

## Многочастотная лазерная диагностика активной среды CO<sub>2</sub>-лазера

К.И.Аршинов<sup>1</sup>, Н.С.Лешенюк<sup>2</sup>, В.В.Невдах<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт технической акустики НАН Беларуси,  
210717, Витебск, просп. Людникова, 13

<sup>2</sup>Международный экологический университет им. А.Д. Сахарова,  
220009, Минск, Долгобродская, 23

<sup>3</sup>Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси,  
220072, Минск, просп.Ф.Скорины, 68

CO<sub>2</sub>-лазеры все еще остаются одной из ведущих и широко распространенных (особенно для различных технологических применений) лазерных систем. Поэтому диагностика их активных сред является актуальной задачей. Основная цель этой диагностики — определение населенностей лазерных уровней и температуры газа при различных давлениях и составах смеси, условиях возбуждения. Из существующих методов диагностики (см., например, [1]) наибольшее распространение получил так называемый метод "лазерного спектрографа основанный на измерении спектрального распределения коэффициента усиления слабого сигнала (КУ) на линиях основных лазерных переходов  $00^0_1-[10^0_0, 02^0_0]_{J,II}$  с использованием в качестве источника зондирующего излучения стабилизированного по частоте перестраиваемого CO<sub>2</sub>-лазера низкого давления. В этом случае выражение для КУ в центре линии имеет вид

$$K = \frac{\lambda_{0J}^2}{8\pi} A_J C_1 \frac{2hcB_{001}}{k_B T} \{N_3 \exp[-C_2 \frac{hcB_{001}}{k_B T}] - N_{1,2} \frac{B_{100,020}}{B_{001}} \exp[-J(J+1) \frac{hcB_{100,020}}{k_B T}]\} F_J, \quad (1)$$

где  $K$  — коэффициент усиления в центре  $J$ -й линии;  $\lambda_{0J}$  — длина волны;  $A_J$  — коэффициент Эйнштейна [2];  $F_J$  — форм-фактор в центре линии усиления;  $C_1 = 2J - 1$ ,  $C_2 = J(J - 1)$  для линий  $P$ -ветви;  $C_1 = 2J + 3$ ,  $C_2 = (J + 1)(J + 2)$  для линий  $R$ -ветви;  $B_{001} = 0.3871 \text{ см}^{-1}$ ,  $B_{100} = 0.3902 \text{ см}^{-1}$ ,  $B_{020} = 0.3905 \text{ см}^{-1}$  [3] — вращательные постоянные;  $c$  — скорость света;  $h$  — постоянная Планка;  $k_B$  — постоянная Больцмана. В активных средах CO<sub>2</sub>-лазеров при давлениях  $< 50$  мм рт. ст. контура линий усиления являются смешанными и описываются функцией Фойгта. Для фойгтовского контура значение форм-фактора в центре линии  $F_J$  можно вычислить с помощью выражения [4]

$$F_J = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \left\{ \frac{a}{x + [(bx)^q + s]^{1/q}} \right\}, \quad (2)$$

где  $x = (\Delta\nu_C/\Delta\nu_D)(\ln 2)^{0.5}$ ;  $\Delta\nu_C = \gamma_J p (\xi_{CO_2} + 0.73\xi_{N_2} + 0.64\xi_{He})(300\text{K}/T)^{0.5}$  [5] — столкновительная ширина линии;  $\Delta\nu_D = (\nu_0/c)(k_B T \ln 4 / M_{CO_2})^{0.5}$  — доплеровская ширина линии;  $\gamma_J$  — значение столкновительного уширения линии [2];  $p$  — суммарное давление газа;  $\xi_{CO_2}$ ,  $\xi_{N_2}$ ,  $\xi_{He}$  — доли компонентов CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, He в газовой смеси;  $T$  — поступательная температура газа;  $\nu_0$  — центральная частота перехода;  $M_{CO_2}$  — масса молекулы CO<sub>2</sub>;  $a = \pi^{1/2}$ ,  $b = (\pi - 2)/2$ ,  $s = a^q$ . Параметр  $q$  определяет относительную погрешность расчетов форм-фактора при использовании (2), которая согласно [4] не превышает 0.09% при  $q=1.902$  и 0.9% при  $q=2$  (в расчетах использовалось  $q=2$ ). Из выражений (1) и (2) следует,

что если известны контур линии, на которой измеряется КУ, и ее спектроскопические параметры, то неизвестными остаются только искомые величины — температура газа  $T$  и населенности лазерных уровней — верхнего  $00^0_1 N_3$  и нижних  $10^0_0 N_1, 02^0_0 N_2$ . В настоящей работе представлен алгоритм обработки результатов многочастотной лазерной диагностики активной среды  $\text{CO}_2$ -лазера на основании метода наименьших квадратов. Связь между искомыми параметрами  $\{N_{1,2}, N_3, T\}$  и результатами измерений КУ определяется фундаментальной системой уравнений:

$$k_i = K_i(N_{1,2}; N_3; T) + \Delta k_i, \quad (3)$$

где  $k_i$  — результат  $i$ -го измерения КУ;  $\Delta k_i$  — погрешность  $i$ -го измерения КУ. В системе уравнений (3) помимо  $\{N_{1,2}, N_3, T\}$  неизвестными являются также погрешности  $\Delta k_i$ , и, следовательно, система всегда недоопределена. Если же пренебречь ошибками измерений, то получается избыточная и в общем случае противоречивая система уравнений

$$k_i = K_i(N_{1,2}; N_3; T). \quad (4)$$

При обработке избыточных измерений уравнения (4) необходимо решать статистически, т.е. значения неизвестных параметров определяются так, чтобы минимизировать совокупность квадратов отклонений

$$\rho = \sum_i w_i [k_i - K_i(N_{1,2}; N_3; T)]^2, \quad (5)$$

где  $w_i$  —  $i$ -й весовой коэффициент. Алгоритм расчета состоит в том, что при некоторой температуре  $T$  решается система нормальных уравнений, которая относительно  $N_{1,2}$  и  $N_3$  имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial N_3} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial N_{1,2}} = 0, \quad (6)$$

и находится сумма квадратов отклонений  $\rho$ , минимальная для данной температуры. Далее варьируется температура  $T$  и методами перебора и итераций минимизируется  $\rho(T)$ . Система нормальных уравнений (6) при расчете, например,  $N_2$  и  $N_3$  может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} N_2 - d_1 N_3 &= d_2 \\ -d_3 N_2 + N_3 &= d_4, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\sum_i w_i M_1^2 M_2 \exp(-C_{2i} \frac{\beta_1}{T})}{\sum_i w_i (M_1 M_2)^2}, & d_2 &= \frac{-\sum_i w_i k_i M_1 M_2}{\sum_i w_i (M_1 M_2)^2}, \\ d_3 &= \frac{\sum_i w_i M_1^2 M_2 \exp(-C_{2i} \frac{\beta_1}{T})}{\sum_i w_i [M_1 \exp(-C_{2i} \frac{\beta_1}{T})]^2}, & d_4 &= \frac{\sum_i w_i M_1 k_i \exp(-C_{2i} \frac{\beta_1}{T})}{\sum_i w_i [M_1 \exp(-C_{2i} \frac{\beta_1}{T})]^2}, \\ M_1 &= \frac{\lambda_i^2 A_i C_{1i} \beta_2 F_i}{T}, & M_2 &= \frac{B_{020}}{B_{001}} \exp[-J_i (J_i + 1) \frac{\beta_3}{T}], \\ \beta_1 &= \frac{hc B_{020}}{k_B}, & \beta_2 &= \frac{2hc B_{001}}{8\pi k_B}, & \beta_3 &= \frac{hc B_{001}}{k_B}. \end{aligned}$$

Для первой итерации весовые коэффициенты принимались равными  $w_i^1 = 1$ , а для  $(j + 1)$ -го шага [6]

$$w_i^{j+1} = \frac{1}{[k_i - K_i(N_3^j, N_2^j, T^j)]^2}. \quad (8)$$

При многопараметрическом поиске диагональные элементы соответствующей ковариационной матрицы представляют собой дисперсии искомым параметров  $\sigma_{N_3}^2, \sigma_{N_2}^2, \sigma_T^2$  [6, 7]. В общем случае связь между ковариационными матрицами прямо  $\{k_i\}$  и косвенно  $\{N_3, N_2, T\}$  измеряемых величин может быть записана в виде

$$COV = (b^T COV_k^{-1} b)^{-1}, \quad (9)$$

где  $b_{ij} = \frac{\partial K_i}{\partial y_j}$  ( $j = 1, 2, 3; y_1 = N_3, y_2 = N_2, y_3 = T$ ) в точке квазирешения.

При прямых некоррелированных измерениях КУ  $k_i$  с одинаковым средним квадратичным отклонением  $\sigma_k$  измеряемых КУ выражение (9) принимает вид:

$$COV = \sigma_k^2 (b^T b)^{-1}, \quad (10)$$

Были проведены тестовые расчеты, результаты которых показали, что погрешность определения  $N_{1,2}$  сильно растет с увеличением погрешности  $\delta k_i$ . Повышение  $\delta k_i$  до 5% при расчетах для десяти линий приводит к повышению погрешности  $\delta N_1$  до 200%. Использование двадцати линий R- и P-ветвей значительно уменьшают погрешность  $\delta N_{1,2}$  и улучшают сходимость расчетов:  $\delta k_i \sim 10\%$  соответствует  $\delta N_{1,2} \sim 30\%$ . Были измерены КУ в газоразрядной трубке длиной 74 см при токе разряда 30 мА и заполненной газовой смесью CO<sub>2</sub> : N<sub>2</sub> : He = 1 : 2 : 17 при давлении 20 Торр (Таблица 1).

Таблица 1. Измеренные КУ (м<sup>-1</sup>).

J	00 <sup>0</sup> 1 – [10 <sup>0</sup> 0, 02 <sup>0</sup> 0] <sub>II</sub>		00 <sup>0</sup> 1 – [10 <sup>0</sup> 0, 02 <sup>0</sup> 0] <sub>I</sub>	
	P-ветвь	R-ветвь	P-ветвь	P-ветвь
	k(J), м <sup>-1</sup>	k(J), м <sup>-1</sup>	k(J), м <sup>-1</sup>	k(J), м <sup>-1</sup>
6	—	0.81	—	—
8	0.95	1.03	—	—
10	—	—	1.24	1.31
12	1.28	—	—	1.42
14	1.40	—	1.52	—
16	1.46	1.41	1.62	1.54
18	1.50	1.42	1.64	1.54
22	—	1.35	1.58	1.46
24	—	—	1.53	1.37
26	1.30	1.17	1.44	1.26
28	1.20	1.07	1.31	1.125
30	1.20	0.95	—	—
32	0.98	0.84	1.07	0.88
34	0.86	0.6	0.93	0.655

На основании экспериментальных данных по представленной выше методике были определены населенности лазерных уровней и поступательная температура среды:

полоса 00<sup>0</sup>1 – [10<sup>0</sup>0, 02<sup>0</sup>0]<sub>I</sub>:

R-ветвь - T = (366.5 ± 0.7) К, N<sub>3</sub> = (5.31 ± 0.03) × 10<sup>21</sup> м<sup>-3</sup>, N<sub>1</sub> = (5.6 ± 1.3) × 10<sup>19</sup> м<sup>-3</sup>;

P-ветвь - T = (371.7 ± 0.9) К, N<sub>3</sub> = (5.03 ± 0.03) × 10<sup>21</sup> м<sup>-3</sup>, N<sub>1</sub> = (8.5 ± 1.6) × 10<sup>19</sup> м<sup>-3</sup>;

полоса  $00^0_1 - [10^0_0, 02^0_0]_{II}$ :

$R$ -ветвь —  $T = (364.6 \pm 0.8) \text{ K}$ ,  $N_3 = (5.37 \pm 0.04) \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_2 = (8.95 \pm 2.5) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ ;  
 $P$ -ветвь  $T = (371 \pm 1) \text{ K}$ ,  $N_3 = (5.49 \pm 0.04) \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_2 = (1.8 \pm 0.3) \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

Таким образом, в настоящей работе представлены экспериментальные результаты измерения спектрального распределения КУ в активной среде  $\text{CO}_2$ -лазера, в рамках метода наименьших квадратов предложена методика расчета и приведены результаты определения населенности лазерных уровней и температуры активной среды.

**Abstract.** Gains measured at the center of vibrational-rotational lines of the main bands of the  $\text{CO}_2$  molecule were used to determine, by the least-squares method, the laser-active levels population for active medium of a CW electric-discharge  $\text{CO}_2$  laser.

### Литература

- [1] Ачасов О.В., Кудрявцев Н.Н., Новиков С.С., Солоухин Р.И., Фомин Н.А. *Диагностика неравновесных состояний в молекулярных лазерах*. Минск: Наука и техника, 1985, с.208.
- [2] Аршинов К.И., Лешенюк Н.С., Невдах В.В. *Квантовая электроника*, 25 №8 (1998) 679-682.
- [3] Bridges T.J., Chang T.Y. *Phys.Rev.Lett.* 22 (1969), 811-815.
- [4] Кудря В.П. *Оптика и спектроскопия*, 55 (1983), 113-114.
- [5] Abrams R.L. *Appl.Phys.Lett.*, 25 (1974), 609-611.
- [6] Мудров В.И., Кушко В.Л. *Методы обработки измерений*. М.: Радио и связь, 1983. с.304.
- [7] Лешенюк Н.С., Пашкевич В.В. *ЖПС*, 46 (1987), 567-573.