Известия Гомельского государственного университета имени
Ф.Скорины, 6(9), Проблемы взаимодействия излучения с веществом, 2001

Форм-фактор радиационного распада псевдоскалярного связанного состояния кварка и антикварка

Г.Ю.Тюменков

Постоянный интерес к радиационным распадам мезонов [1, 2] — псевдоскалярных, в частности, — обусловлен тем, что они всегда используются как удобная экспериментальная основа для проверки различных теоретических моделей адронной структуры. Представление о мезоне, как о связанном состоянии спинорных кварка и антикварка в их валентной или конституентной форме, в настоящее время можно считать правомерным и всесторонне обоснованным. В теории же связанных состояний несомненными достоинствами обладает ковариантный одновременной подход [3], который и ранее успешно использовался для описания различных процессов взаимодействия элементарных частиц [4, 5]. Его вариант, основанный на использовании двухвременных функций Грина, см. например [6, 7], будет последовательно применен в данной работе.

Известно стандартное представление амплитуды радиационного распада псевдоскалярной системы $(q\overline{q})$, т.е. процесса $(q\overline{q}) \to 2\gamma^*$:

$$T^{\mu\nu}(P,k) = F(P,k^2)\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}k_\rho P_\sigma, \tag{1}$$

где $F(P,k^2)$- форм-фактор распада, P_σ — полный 4-импульс системы, k_ρ — 4-импульс регистрируемого фотона, $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ - тензор Леви-Чивита. Конституентные массы кварка и антикварка полагаются одинаковыми и равными m.

В свою очередь, в рамках вышеупомянутого подхода данная амплитуда приобретает вид [4, 6]:

$$T^{\mu\nu}(P_0,\overrightarrow{k}) = 2i(2\pi)^3\int d^3p M^{\mu\nu}_{\lambda\sigma}(P_0,\overrightarrow{p},\overrightarrow{k})\psi^{\lambda\sigma}(\overrightarrow{p}), \tag{2}$$

$$M^{\mu\nu}_{\lambda\sigma}(P_0,\overrightarrow{p},\overrightarrow{k}) = \left[G^{\mu\nu}_{0\rho\varphi}(P_0,\overrightarrow{k})\right]^{-1} G^{\rho\varphi}_{2\lambda_1\sigma_1}(P_0,\overrightarrow{p},\overrightarrow{k})\left[G^{\lambda_1\sigma_1}_{0\lambda\sigma}(P_0,\overrightarrow{p})\right]^{-1}. \tag{3}$$

В формулах (2), (1) $\psi^{\lambda\sigma}(\overrightarrow{p})$ - релятивистская волновая функция системы, $[G_0]^{-1}$ - обратная свободная двухвременная функция Грина, G_2 — двухвременная функция Грина второго порядка теории возмущений [6], $\overrightarrow{p}$ - относительный импульс кварков, $\overrightarrow{k}$ — относительный импульс γ-квантов.

Ковариантность подхода [3] позволяет, не теряя общности, продолжить расчеты в с.ц.м. : $\overrightarrow{P}=0$, а $P_0 = M$, где M-масса покоя системы $(q\overline{q})$.

Согласно [6, 7], волновая функция может быть разделена на спиновую, содержащую дираковские биспиноры и матрицу γ_5, и модульную составляющие:

$$\psi^{\lambda\sigma}(\overrightarrow{p}) = \overline{u}^\lambda(\overrightarrow{p})\gamma_5 v^\sigma(-\overrightarrow{p})\psi(p); \quad p = |\overrightarrow{p}|, \tag{4}$$

а амплитуда (2) приобретет вид

$$T^{\mu\nu}(M;\overrightarrow{k}) = -\int d^3p\frac{2^5e_q^2}{(2\omega_p)^2}\frac{\Omega^{-1}R_p^{-1}-1}{W(M-\Omega)}\varepsilon^{\mu\nu i0}k_i\omega_p m\psi(p) + (\overrightarrow{k}\to-\overrightarrow{k}), \tag{5}$$

где e_q-заряд кварка и использованы обозначения

$$\omega_p = \sqrt{m^2+\overrightarrow{p}^2}, \quad W = \sqrt{m^2+(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{k})^2},$$

$$\Omega = \omega_p + k + W, \quad R_p = (M - 2p + i0)^{-1}.$$

Далее из (1) и (4) выделяем выражение для форм-фактора

$$F(M;k^2) = \frac{2^3 e_q^2 m}{M} \int d^3p \frac{1 - \Omega^{-1} R_p^{-1}}{\omega_p W (M - \Omega)} \psi(p) + (\vec{k} \to -\vec{k}), \tag{6}$$

допускающее интегрирование по угловым переменным, что дает одномерное интегральное представление для $F(M;k^2)$:

$$F(M;k^2) = 2^5 \pi e_q^2 \int\limits_0^\infty \frac{mpdp}{Mk\omega_p} \left\{ (1 - R_k^{-1} M^{-1}) \ln \left| \frac{M - \omega_p - k - \sqrt{m^2 + (p+k)^2}}{M - \omega_p - k - \sqrt{m^2 + (p-k)^2}} \right| + \right.$$

$$\left. + R_k^{-1} M^{-1} \ln \left| \frac{\omega_p + k + \sqrt{m^2 + (p+k)^2}}{\omega_p + k + \sqrt{m^2 + (p-k)^2}} \right| \right\} \psi(p), \quad k = \left| \vec{k} \right|. \tag{7}$$

Константа распада $f(M,m)$ получается из $F(M;k^2)$ при $k = M/2$, т.е. в случае реальных γ-квантов

$$f(M,m) = F(M;k^2)\,|_{k=M/2} = 2^5 \pi e_q^2 \int\limits_0^\infty \frac{mpdp}{\omega_p M^2/2} \times$$

$$\times \ln \left| \frac{M/2 - \omega_p - \sqrt{m^2 + (p + M/2)^2}}{M/2 - \omega_p - \sqrt{m^2 + (p - M/2)^2}} \right| \psi(p). \tag{8}$$

Волновую функцию $\psi(p)$ выберем, как и в [7], основываясь на необходимости правильного асимптотического поведения [8], в виде

$$\psi(p) = C \left[2(\omega_p)^2 + M^2 \right]^{-3/2}. \tag{9}$$

Константу C в данном случае следует рассматривать как свободный параметр.

Дальнейшее аналитическое исследование выражений (6) и (8) совместно с (8) оказывается невозможным, что заставляет использовать стандарт численных вычислений MathCad7. Для этого преобразуем (6) к виду

$$F(M;k^2) = \xi I(M,m;k^2) = \xi \int\limits_0^b \Phi(M,m;p,k)dp, \quad \xi = 2^5 C \pi e_q^2, \tag{10}$$

а (8) к виду

$$f \equiv f(M,m) = \xi f'(M,m). \tag{11}$$

Теперь обратимся к конкретной системе, а именно, π^0-мезону, для которого согласно [2]: $M_\pi = 140$ МэВ, $m_q = 250$ МэВ, а $f_\pi = 92,4$ МэВ.

Изучение в (9) зависимости от p подинтегральной функции $\Phi(M_\pi, m_q; p, k)$ для произвольных фиксированных k (например, $k = 100$ МэВ, см. рис.1) позволяет для данного мезона зафиксировать параметр интегрирования b на уровне 1500 МэВ.

Указанные массы и константа распада определяют значение свободного параметра ξ, фигурирующего в (9) и (10). И это значение $\xi = 12,078 \cdot 10^9$ МэВ^4. Теперь становится возможным построение графика форм-фактора $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$ радиационного распада π^0-мезона - рис.1а.

Используемый подход указывает также на присутствие параметрических зависимостей константы распада f от m и M, что очевидно из (6), (8), и которые изображены на рис.2 и рис.2а соответственно.

Приведем все перечисленные графические зависимости :

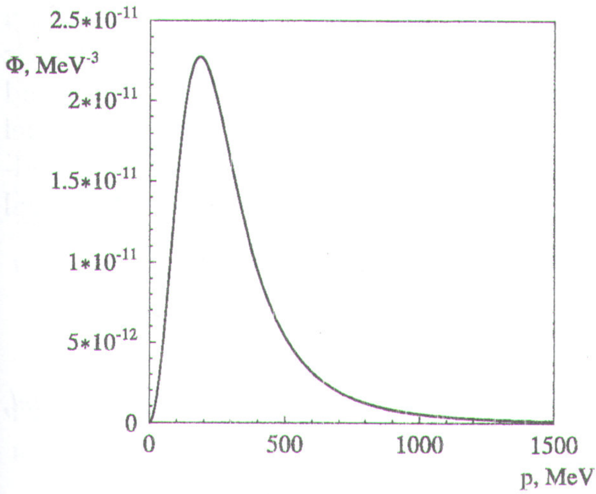

Рис. 1. Поведение подинтегральной функции $\Phi(M_\pi, m_q; p, k)$ при $k = 100$ МэВ.

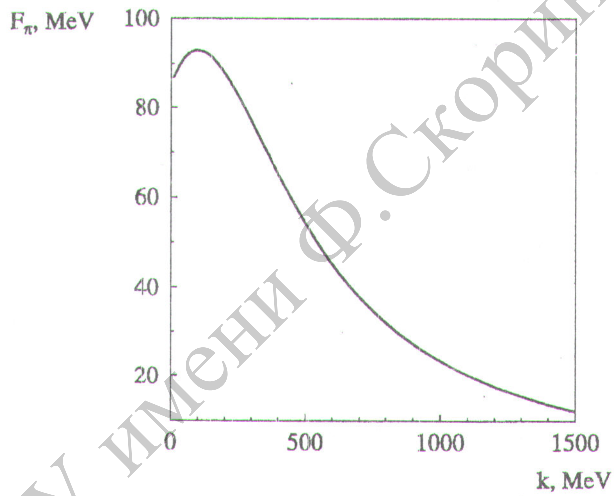

рис. 1а:График форм-фактора $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$ радиационного распада π_0-мезона.

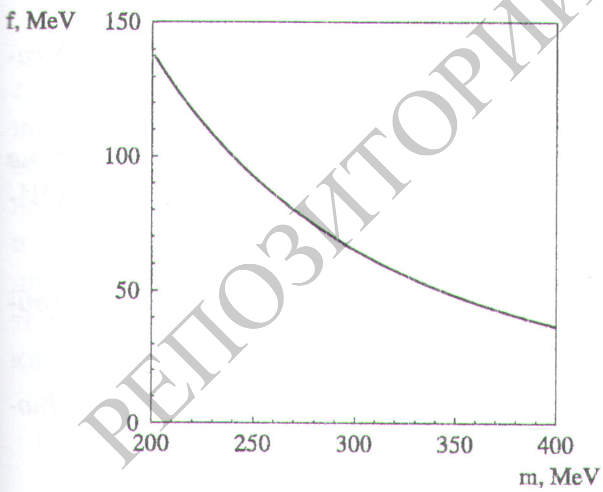

Рис. 2. Параметрическая зависимость $f(M_\pi, m)$ от m при $M_\pi = 140$ МэВ.

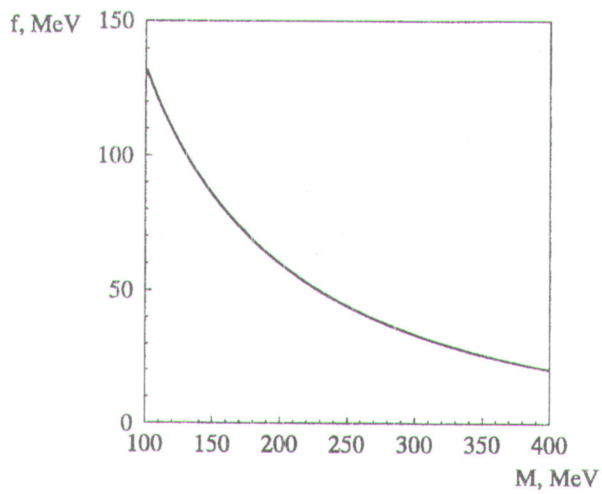

рис.2а: Параметрическая зависимость $f(M, m_q)$ от M при $m_q = 250$ МэВ.

Выявленное поведение $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$ хорошо коррелирует с данными работ [1, 2] и в то же время допускает дальнейшую более детальную доработку за счет использования точного релятивистского условия нормировки волновой функции $\psi(p)$, см., например, [9], и введения большего числа свободных параметров при ее моделировании с последующим их фитированием либо за счет использования волновых функций, являющихся численными решениями соответствующих интегральных уравнений.

Зависимости же, изображенные на рис.2 и рис.2а, в особенности, приводятся фактически впервые, и реальная возможность их анализа является существенным достоинством подхода [6, 7]. В обоих случаях предполагалось сохранение значения параметра $\xi = 12,078 \cdot 10^9$ МэВ^4.

Автор выражает искреннюю благодарность С.В.Шалупаеву, В.Н.Капшаю и В.В.Андрееву за интерес к работе и полезные обсуждения, В.В.Кондратюк и В.Е.Кагановичу — за помощь в оформлении статьи.

Abstract. The radiative decay of pseudoscalar quark-antiquark bound-state into two virtual γ-quantae is considered in the framework of the covariant single-time approach of quantum field theory. The common integral form of decay form-factor, depending on the relativistic wave function of the bound-state, is found. Also, the explicit form of decay form-factor and its dependence on the full energy of the system are obtained and analysed, using the model wave function with correct asymptotic behaviour. As the example of mentioned bound-state, the light unflavoured meson (π^0-meson) is discussed. The case of decay into two real γ-quantae is considered too.

Литература

[1] C.R.Münz et al.*Electromagnetic meson form factors in a covariant Salpeter model,* Phys.Rev. C, V.52, № 4 (1995), 2110–2119.

[2] W.Jaus, *Relativistic constituent-quark model of electroweak properties of light mesons,* Phys.Rev. D, V.44, № 9 (1991), 2851–2859.

[3] A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, *Quasioptical approach in quantum field theory,* Nuovo Cim., V.29, № 2 (1963), 380–400.

[4] А.Н.Квинихидзе и др. *Инклюзивные процессы с большими поперечными импульсами в подходе составных частиц,* ЭЧАЯ, Т.8, вып.3 (1977), 478–520.

[5] В.И.Саврин, В.В.Санадзе, Н.Б.Скачков, *Описание распадов составных мезонов на основе ковариантной гамильтоновой формулировки теории поля,* Сообщение ОИЯИ Р2-84-40. Дубна. (1984), 10 с.

[6] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, *К описанию распадов $\pi^0 \to 2\gamma^*$ и $\pi^+ \to \mu^+\nu$ в квазипотенциальном подходе,* ДАН БССР, Т.33, № 6 (1989), 518–520.

[7] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, *Константа распада $(Q\overline{q}) \to l\widetilde{\nu}_l$ в ковариантном одновременном подходе,* Изв. ВУЗов. Физика, Т.35, № 2 (1992), 101–103.

[8] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков *Об асимптотике квазипотенциальной волновой функции двухчастичной системы,* Изв. ВУЗов. Физика, Т.36, № 6 (1993), 102–105.

[9] E.A.Dey, V.N.Kapshai, G.Yu.Tyumenkov, *One-photon exchange quasipotentials of two-body systems,* Acta Phys.Polonica, V.B21, № 6 (1990), 449–456.

Гомельский госуниверситет
им. Франциска Скорины
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001