УДК 621.039.51.12:539.125.52

Исследование эффективности приближенных методов расчета нейтронных полей

ГОРОДКОВ С. С.

Наиболее распространенный метод расчета нейтронных полей в реакторах — гомогенно-диффузионный, при котором все ячейки реактора заменяются гомогенными и перенос нейтронов в них описывается диффузионным уравнением

$$D^i\Delta\Phi(\mathbf{r})-\Sigma_a^i\Phi(\mathbf{r})+S^i=0. \qquad (1)$$

Коэффициенты D^i, Σ_a^i (гомогенные константы) и S^i постоянны в пределах одной ячейки. Традиционный способ получения Σ_a^i — усреднение истинного сечения поглощения по потоку нейтронов, полученному из кинетического расчета бесконечной однородной решетки, составленной из ячеек i-го сорта. Гомогенно-диффузионная ячейка с Σ_a^i эквивалентна исходной в отношении вероятности поглощения в ней нейтронов. Прямое соответствие между D^i и какой-либо характеристикой исходной ячейки отсутствует. Приближенная связь между D и Σ_{tr} устанавливается в этом способе гомогенизации с помощью упрощающих предположений ($l_a \ll l_s$ либо предполагается изменение потока нейтронов в бесконечной однородной решетке), которые справедливы не для всех реальных случаев.

Другой способ гомогенизации основан на предположении Селенгута [1] о том, что эквивалентная гомогенная ячейка извне не должна отличаться от исходной. Наиболее полно этот подход разработан Боналуми [2]. При этом ячейки должны быть эквивалентны в отношении γ_0-симметричных и γ_1-антисимметричных составляющих тока и потока нейтронов на поверхности ячейки. Для получения γ_0 и γ_1 рассчитывают одну ячейку, окруженную бесконечным замедлителем, в котором на большом расстоянии от центра располагается источник, приводящий к симметричному или антисимметричному решению. Диффузионный расчет бесконечной однородной решетки при использовании D и Σ_a, полученных из γ_0 и γ_1, не приведет к результату, совпадающему с кинетическим расчетом. Однако с помощью предложенной Боналуми простой перенормировки потока и источника нейтронов в уравнении (1) можно добиться совпадения и в этом случае. Таким образом, для вычисления гомогенных констант одной ячейки требуются три кинетических расчета.

В гетерогенно-диффузионном методе, развитом Галаниным и Фейнбергом [3], вся ячейка заполнена замедлителем, а твэл или поглощающий стержень имитируется нитевидным источником или стоком, так что нейтроны распределяются по уравнению

$$D^0\Delta\Phi(\mathbf{r})-\Sigma_a^0\Phi(\mathbf{r})+\beta_0\Phi^{ext}\delta(\mathbf{r})=0, \qquad (2)$$

где Φ^{ext} — поток нейтронов, создаваемый в точке $\mathbf{r}=0$ всеми внешними по отношению к ячейке источниками, а β_0 — монопольная гетерогенная константа, характеризующая стержень. В уравнение (2) иногда вводят член дипольного типа

$$-2\beta_1\nabla\Phi^{ext}\nabla\delta(\mathbf{r}), \qquad (3)$$

позволяющий учитывать отличие транспортных характеристик стержня от аналогичных характеристик замедлителя.

Гетерогенный метод был развит в предположении, что в замедлителе справедливо диффузионное приближение, и поэтому считался неприменимым, например, для расчета тесных уран-водных решеток, выполняемого по гомогенно-диффузионным программам. Между тем если предположить, что в модельной ячейке перенос нейтронов описывается уравнениями (2) и (3), то можно подобрать параметры β_0 и β_1 так, чтобы эта ячейка была эквивалентна исходной в том же смысле, что и гомогенная. Поэтому наряду с методом гомогенизации можно использовать, и, по-видимому, не менее успешно, также и метод гетерогенизации. При этом, если известны константы одного типа, нет необходимости обращаться к кинетическим расчетам отдельных ячеек, чтобы вычислить константы другого. Следует установить, по каким характеристикам требуется эквивалентность, определить из известных гомогенных (гетерогенных) констант конкретные значения этих характеристик, а затем найти гетерогенные (гомогенные) константы, дающие те же значения. Эквивалентные гомогенная и гетерогенная ячейки различаются внешними свойствами второй и более высоких азимутальных гармоник нейтронного потока. Поэтому расхождение двух расчетов, не отягощенное другими приближениями, будет указывать на погрешность, обусловленную различием высших азимутальных характеристик исходной и эквивалентной ячеек. А как скажется неучитываемая анизотропия потока нейтронов и другие возможные эффекты? Какова вообще погрешность этих подходов, заключающихся в том, что, приняв некоторую форму эквивалентности, можно сразу заменить кинетический расчет диффузионным?

Дать конкретные ответы на эти вопросы заранее невозможно. Ясное представление о погрешности того или иного метода можно получить, по-видимому, только путем сравнения с серией точных

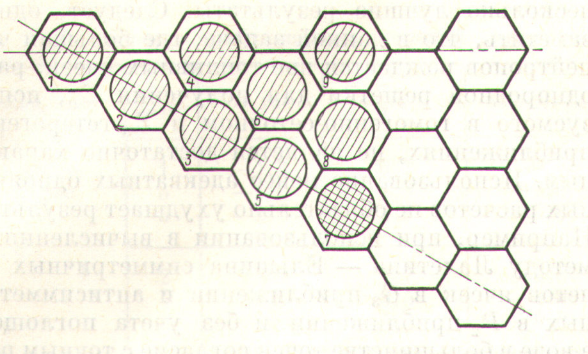

Рис. 1. Элемент симметрии решетки для двумерного кинетического теста

расчетов. С этой целью рассмотрен односкоростной расчет гексагональной решетки, выполненный методом Монте-Карло [4]. Элемент симметрии решетки изображен на рис. 1. На правой внешней его границе показано условие отражения. Шаг решетки равен 0,8 см. Внешние 66 ячеек чисто водяные ($\Sigma_a = 0{,}02$ см$^{-1}$, $\Sigma_t = 2{,}02$ см$^{-1}$), а внутренние (61 ячейка) содержат окруженные водой стержни радиусом 0,3 см с $\Sigma_s = 0{,}3$ см$^{-1}$. В ячейках № 7 могут располагаться поглотители с $\Sigma_a^{\text{погл}} \neq \Sigma_a^{\text{топл}}$ (сечение поглощения прочих стержней). В шести вариантах $\Sigma_a^{\text{погл}}$ и $\Sigma_a^{\text{топл}}$ принимали значения, которые приведены в табл. 1. Предполагалось, что рассеяние нейтронов изотропно в лабораторной системе, а источники нейтронов постоянны в воде и отсутствуют в стержнях. Методом Монте-Карло рассчитывали также ячейку с источником в воде и отражением на границе и ячейку, окруженную водой, в которой на значительном удалении расположен источник, обеспечивающий симметричное либо антисимметричное распределение потока нейтронов в ячейке.

Первое сравнение методов проведено на более простом примере распределения нейтронов, описываемого диффузионным уравнением в бесконечной слоистой среде, изображенной на рис. 2. Водяные ячейки совпадают по свойствам с аналогичными ячейками из кинетического теста, а топливные имеют такие же характеристики, как топливные гомогенизированные ячейки. Мощность

Таблица 1

Исходные данные для гексагональной решетки

Характеристика	Вариант					
	1	2	3	4	5	6
$\Sigma_a^{\text{топл}}$, см$^{-1}$	0,5	0,5	1,0	1,0	2,0	2,0
$\Sigma_a^{\text{погл}}$, см$^{-1}$	0,5	2,0	1,0	2,0	2,0	4,0

источников в топливных и водяных ячейках соотносится как объем замедлителя в аналогичных ячейках кинетического теста, а сумма источников по ячейкам 1—4 равна 1.

Заметим, что решение диффузионной задачи каким-либо исследуемым методом, естественно, не является его всеобъемлющим испытанием. Отдельные источники погрешности здесь исчезают, но зато выделяется значение других. Кроме того, на примере перехода от простой задачи к более сложной будет полезно отметить, сохранятся ли закономерности, установленные в простом случае, при включении новых неучитываемых факторов или эти факторы будут действовать подобно шуму, размывая четкую картину.

После того как для гомогенных уравнений определены гомогенные константы, а для гетерогенных — гетерогенные, возникает вопрос, как решать эти уравнения. В гомогенном случае можно спрямить границы ячеек по вертикальным линиям (см. рис. 2). Полученная двухзонная одномерная задача решается аналитически, и ее результат объявляется точным решением диффузионного теста. Диффузионные уравнения с нитевидными источниками в бесконечном замедлителе также могут быть решены точно с помощью функции Грина.

Как правило, двумерная гомогенно-диффузионная задача не сводится к одномерной и для ее решения приходится покрывать расчетное поле некоторой сеткой, заменяя дифференциальные операторы конечно-разностными по этой сетке. Наиболее часто используется самая грубая сетка — с одним узлом на ячейку. Поскольку качество такого приближения, называемого в дальнейшем гомогенно-сеточным, для гексагональных ячеек трудно проверить измельчением шага, тем интереснее его сравнение с точным расчетом.

Конечно-разностная аппроксимация разработана математиками при условии, что результат

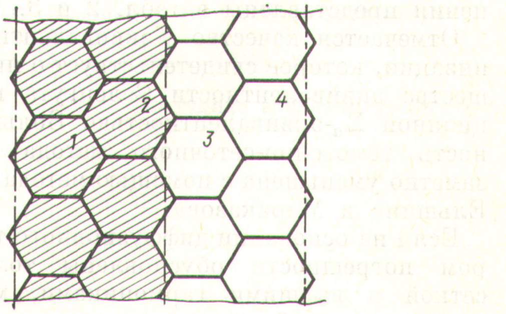

Рис. 2. Задача для диффузионного теста: $\Sigma_a^{3,4} = 0{,}02$; $D^{3,4} = 0{,}1652$

Вариант	$\Sigma_a^{1,2}$	$D^{1,2}$
1	0,2502	0,238
2	0,4625	0,207
3	0,8004	0,167

Таблица 2

Исходные данные и результаты точного решения для диффузионного теста

Характеристика	Вариант		
	1	2	3
$\Sigma_a^{1,2}$, см$^{-1}$	0,250	0,463	0,800
$D^{1,2}$, см$^{-1}$	0,238	0,207	0,167
$\Sigma_a^{3,4}$, см$^{-1}$	0,020	0,020	0,020
$D^{3,4}$, см$^{-1}$	0,165	0,165	0,165
A_1	0,377	0,342	0,285
A_2	0,488	0,549	0,619

стремится к точному решению, когда шаг сетки стремится к нулю. Физиков интересовала бы схема, дающая наименьшее отклонение при заданном шаге и без существенного усложнения вида уравнений. Одна из таких схем может быть получена по методу Лалетина — Ельшина [5], в котором решение уравнения переноса отыскивается путем синтеза некоторых наборов решений в отдельных ячейках. Соотношения между амплитудами таких решений имеют вид линейных уравнений. Если исходным набором является боналумиевский комплект решений, то линейные уравнения совпадают по форме с гомогенно-сеточными, отличаясь от них коэффициентами, смыслом переменных и физическими результатами. Другой известный нам подход, повышающий точность конечно-разностной аппроксимации, предложен Мараказовым [6].

Различные методы в диффузионном тесте сравнивались по $A_{1,2} = \overline{\Phi}_{1,2}\Sigma_a V$ — поглощению в 1- и 2-й топливных ячейках и по $A = A_1 + A_2$, которое при заданной нормировке источников будет коэффициентом использования тепловых нейтронов. Исходные данные и результаты сравнения представлены в табл. 2 и 3.

Отмечается качество γ-эквивалентной гетерогенизации, которое свидетельствует о явном преимуществе эквивалентности Селенгута перед традиционной Σ_a-эквивалентностью. Большая погрешность гомогенно-сеточного метода может быть заметно уменьшена с помощью метода Лалетина — Ельшина и Мараказова.

Если на основании диффузионного теста, в котором погрешности обусловлены только грубой сеткой и высшими гармониками, можно четко оценить каждый метод, то в кинетическом тесте, результаты которого представлены в табл. 4, ситуация оказывается более запутанной. Ни один из исследованных методов не является качественно лучшим, чем все другие. Правда, γ-гетерогенизация и метод Лалетина — Ельшина с использованием трех ячеечных расчетов вместо двух дают несколько лучшие результаты. Следует, однако, заметить, что в данной задаче, где большая часть нейтронов рождается вне топливных ячеек, расчет однородной решетки для получения Σ_a, используемого в гомогенно-сеточном и Σ_a-гетерогенном приближениях, не является достаточно характерным. Использование менее адекватных одноячеечных расчетов не обязательно ухудшает результаты. Например, при использовании в вычислениях по методу Лалетина — Ельшина симметричных расчетов ячеек в G_3-приближении и антисимметричных в P_2-приближении и без учета поглощения в воде в большинстве точек согласие с точным решением улучшилось. Это обстоятельство, а также то, что гомогенно-сеточный метод по результатам первого варианта оказывается едва ли не «лучшим», указывают на увеличение статистической части в погрешности, обусловленной различными неучтенными факторами. В этой задаче число таких факторов невелико. В более реалистических случаях к ним добавятся сложный состав и геометрия, резонансы, энергетический спектр, теплогидравлика, трехмерность и т. п. Если сейчас ни один из методов не демонстрирует подавляющего превосходства над другим, тем более трудно ожидать этого в более сложных задачах. Поэтому любой метод расчета нейтронных полей в больших энергетических реакторах может использовать данные ему характеристики отдельных ячеек не лучше и не хуже своих конкурентов.

Таким образом, между методами остаются преимущественно технологические различия, которые и определяют выбор того или иного расчета конкретной сборки. Если в задачах с гексагональ-

Таблица 3

Отклонения приближенных решений диффузионной задачи от точного решения

Приближение	Вариант	$(A - A_{\text{точн}}) \times 10^2$	$\delta A_1/A_1$, %	$\delta A_2/A_2$, %
Гомогенно-сеточное	1	0,80	−0,40	−1,37
	2	1,00	0,65	−2,24
	3	1,36	3,45	−3,82
Лалетина — Ельшина [5]	1	0,20	0,22	−0,45
	2	0,22	0,95	−1,04
	3	0,25	3,00	−1,72
Σ_a-Гетерогенизация	1	0,08	0,28	−0,26
	2	0,10	0,72	−0,70
	3	0,13	2,23	−1,31
γ-Гетерогенизация	1	0,10	0,10	0,11
	2	0,11	0,10	0,11
	3	0,11	0,10	0,11
Мараказова [6]	1	0,06	0,15	−0,06
	2	0,10	0,60	−0,25
	3	0,17	1,76	−0,59

Таблица 4

Отклонение приближенных решений кинетической задачи от решения по методу Монте-Карло

Приближение	Вариант	$\delta\theta\cdot 10^3$	$\sqrt{\overline{\delta\Phi_R^2}}/\overline{\Phi}_R$, %	$\delta\Phi_7/\Phi_7$, %
Гомогенно-сеточное	1	−1,3	0,7	−0,5
	3	−2,0	1,3	−2,3
	5	−2,8	3,9	−5,8
	2	−2,7	1,7	−6,3
	4	−0,9	3,5	−8,8
	6	−3,5	4,0	−9,8
Σ_a-Гетерогенизация	1	−0,8	2,6	3,8
	3	−0,7	3,0	3,8
	5	−1,6	1,7	2,3
	2	1,6	3,2	6,3
	4	2,5	1,0	2,2
	6	1,6	2,1	3,5
γ-Гетерогенизация	1	−0,1	1,8	2,2
	3	0,0	2,2	2,3
	5	0,9	0,8	1,0
	2	0,4	2,8	5,1
	4	1,6	0,7	1,2
	6	0,8	1,1	1,7
	1	−1,6	1,5	0,5
	3	−1,8	1,1	0,0
	5	−1,1	2,0	−2,5
Лалетина — Ельшина	2	−1,5	2,0	0,0
	4	−0,5	1,6	−3,1
	6	−1,5	1,6	−3,3
То же с упрощенными ячеечными расчетами	1	0,4	0,9	0,3
	3	0,7	0,8	−0,3
	5	1,1	0,9	−1,2
	2	1,6	1,5	0,5
	4	1,8	1,9	−2,5
	6	0,7	0,8	−1,0
Погрешность расчета по методу Монте-Карло		0,6	0,5	1,0

Примечание. θ — коэффициент использования тепловых нейтронов, Φ_R — средние потоки нейтронов в стержнях, Φ_7 — средний поток нейтронов в стержне-поглотителе.

ными ячейками и существенно различными коэффициентами диффузии (ВВЭР) предпочтительнее гомогенные программы, то в задачах с квадратными ячейками, содержащими относительно тонкие каналы (РБМК), гомогенный пятиточечный алгоритм будет давать заметную погрешность и предпочтительнее станет гетерогенный алгоритм, особенно эффективный в монопольном варианте.

Автор искренне признателен А. С. Ильяшенко и А. Д. Франк-Каменецкому за расчеты ячеечных характеристик по методу Монте-Карло и Л. В. Майорову и Я. В. Шевелеву за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Selenguth D.** «Trans. Amer. Nucl. Soc.», 1960, v. 3, p. 398.
2. **Bonalumi R.** «Energie Nucleare», 1973, v. 20, p. 396; 1974, v. 21, p. 231.
3. **Галанин А. Д.** Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959.
4. **Майоров Л. В., Трухачев Г. Я., Франк-Каменецкий А. Д.** В кн.: Методы расчета полей тепловых нейтронов в решетках реакторов. М., Атомиздат, 1974, с. 216.
5. **Лалетин Н. И., Ельшин А. В.** «Атомная энергия», 1977, т. 43, вып. 4, с. 247.
6. **Мараказов А. А.** Препринт ИАЭ-2781. М., 1977.

Поступила в Редакцию 23.04.79