} = \| \beta_{ji}^{(0)} \| + \| \beta_{ji}^{(1)} \| + \ldots, \qquad (2)$$

где $\beta_{ji}^{(l)} = I_{ji}^{+(l)}(R)/I_i^{-}(R)$ — отношение числа нейтронов поколения l, выходящих из блока в j-й энергетической группе, предшественниками которых были падающие на блок нейтроны только i-й энергетической группы, к полному числу падающих на блок нейтронов i-й группы.

При таком определении альбедных характеристик блока компоненты вектора $\mathbf{I}^{+}(R)$ записываются следующим образом:

$$I_j^{+}(R) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{g} \beta_{ji}^{(l)} I_i^{-}(R). \qquad (3)$$

Здесь нужно обратить внимание на то, что элементы матриц $\| \beta_{ji}^{(l)} \|$ в выражении (2) пропорциональны числу нейтронов деления ν_f при $l \geqslant 1$. Поэтому при гетерогенных расчетах в процессе поиска главного собственного значения ($K_{\text{эф}}$) матричные элементы, соответствующие разным поколениям, суммируются в соотношении (2) с множителем $(1/K_{\text{эф}})^l$ [10]. Следует отметить, что матрицы определяются лишь свойствами блоков и не зависят от внешней задачи.

Таким образом, процесс получения альбедной матрицы $\hat{\beta}$ блока сводится к расчету вероятностных характеристик отдельных зон и последующему вычислению элементов матриц $\| \beta_{ji}^{(l)} \|$ для каждого поколения нейтронов l. Методика вычисления характеристик отдельных зон в рамках метода вероятностей первого столкновения (ВПС) изложена в работе [9]. В многогрупповом представлении алгоритм решения предлагаемого метода расчета элементов матриц $\| \beta_{ji}^{(l)} \|$ развит в работе [11].

Физическая постановка задачи и принцип построения расчетной схемы определения альбедных матриц $\| \beta_{ji}^{(l)} \|$ сводятся в основном к следующему. Первоначально рассчитывают альбедо и функции пропускания отдельных зон. На основании этих вычисленных вероятностных характеристик определяют распределение по зонам всех групп падающих на блок нейтронов поколения 0. После этого по зонам блока формируют источники замедляющихся нейтронов, перешедших из верхних энергетических групп в нижние. Затем вычисляют вероятности всех событий для нейтронов, которые возникли от распределенных по зонам блока источников за счет замедления ($l = 0$). Таким способом рассчитывают все элементы альбедной матрицы поколения 0. Для нейтронов последующих поколений, рождающихся в блоке, применяется аналогичный подход, поскольку деление формально можно рассматривать как переход в другие группы (с изменением числа нейтронов в $\chi_i \nu_f$ раз). Вычисление альбедных характеристик для неразмножающих блоков является частным случаем в предлагаемом методе, так как расчет альбедной матрицы сводится тогда к определению элементов $\| \beta_{ji}^{(0)} \|$ для нейтронов поколения 0 ($l = 0$).

При вычислении альбедных матриц все зоны предполагают бесконечными по высоте, анизотропию рассеяния в блоке учитывают использованием транспортного сечения. Каждая зона n характеризуется радиусами R_{n-1}, R_n и обычным набором групповых макроскопических сечений: Σ_{tr}, $\Sigma_{n\gamma}$, Σ_{nf}, $\nu_f\Sigma_f$, $\Sigma^{ij}_{\text{пер}}$. В процессе вычисления альбедных характеристик используются следующие допущения, принятые в методе ВПС: равномерность падающего на блок потока нейтронов, постоянство плотности соударений рассеявшихся по зонам нейтронов, неизменность вероятностей при многократных отражениях на границах зон. Отсюда вытекают некоторые ограничения в применении метода, указанные в работах [5, 11]. В частности, предположение о постоянстве плотности соударений требует выбора достаточно тонких зон [5], чтобы $(R_n - R_{n-1})\ \Sigma_{\text{tot}\ i} \leqslant (1 \div 1{,}5)$, а в блоках с большим градиентом потока нейтронов $(R_n - R_{n-1})\ \Sigma_{\text{tot}\ i} < 0{,}5$ [11].

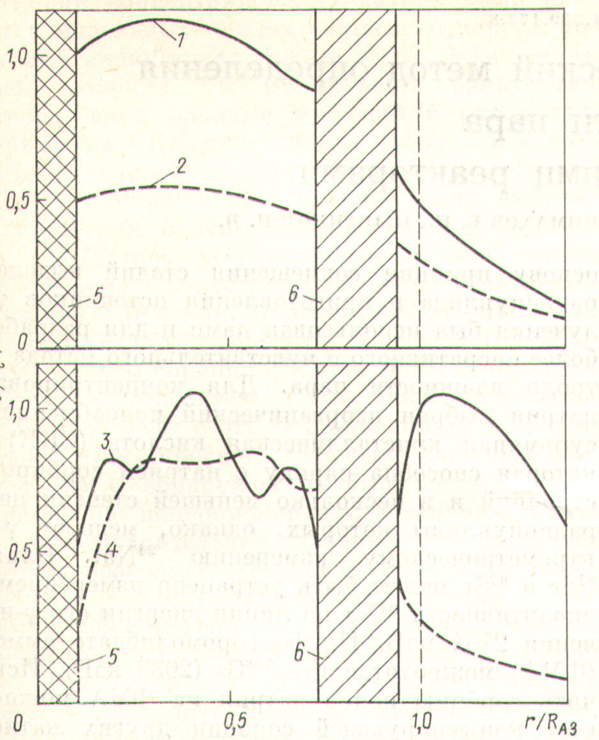
Результаты расчетов и обсуждение. Для иллюстрации возможностей развитого способа расчета и сравнения его с другими более точными методами, например методом Монте-Карло (ММК), проведены расчеты альбедных матриц $\hat{\beta}$ для разных составов блоков. В таблице приведены результаты расчета матриц в двухгрупповом представлении для трех типов блоков: размножающего (диаметр 24 мм), замедляющего (вода, диаметр 72 мм) и поглощающего, окруженного графитом. Последний тип блока представляет собой сложную многозонную область, центральный сердечник которой диаметром 76 мм выполнен из карбида природного бора. Далее следует конструкционная оболочка из стали толщиной 2 мм, затем воздушный зазор 5 мм и, наконец, слой графита толщиной 70 мм. В расчетах использовали общепринятые значения сечений. Для того чтобы исследовать зависимость поведения альбедо блока от числа зон разбиения, во всех рассмотренных случаях блоки делили на концентрические слои равной толщины, причем в поглощающем блоке на зоны делили только графит. Как показали расчеты, с ростом числа зон разбиения элементы альбедных матриц стремятся к некоторым асимптотическим значениям. Для размножающего блока элементы альбедных матриц уже с хорошей точностью вычисляются при разбиении его на три — четыре зоны. Для замедляющего блока (вода), где существенный вклад вносит учет многократного рассеяния нейтронов, элементы матриц при разбиении на 50 и 100 зон отличаются в пределах 2 %. Сопоставление с результатами вычислений по методу Монте-Карло [12] показало хорошее совпадение в пределах статистической погрешности ММК, которая составила в рассматриваемых случаях ~ 3—5 %. Следует отметить, что время вычисления альбедной матрицы по методу ВПС составляет ~ 2—3 с на БЭСМ-6.

Таким образом, развитый метод обладает достаточно хорошей точностью для инженерных

Альбедная матрица блоков различного типа

Тип блока	Номер поколения l	Число зон разбиения	Элементы матрицы $\Vert \beta^{(l)}_{ij} \Vert$: $\beta^{(l)}_{11}$ ВПС	$\beta^{(l)}_{11}$ ММК	$\beta^{(l)}_{12}$ ВПС	$\beta^{(l)}_{12}$ ММК	$\beta^{(l)}_{21}$ ВПС	$\beta^{(l)}_{21}$ ММК	$\beta^{(l)}_{22}$ ВПС	$\beta^{(l)}_{22}$ ММК
Размножающий*, диаметр 24 мм	0	1	0,742	0,742	0	0	0,020	0,019	0,182	0,191
		6	0,742	—			0,020	—	0,192	—
		10	0,742	—			0,020	—	0,195	—
	1	1	0,197	0,194	0,680	0,680	0,003	0,002	0,011	0,010
		6	0,196	—	0,676	—	0,003	—	0,010	—
	2	1	0,031	0,028	0,105	0,101	0,0005	0,0004	0,002	0,002
		6	0,031	—	0,100	—	0,0005	—	0,002	—
Замедляющий, диаметр 72 мм	0	1	0,770	0,770	0	0	0,205	0,182	0,892	0,911
		10	0,772	—			0,183	—	0,902	—
		50	0,772	—			0,175	—	0,907	—
		100	0,773	—			0,174	—	0,908	—
Поглощающий, окруженный графитом	0	1	0,792	0,830	0	0	0,043	0,041	0,768	0,832
		2	0,812	—			0,041	—	0,803	—
		6	0,830	—			0,039	—	0,834	—

* $\Sigma^{(s)}_{tr,\,1} = 0{,}15$; $\Sigma^{(s)}_{tr,\,2} = 0{,}5$; $\Sigma_{n\gamma,\,1} = \Sigma_{n\gamma,\,2} = 0$, $\nu_f = 1$; $\Sigma_{nf,\,1} = 0{,}1$; $\Sigma_{nf,\,2} = 1$; $\Sigma^{1,\,2}_{\text{пер}} = 0{,}03$



Распределение по радиусу реактора потоков нейтронов и сопряженных функций; *1*, *3* — потоки быстрых и тепловых нейтронов Φ_1 и Φ_2 соответственно; *2*, *4* — сопряженные функции Φ_1^* и Φ_2^*; *5* — поглощающий блок из карбида бора; *6* — твэл; $R_{АЗ}$ — радиус активной зоны; *r* — текущая координата

расчетов и высоким быстродействием, что, как уже отмечалось, позволяет эффективно сочетать его с прямыми гетерогенными методами расчета реакторов. Программа вычисления альбедных характеристик многозонного цилиндрического блока сложного состава вошла в комплексную программу PNK расчета гетерогенных систем в двухгрупповом приближении, написанную на языке ФОРТРАН для БЭСМ-6 [4].

Как иллюстрация одной из возможностей развитого метода и всего комплекса в целом на рисунке приведены результаты расчета распределения потоков нейтронов и сопряженных функций по радиусу гетерогенного реактора, состоящего из центрального поглощающего блока и периферийных твэлов, которые равномерно располагаются по кольцам с заданной симметрией (замедлитель — вода). Интересно отметить разный характер поведения потока тепловых нейтронов Φ_2 и сопряженной функции Φ_2^* вблизи поглощающего блока и твэла.

Выводы. В рамках метода ВПС разработана методика расчета альбедных характеристик для многослойных цилиндрических блоков, состоящих из любого числа и сочетания размножающих, поглощающих и рассеивающих зон. Разработан алгоритм решения в многогрупповом представлении для БЭСМ-6 и составлена быстродействующая программа MPFC расчета альбедных характеристик многозонного блока сложного состава. Из приведенных результатов вычислений видно, что альбедные характеристики (матрицы) для наиболее типичных гетерогенных особенностей, полученные предполагаемым методом, не уступают по точности результатам расчетов по ММК. Учитывая достаточную точность изложенного метода в сочетании с высоким быстродействием, можно рекомендовать его для получения альбедных характеристик в вариантных инженерных расчетах.

В заключение заметим, что программа MPFC является составной частью комплексной программы PNK расчета гетерогенных систем в двухгрупповом приближении [4].

Авторы выражают благодарность Е. С. Глушкову за полезное обсуждение работы и Р. П. Петрушенко за проведенные расчеты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фейнберг С. М. и др.** Теория ядерных реакторов. Т. 1, М., Атомиздат, 1978.
2. **Пономарев-Степной Н. Н.** и др. «Jaderna energie», 1974, v. 20, N 2, p. 37.
3. **Носов В. И.** «Атомная энергия», 1967, т. 23, вып. 1, с. 25.
4. **Носов В. И., Компаниец Г. В., Петрушенко Р. П.** Препринт ИАЭ-2867. М., 1977.
5. **Stuart G.** «Nucl. Sci. Engng», 1957, v. 2, N 5, p. 617.
6. **Гришанин Е. И.** «Атомная энергия», 1964, т. 16, вып. 3, с. 234.
7. **Спанье Д. Ж., Гельбард З.** Метод Монте-Карло и задачи переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1972.
8. **Галанин А. Д.** В кн.: Нейтронная физика. М., Атомиздат, 1961, с. 125.
9. **Носов В. И., Компаниец Г. В.** Препринт ИАЭ-2308, М., 1973.
10. **Усачев Л. Н.** В кн.: Труды I Женевской конф. Докл. сов. ученых. М., Изд-во АН СССР, 1955, с. 251.
11. **Компаниец Г. В., Носов В. И.** Препринт ИАЭ-2447. М., 1974.
12. **Барков С. Н.** «Атомная энергия», 1969, т. 27, вып. 4, с. 335.

Поступила в Редакцию 26.06.79