Известия Гомельского государственного университета
имени Ф.Скорины, №6(15), 2002

УДК 517

Метод расчета рассеиваемой энергии при конструкционном гистерезисе

В.В.Орлов

Метод вычисления величины рассеянной при конструкционном гистерезисе энерги рассмотрим на примере задачи контакт демпферной проволоки и лопатки. Н рис.1 схематично изображена зона кон такта с системой действующих сил.

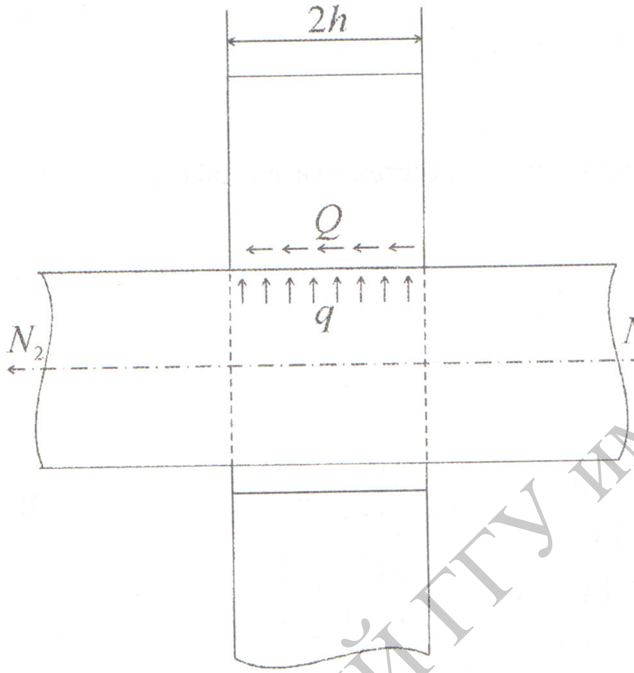

Рис.1. Зона контакта демпферной проволоки и рабочей лопатки и система действующих сил

Участок демпферной проволоки прижи мается к лопатке центробежной силой развиваемой участком проволоки пр вращении колеса с угловой скоростью с интенсивностью q. На проволоку такж действует растягивающая нагрузка N_1 противоположная ей сила N_2, возникаю щая вследствие сил трения при проскаль зывании проволоки относительно лопат ки.

Введем в рассмотрение следую щие величины

а) $\tau_{\max} = \chi \cdot q$ – максимальна касательная сила на единицу длины, гд χ – коэффициент трения;

б) $Q_{\max} = \chi \int\limits_{-h}^{h} q(x)dx$ – максимал ная сдвигающая сила;

в) $\tau \langle \chi . q$ – касательная сила на едини длины.

Первоначально рассмотрим случай, когд усилие N_1 вызывает неполное проскальзывани проволоки и некоторое сечение $x = x_*$ зоны ко такта не испытывает нагружения. На рис.2а из бражен участок проволоки, соответствующи зоне контакта с лопаткой, а на рис.2б – распр деление силы N по длине участка, где $N = N_1$ N_2.

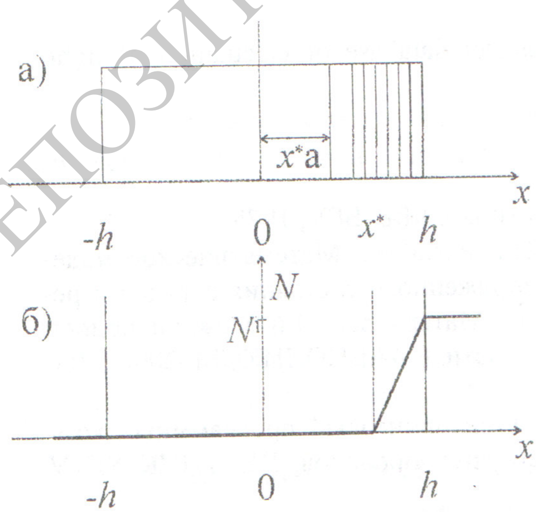

Рис.2. Зона контакта при неполном проскальзывании (а) и зависимость N от координаты x(б).

При этом координата x_* соответству началу проскальзывания.

В общем случае

$$N = N_1 - N_2 = Q = N_1 - \int\limits_{x}^{h} \tau dx\,, \qquad (1)$$

где x – координата, соответствующая нача проскальзывания.

Перемещение сечения проволоки x = h:

$$u = \int_{-h}^{h} \varepsilon dx = \int_{-h}^{h} \frac{N}{f_c E} dx = \frac{1}{E f_c} \int_{-h}^{h} \left(N_1 - \int_{x}^{h} \tau dx\right) dx, \qquad (2)$$

где f_c – площадь поперечного сечения проволоки.

Для неполной пластичности (неполного проскальзывания) справедливо

$$N_1 = \int_{-h}^{x_*} \tau dx + \int_{x_*}^{h} \chi q(x) dx = \chi \int_{x_*}^{h} q(x) dx, \qquad (3)$$

так как $\tau \equiv 0$ для $-h < x < x_*$.

Пусть $q(x) \equiv const$, тогда

$$N_1 = \chi q (h - x_*) \qquad (4)$$

и

$$N_{10} = 2\chi q h = 2h\tau_0, \qquad (5)$$

где N_{10} – растягивающее усилие, вызывающее полное проскальзывание проволоки.
Соотношение (1) перепишем в следующем виде

$$N = N_1 - N_2 = N_1 - \int_{x}^{h} \tau dx = N_1 - \chi q (h - x). \qquad (6)$$

Тогда из (2) получаем удлинение Δl проволоки на уровне $x = h$

$$\Delta l = \int_{x_*}^{h} \varepsilon dx = \frac{1}{E f_c}\left[N_1 (h - x_*) - \chi q h (h - x_*) + \chi q \frac{h^2 - x_*^2}{2}\right] = \frac{N_1^2}{2\tau_0 f_c E}. \qquad (7)$$

Обозначим $\Delta l_0 = \dfrac{N_{10} h}{f_c E}$ – перемещение проволоки на уровне $x = h$ при предельной растягивающей силе $N_{10} = 2h\tau_0$.
Тогда

$$\overline{\Delta l} = \frac{\Delta l}{\Delta l_0} = \frac{N_1^2}{N_{10}^2} = \overline{N}_1^2. \qquad (8)$$

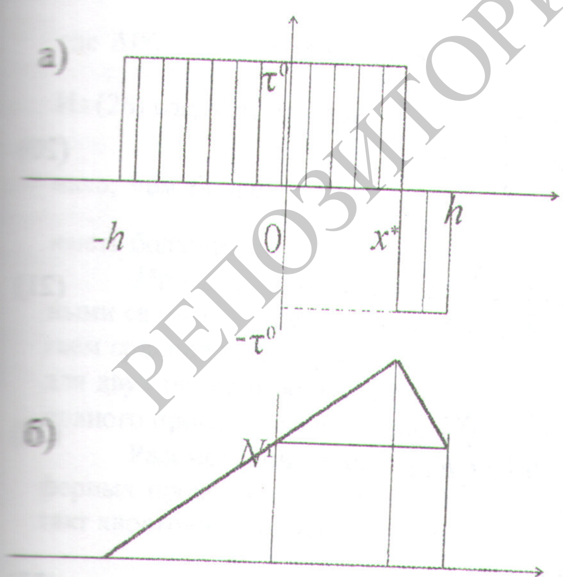

Рис.3. Зависимости $\tau(x)$ и $N(x)$ при обратном нагружении.

На рис.3 изображены зависимости интенсивности касательной силы $\tau(a)$ и результирующий силы $N(\tau)$ от координаты $x(-h \le x \le h)$, при разгрузке и обратном нагружении.

В этом случае

$$N_1 = \tau_0 (h + x_*) - \tau_0 (h - x_*) = 2\tau_0 x_*, \qquad (9)$$

$$N(x) = N_1 + \tau_0 (h - x) \;/ x_* < x < h /, \qquad (10)$$

$$N(x) = N_1 + \tau_0 (h - x_*) - \tau_0 (x_* - x) = N_1 - 2\tau_0 x_* + \tau_0 (h + x) = \tau_0 (h + x) \quad / -h < x < x_* / \qquad (11)$$

Тогда

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2, \qquad (12)$$

где Δl_1 – смещение точки x_*,

Δl_2 – приращение на участке $x_* - h$.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1}{Ef_c}\left[\tau_0 h(x_* + h) + \tau_0 \frac{x_*^2 + h^2}{} + (N_1 + \tau_0 h)(h - x_*) - \frac{h^2 - x_*^2}{2}\tau_0\right] =$$
$$= \frac{1}{4\tau_0 f_c E}\left[2N_{10}^2 - (N_{10} - N_1)^2\right] \tag{13}$$

$$\overline{\Delta l} = \frac{\Delta l}{\Delta l_0} = 1 - \frac{1}{2}(1 - \overline{N_1})^2. \tag{14}$$

Удлинение проволоки в сечении на расстоянии l от лопатки:

$$u = \Delta l + \frac{N_1}{Ef_c}\cdot l \tag{15}$$

Тогда

$$\bar{u} = \frac{u}{\Delta l_0} = 1 - \frac{1}{2}(1 - \overline{N_1})^2 + \frac{N_1 l}{Ef_c \Delta l_0} = 1 + \frac{l}{h}\overline{N_1} - \frac{1}{2}(1 - \overline{N_1})^2. \tag{16}$$

Если известно относительное смещение A проволоки в этом сечении, то при

$$A < \Delta l_0 + \frac{N_1 l}{Ef_c} = \Delta l_0\left(1 + \overline{N_1}\frac{l}{h}\right) \tag{17}$$

проскальзывание частичное, а при $A > l_0\left(1 + \overline{N_1}\dfrac{l}{h}\right)$ – полное.

Для разгрузки и повторного погружения можно получить соотношение, аналогичное (16)

$$\bar{u} = \frac{l}{h}\overline{N_1} - 1 + \frac{1}{2}(1 + \overline{N_1})^2. \tag{18}$$

Теперь можно вычислить площадь петли конструкционного гистерезиса для случая полного и неполного проскальзывания.

Первоначально рассмотрим случаи неполного проскальзывания. Площадь петли гистерезиса

$$\Delta W = \oint N_1 du = N_{1a}\Delta l_a \oint \overline{N_1} d\bar{u}, \tag{19}$$

где $N_{1a} = \tau_0(h - x_{*a})$, $\Delta l_a = \dfrac{N_{1a}^2}{2f_c E\tau_0}$.

Площадь петли в безразмерных координатах

$$\overline{\Delta W} = 4 - 2\int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{4}{3}. \tag{20}$$

Тогда

$$\Delta W = \frac{4}{3}\cdot\frac{N_{1a}^3}{2f_c E\tau_0} = \frac{2}{3}\cdot\frac{N_{1a}^3}{f_c E\tau_0}. \tag{21}$$

При $\overline{N_1} = 1$

$$u = \left(1 + \frac{l}{h}\right)\Delta l_0 = \left(1 + \frac{l}{h}\right)\frac{N_{10}^2}{2f_c E\tau_0}. \tag{22}$$

Из (21), учитывая (22), получим окончательно

$$\Delta W = \frac{4}{3}\left[\frac{2f_c E\tau_0}{(1 + l/h)^3}\right]^{\frac{1}{2}} u^{\frac{3}{2}}. \tag{23}$$

Перейдем к рассмотрению случая полного проскальзывания. На рис.4 изображены петли конструкционного гистерезиса в безразмерных координатных осях $\bar{u} - \overline{N_1}$.

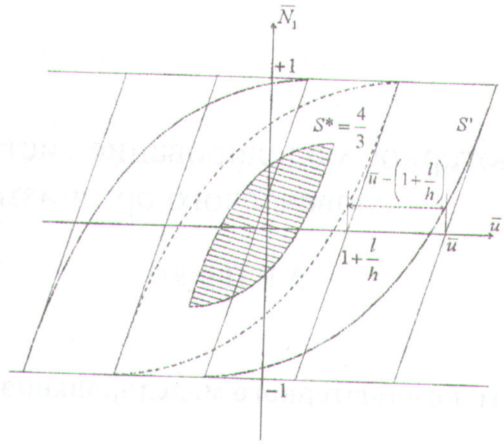

Рис.4. Петли конструкционного гистерезиса для полного и неполного проскальзывания.
Заштрихована – петля при неполном проскальзывании;
«------» – предельный цикл полного проскальзывания;
«_____» – полное проскальзывание.

Площадь петли гистерезиса для полного проскальзывания

$$S = S^* + 2S' = \frac{4}{3} + 2\left[\bar{u} - \left(1 + \frac{l}{h}\right)\right].$$

Тогда

$$\Delta W = 2\tau_0 h \frac{2\tau_0 h^2}{f_c E}\left[4\bar{u} + \left(\frac{4}{3} - 4\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right)\right] = \frac{N_{10}^2 h}{f_c E}\left[4\bar{u} + \frac{4}{3} - 4\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right] \qquad (24)$$

или

$$\Delta W = \frac{N_{10}^2 h}{f_c E}\left[\frac{8uf_c E\tau_0}{N_{10}^2} + \frac{4}{3} - 4\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right] = 4N_{10}u + \frac{N_{10}^2 h}{f_c E}\left[\frac{4}{3} - 4\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right]. \qquad (25)$$

При полном проскальзывании рассеяние энергии быстро растет с ростом амплитуды. Например, при $u = 2\Delta l_0\left(1 + \frac{l}{h}\right)$

$$\Delta W = \frac{N_{10}^2 h}{f_c E}\left[\frac{4}{3} + 4\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right] = \Delta W_{l.l.}\left[1 + 3\left(1 + \frac{l}{h}\right)\right], \qquad (26)$$

где $\Delta W_{l.l.}$ – уровень рассеяния энергии при предельном цикле.

Из (26) следует, что при $\frac{l}{h} = 1$ демпфирование возрастает в 7 раз, а при $\frac{l}{h} = 2$ – в 10 раз. Однако, чем больше отношение $\frac{l}{h}$, тем менее вероятно проскальзывание, так как требуется иметь большие смещения u.

При решении задач о вынужденных колебаниях систем лопаток с упруго-фрикционными связями в предположении неполного проскальзывания контактных поверхностей полагаем среднее сечение зоны контакта неподвижным и применяем описанную выше методику для двух половин контактной зоны с заменой в полученных формулах $2h$ на h. Для случая полного проскальзывания приведенные выше формулы справедливы без изменений.

Рассмотренный метод расчета рассеиваемой энергии в сочленениях лопаток и демпферных проволок пригоден и для других упруго-фрикционных соединений, таких как контакт хвостовика и диска, сочленения полок интегрального бандажа и других.

Abstract

The author considers a computational method of disseminated energy at a design hysteresis.

Гомельский государственный
университет имени Ф. Скорины

Поступило 02.07.02