

Рассмотрение сводится к решению задачи на условный экстремум. Получены аналитические решения для случаев, когда плотности распределения доз представлены в виде гистограмм или аналитических зависимостей. Вычислены значения оптимального объема выборки для каждой профессиональной группы.

На основе приведенных материалов рассчитана вероятность превышения заданной дозы ($1/3$ ПДД) для различных профессиональных групп. Для персонала, проводящего рентгенодиагностику и внутриполостную терапию традиционными методами введения источников, она составляет 0,3; радиоизотопную диагностику традиционными методами — 0,035; дистанционную терапию — $3 \cdot 10^{-5}$ и при эксплуатации генераторов — 0,3.

Таким образом, при рентгенодиагностике, радиоизотопной диагностике с помощью генераторов короткоживущих изотопов (на первом этапе их использования) проведение индивидуального контроля обязательно. При использовании методов дистанционной автоматизированной полостной терапии и традиционных методов радиоизотопной диагностики индивидуальный контроль за уровнями облучения персонала проводить нецелесообразно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петросьянц А. М. От научного поиска к атомной промышленности. Современные проблемы атомной науки и техники в СССР. Изд. 3-е. М., Атомиздат, 1976.
2. Польский О. Г., Голиков В. Я. В кн.: Материалы III научно-практич. конф. по радиационной безопасности. М., изд. ВЦНИИОТ, 1976, с. 7.
3. Польский О. Г., Коренков И. П., Калашин В. М. «Изотопы в СССР», 1977, № 47, с. 23.
4. Hokr J. «Jaderna energie», 1974, v. 20, N 40, p. 331.
5. Сиборг Г. «Атомная техника за рубежом», 1972, № 4, с. 38.
6. Afterloading in Radiotherapy. N.Y., 1971, p. 302.
7. Павлов А. С. и др. IV Женевск. конф., 1971. Докл. СССР № 437.
8. Павлов А. С., Пирогов А. М., Трахтенберг А. Х. Лечение рака легкого. М., «Медицина», 1978, с. 258.
9. Иванов В. И., Салимов О. Н. В кн.: Вопросы дозиметрии и защиты от излучений. Вып. 18. М., Атомиздат, 1979, с. 65.
10. Sources and Effects of Ionizing Radiation. U.N. Scientific Committee of the Effects of Atomic Radiation. Rep. to the General Assembly. N.Y., 1977.
11. Салимов О. Н., Иванов В. И., Клейменова Л. В. Распределение доз среди персонала рентгеновских кабинетов в зависимости от профессии. Труды конф. «Труд и здоровье медицинских работников». Паламга, 19—21 сент. 1977.
12. Голиков В. Я. и др. В кн.: Тезисы докл. 2-й Всесоюз. науч. конф. по защите от ионизирующих излучений ядерно-технических установок. М., изд. МИФИ, 1978, с. 93.

Поступила в Редакцию 03.07.79

УДК 621.384.6.01

Нелинейная зависимость эффектов интенсивности от числа частиц в кольцевом токе

Арутюнян С. Г. Нагорский Г. А.

Расчет ускорителей и накопителей на большие токи существенно зависит от эффектов интенсивности, т. е. от влияния собственного поля пучка на динамику его движения. Обычно это поле находится из уравнений Максвелла, в правую часть которых подставляют усредненные значения заряда и тока пучка.

Кроме того, делается предположение о совпадении полей зарядов пучка с полем равномерно и прямолинейно движущейся заряженной частицы [1].

В настоящей работе рассмотрена задача самодействия кольцевого тока (расчеты для более сложных конфигураций тока затруднены). Для полей частицы, движущейся по окружности с постоянной скоростью, выписаны точные формулы Лиенара—Вихерта [2]. Затем с помощью метода суммирования Плана [3] найдена сила Лоренца, действующая на одну из частиц со стороны всех остальных. В полученных формулах видна нелинейная зависимость от числа частиц в кольцевом токе. Рассмотрены различные частные случаи полученных формул.

Показано, что в ультрарелятивистском случае для рассматриваемой задачи при любой плотности тока нельзя пользоваться приближением поля прямолинейно движущегося заряда.

Одновременная картина поля. Найдем электрические и магнитные поля, создаваемые частицей с энергией γ в единицах mc^2 , движущейся по окружности радиуса R , в точке наблюдения с координатами $(\rho + R, \Phi, z)$ в цилиндрической системе координат в момент времени t .

Вектор от частицы в запаздывающий момент времени t' , направленный в точку наблюдения, удобно представить в виде $\frac{R\Delta}{\beta} [v_1 e_1(\theta) + v_2 e_2(\theta) + v_3 e_3]$, где e_i — орты цилиндрической системы координат; $\theta = -\Delta < 0$ — азимут частицы в запаздывающий момент времени; βc — скорость частицы. Направляющие косинусы v_1, v_2, v_3 равны:

$$\begin{aligned} v_1 &= (\beta/\Delta) [(1 + \rho/R) \cos(\Phi + \Delta) - 1]; \\ v_2 &= (\beta/\Delta) [1 + \rho/R] \sin(\Phi + \Delta); \\ v_3 &= (\beta/\Delta) (z/R). \end{aligned} \quad (1)$$

Для определения Δ получим $\Delta^2/\beta^2 = 1 + (1 + \rho/R)^2 - 2(1 + \rho/R) \cos(\Phi + \Delta) + (z^2/R^2)$. (2)

Используя формулы для запаздывающих потенциалов, представим поля E и H в точке наблюдения $(\rho + R, \theta, z)$, как функции параметров v_1, v_2, v_3, Δ :

$$E = \frac{e\beta^2}{(R\gamma\Delta)^2(1-\beta v_2)^3} \{ [\beta\gamma^2\Delta(1-\beta v_2) + v_1(1 - \beta\gamma^2\Delta v_1)] e_1(\theta') + (1-\beta\gamma^2\Delta v_1)[(v_2-\beta) e_2(\theta') + v_3 e_3] \}; \quad (3)$$

$$H = \frac{e\beta^3}{(R\gamma\Delta)^2(1-\beta v_2)^3} \{ v_3 [(1-\beta\gamma_1\gamma^2\Delta) e_1(\theta') + \gamma^2\Delta(1-\beta v_2) e_2(\theta')] - [v_1 + \gamma^2\Delta v_2 - \beta\gamma^2\Delta(v_1^2 + v_2^2)] e_3 \}. \quad (4)$$

Кольцевой ток. Вычислим самодействие кольцевой системы из N частиц, движущихся эквидистантно по окружности радиуса R . Формулы (3), (4) при $z = 0$ и $\rho = 0$ позволяют представить радиальную $f_{\perp}$ и тангенциальную $f_{\parallel}$ составляющие силы Лоренца, которые действуют на частицу, находящуюся на угловом расстоянии Φ относительно другой, в следующем виде:

$$\frac{4R^2}{e^2} f_{\perp} = \left[\frac{1+\beta^2}{(1-\beta \cos \chi) \sin \chi} - \frac{\beta^2 \sin \chi}{\gamma^2 (1-\beta \cos \chi)^3} \right] \equiv g_{\perp}(\chi); \quad (5)$$

$$\frac{4R^2}{e^2} f_{\parallel} = \left[\frac{\beta + \cos \chi}{(1-\beta \cos \chi) \sin^2 \chi} + \frac{\beta^2 (\beta - \cos \chi)}{(1-\beta \cos \chi)^3} \right] \equiv g_{\parallel}(\chi), \quad (6)$$

где угол $\chi = (\Phi + \Delta)/2$ удовлетворяет вытекающему из выражения (2) уравнению

$$\chi = \Phi/2 + \beta \sin \chi. \quad (7)$$

Полная сила Лоренца F , действующая на каждую из N частиц, представляется в виде суммы

$$F_{\perp, \parallel} = \sum_{j=1}^{N-1} f_{\perp, \parallel}(\chi_j), \quad (8)$$

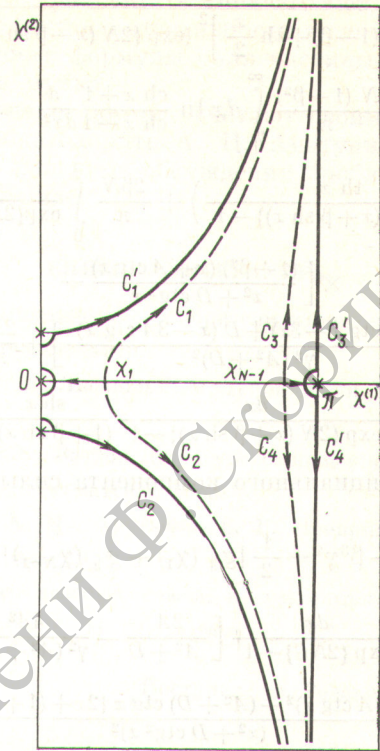
где χ_j есть решение уравнения (7) при $\Phi = 2\pi j/N$ ($j = 1, \dots, N-1$).

Для вычисления этой суммы применим формулу Плана [3], в которой интегрирование по индексу суммирования j в формуле (8) заменим интегрированием по $\chi = \chi(j)$.

В результате вместо (8) получим формулу

$$F_{\perp, \parallel} = \frac{1}{2} [f_{\perp, \parallel}(\chi_1) + f_{\perp, \parallel}(\chi_{N-1})] + \frac{N}{\pi} \int_{\chi_1}^{\chi_{N-1}} f_{\perp, \parallel}(\chi) (1-\beta \cos \chi) d\chi + \frac{N}{\pi} \sum_{k=1}^4 \mu_k \int_{c_k} \frac{f_{\perp, \parallel}(\chi) (1-\beta \cos \chi) d\chi}{\exp \{2i\varepsilon_k N (\chi - \beta \sin \chi)\} - 1}, \quad (9)$$

где $-\mu_1 = -\mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = -\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$ и контуры интегрирования c_k на плоскости $\chi = \chi^{(1)} + i\chi^{(2)}$ выбраны так, чтобы мнимая часть показателя экспоненты была постоянной. Контуры c_k , зависящие от числа частиц N , удобно совместить с предельными контурами c'_k , в ко-



Комплексная плоскость переменной интегрирования χ в формуле (9): — — — — c_k ($k=1, 2, 3, 4$) — контуры интегрирования; — — — — c'_k — контуры интегрирования в пределе $N \rightarrow \infty$, за исключением отрезков $[0, \chi_1]$, $[\chi_{N-1}, \pi]$, получающихся при деформации c_k к c'_k .

которые переходят контуры c_k при $N \rightarrow \infty$. Обход полюсов указан на рисунке. Возникающие при этом дополнительные вклады вдоль действительной оси объединяются с первым интегральным членом формулы (9). Приведение интегралов по контурам c'_k к интегралам по действительной оси дает для радиального компонента силы Лоренца следующую формулу:

$$\begin{aligned} \frac{4R^2}{e^2} F_{\perp} = & -\frac{2N(1+2\beta^2)}{\pi} - \frac{2\beta^2(1+\beta^2)\gamma^3}{\pi} - \frac{\beta N}{\pi(E-1)} \times \\ & \times \left[(1+\beta^2)(2+\beta \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} + 1-\beta) \right] + \frac{1}{2} [g_{\perp}(\chi_1) + \\ & + g_{\perp}(\chi_{N-1})] + \frac{N(1+\beta^2)}{\pi} \int_0^{\ln \frac{\gamma+1}{\beta\gamma}} dx \ln \frac{\operatorname{ch} x + 1}{\operatorname{ch} x - 1} \frac{d}{dx} \times \\ & \times \left(\frac{\operatorname{th} x}{\exp \{2N(x - \beta \operatorname{sh} x)\} - 1} \right) - \frac{4\beta^2 N}{\pi\gamma^2(1+\beta)^2} \times \\ & \times \int_0^{\ln \frac{\gamma+1}{\beta\gamma}} \frac{dx}{\gamma(1-\beta) - \operatorname{th} \frac{x}{2}} \frac{d}{dx} \times \end{aligned}$$

$$\times \left(\frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{x}{2} \left[\gamma (1-\beta) + \operatorname{th} \frac{x}{2} \right]^2 (\exp \{2N(x-\beta \operatorname{sh} x) - 1\})} \right) +$$

$$+ \frac{N(1+\beta^2)}{\pi} \int_0^\infty dx \ln \frac{\operatorname{ch} x + 1}{\operatorname{ch} x - 1} \frac{d}{dx^2} \times \quad (10)$$

$$\times \left(\frac{\operatorname{th} x}{\exp \{2N(x+\beta \operatorname{sh} x) - 1\}} \right) + \frac{2\beta N}{\pi} \int_0^\pi \frac{dx}{\exp \{2NG\} - 1} \times$$

$$\times \left[\frac{(1+\beta^2)(x+A \operatorname{ctg} x)}{x^2 + D \operatorname{ctg}^2 x} + \right.$$

$$\left. + \frac{A^2(A \operatorname{ctg} x - 3x) + D(x - 3A \operatorname{ctg} x)}{\gamma^2(A^2 + D)^2} \right] + \frac{2N\beta^2}{\pi \gamma^2} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{dx}{\exp \{2N(x+\beta \operatorname{sh} x) - 1\}} \frac{\operatorname{sh} x}{(1+\beta \operatorname{ch} x)^2},$$

а для тангенциального компонента силы Лоренца выражение

$$\frac{4R^2}{e^2} F_{\parallel} = \frac{8}{3} \beta^3 \gamma^4 + \frac{1}{2} [g_{\parallel} (\chi_1) + g_{\parallel} (\chi_{N-1})] + \frac{2\beta N}{\pi} \times$$

$$\times \int_0^\pi \frac{dx}{\exp \{2NG\} - 1} \left[\frac{2A}{A^2 + D} - \frac{4A^2}{\gamma^2(A^2 + D)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1+\beta^2)(x+A \operatorname{ctg} x)^2 - (A^2 + D) \operatorname{ctg} x [2x + (1+\beta^2) \operatorname{ctg} x]}{(x^2 + D \operatorname{ctg}^2 x)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\beta N}{\pi} \int_0^\pi dx \operatorname{ctg} x \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin^2 x}{(A^2 + D) (\exp \{2NG\} - 1)} \right) \right], \quad (11)$$

где $E = \exp \left\{ 2N \left(\ln \frac{\gamma+1}{\beta\gamma} - \frac{1}{\gamma} \right) \right\}$; $A = 1 - x \operatorname{ctg} x$;

$D = x^2 - \beta^2 \sin^2 x$; $G = \ln [(x + \sqrt{D}) / (\beta + \sin x)] - \sqrt{D} \operatorname{ctg} x$.

Видно, что сила Лоренца зависит от двух параметров — N и γ . Однако анализ поведения экспонент показывает, что характерными параметрами задачи являются $\tilde{N} = N/\gamma^3$ и γ . Для существующих ускорителей и накопителей частиц высоких энергий $\tilde{N} \ll 1$ [4]; при этом почти все члены в формулах (10) и (11), кроме последнего в формуле (10), одного порядка и зависят от $\tilde{N}$ существенно нелинейным образом.

В ультрарелятивистском случае, когда $\gamma \gg 1$, функции $F_{\perp}$, $F_{\parallel}$ разлагаются в ряд по обратным степеням γ^2 :

$$F_{\perp, \parallel} = \gamma^{a_{\perp, \parallel}} \sum_{n=0}^{\infty} F_{\perp, \parallel}^{(n)} (\tilde{N}) \gamma^{-2n}, \quad (12)$$

где $a_{\perp} = 3$, $a_{\parallel} = 4$. То, что в сумме участвуют только члены с четными степенями, становится очевидным после замены переменной интегрирования x на z/γ . Заметим, что возможна зависимость $F^{(n)}(\tilde{N})$ от $\ln \gamma$. При больших γ существен

только первый не исчезающий член разложения (12).

Для радиального компонента в случае $\tilde{N} \gg \gamma^{-3}$ получим выражение вида

$$F_{\perp}^{(0)}(\tilde{N}) = -\frac{3\tilde{N}}{\pi} + \frac{2C\tilde{N}}{\pi} - \frac{8}{\pi} + \frac{2\tilde{N}}{\pi} \ln \frac{8\tilde{N}\gamma^4}{\pi} +$$

$$+ \frac{4\tilde{N}}{\pi(1-M)} + \frac{2(1+u^4)}{u(1+u^2)^3} - \frac{4\tilde{N}}{\pi} \int_0^1 dz \ln z \frac{d^2}{dz^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{z}{\exp [k(z)] - 1} \right\} - \frac{8\tilde{N}}{\pi} \int_0^1 \frac{dz}{(1+z)^3} \times$$

$$\times \frac{\exp [k(z)] [1 - \tilde{N}z(1+z)^2] - 1}{\{\exp [k(z)] - 1\}^2} + \frac{8\tilde{N}}{\pi} \int_0^\infty \frac{dz}{\exp [p(z)] - 1} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{3+4z} - \frac{3}{(9+4z)^2} \right], \quad (13)$$

где C — постоянная Эйлера; $M = \exp \left[\frac{2}{3} \tilde{N} \right]$;

$u = \left(\sqrt{\frac{9\pi^2}{\tilde{N}^2} + 1} + \frac{3\pi}{\tilde{N}} \right)^{1/3} - \left(\sqrt{\frac{9\pi^2}{\tilde{N}^2} + 1} - \frac{3\pi}{\tilde{N}} \right)^{1/3}$ —

действительный корень уравнения $u^3 + 3u - 6\pi/\tilde{N} = 0$; $k(z) = \tilde{N}z(1-z^2/3)$; $p(z) = \frac{2}{3} \tilde{N} \times$

$\times \left(1 + \frac{4}{3} z \right) \sqrt{1 + \frac{z}{3}}$.

В предельном случае $\gamma^{-3} \ll \tilde{N} \ll 1$ первый не исчезающий член разложения (12) имеет вид

$$F_{\perp}^{(0)}(\tilde{N} \rightarrow 0) = 1/2\pi. \quad (14)$$

В другом предельном случае $\tilde{N} \gg 1$ первый член асимптотического разложения (12) имеет вид

$$F_{\perp}^{(0)}(\tilde{N} \rightarrow \infty) = \frac{4\tilde{N}}{\pi} \left(\ln \frac{2\tilde{N}\gamma^2}{\pi} + C \right). \quad (15)$$

Заметим, что формула для радиальной силы, полученная в приближении поля прямолинейно движущегося заряда, содержит дополнительный множитель $\sim \gamma^{-2}$ по сравнению с выражением (15). При $\tilde{N} \sim 1$ все члены выражения (13) сравнимы по величине.

Отношение радиального компонента $F_{\perp}$ самодействия пучка к внешней силе, обеспечивающей круговое движение одиночной частицы по окружности радиуса R , в некоторых случаях (например, в адгезаторах, где $\gamma \sim 10$; $N \sim 10^{13}$; $R \sim 1$ см [5]) может быть порядка единицы. Однако для больших электронных и протонных накопителей и ускорителей важным становится не это отношение, которое для них меньше единицы, а сдвиг частоты бетатронных колебаний, возникающий из-за самодействия пучка. Соответствующий анализ, представляющий значительный интерес, связан, однако, с большими расчетными трудностями.

Для тангенциального компонента в случае $N^* \gg \gamma^{-3}$ первый член разложения (12) имеет вид

$$F_{||}^{(0)}(N^*) = \frac{8}{3} + \frac{2(1+u^2+2u^4)}{u^2(1+u^2)^3} - \frac{N^*}{2\pi^2} + \\ + \frac{12N^*}{\pi} \int_0^\infty \frac{dz}{\exp\{p(z^2)\}-1} \left[\frac{1}{9+4z^2} - \frac{6}{(9+4z^2)^2} - \right. \\ \left. - \frac{3-4z^2}{(3+4z^2)^2} \right] + \frac{18N^*}{\pi} \int_0^\infty \frac{dz}{z} \frac{d}{dz} \times \\ \times \left(\frac{1}{(9+4z^2)(\exp\{p(z^2)\}-1)} \right). \quad (16)$$

В предельном случае $\gamma^{-3} \ll N^* \ll 1$ из формулы (16) получим

$$F_{||}^{(0)}(N^* \rightarrow 0) = -\left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right). \quad (17)$$

В обратном предельном случае при $N^* \gg 1$ для первого члена разложения (12) имеем

$$F_{||}^{(0)}(N^* \rightarrow \infty) = \frac{112}{3} \frac{\pi^2}{N^2}. \quad (18)$$

Полученные результаты показывают, что при расчете эффектов интенсивности желательно учитывать точные формулы поля частицы и дискретность тока пучка.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить А. Ц. Амагуни за многочисленные полезные обсуждения проблемы и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. М., Атомиздат, 1970.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., «Наука», 1973.
3. Уиттекер Э., Ватсон Дж. Курс современного анализа. Ч. 1. М., Физматгиз, 1963.
4. Амагуни А. Ц., Арутюнян С. Г. Препринт ЕФИ-288 (13). Ереван, 1978.
5. Труды 5-го Всесоюз. совещ. по ускорителям заряженных частиц. Т. II. М., «Наука», 1977.

Поступила в Редакцию 08.01.79

УДК 621.384.83—034.822

Изотопный анализ нанограммовых проб урана

ГАЛЛЬ Р. Н., КОРОЧКИН А. М., ЛЕДНЕВ В. А., СОКОЛОВ Б. Н., ВЯЧИН В. Н.

При масс-спектрометрическом изотопном анализе твердых проб в ядерной физике, геологии и космохимии часто встречаются аналитические задачи, которые необходимо решить, располагая чрезвычайно малым, вплоть до 10^{-10} г, количеством анализируемого вещества. В этих случаях к аппаратуре и методике измерений предъявляются специфические требования, в частности чувствительность масс-спектрометра должна быть очень высокой. Это может быть достигнуто использованием метода поверхностной ионизации в источнике ионов, вторично-электронного умножителя в системе регистрации ионных токов и дискретной развертки масс-спектра, применение которой значительно уменьшает потери пробы в течение анализа, и при одновременном сокращении времени анализа позволяет повысить его точность.

При анализе малых проб возрастают требования к соблюдению повторяемости условий анализа, так как даже небольшие отступления от них, например во временном режиме или вакуумных условиях, вызывают заметную невоспроизводимость результатов измерений. Для стандартизации временного режима измерений следует применять автоматизированные системы регистрации с последующей автоматической обработкой результатов измерений. Для обеспечения одинаковых вакуумных условий желательно не применять

источники ионов, требующие вскрытия масс-спектрометра для смены анализируемой пробы. В масс-спектрометре должен быть мал уровень «памяти» от предшествующих проб, что особенно существенно при анализах проб, сильно различающихся по изотопной распространенности или по величине.

Перечисленные условия для анализа малых проб с высокой точностью в большой мере обеспечены в масс-спектрометре МИ1320 [1, 2]. Этот прибор обладает высокими техническими характеристиками: коэффициент использования пробы 0,05%, порог чувствительности $2 \cdot 10^{-13}$ г, изотопическая чувствительность $3 \cdot 10^{-6}$, сходимость и воспроизводимость измерений изотопных отношений при отношении 1 : 100 составляет приблизительно $\leq 0,1$ и $\leq 0,05$ отн. % соответственно. Эти характеристики относятся к пробам урана с природным или близким к природному содержанием изотопов, причем для обеспечения точностных параметров использовались относительно большие навески проб ($\sim 1 \cdot 10^{-4}$ г по урану).

В настоящей работе описываются результаты исследований по достижимой точности анализа на масс-спектрометре МИ1320 нанограммовых проб урана. В качестве пробы использовали раствор в азотной кислоте концентрации 0,3 н. уранилнитрата с естественной распространенностью изотопов (табл. 1).