

систематической составляющей погрешности был применен еще один способ оценки указанной выше поправки. Подбирали одинаковые по толщине пары образцов из индия, которые облучали в одном и том же потоке нейтронов. Затем измеряли активность каждого образца из пары  $A_1$  и  $A_2$  ( $\epsilon_{\beta 1} \approx \epsilon_{\beta 2}$ ) и активность этих же образцов, сложенных вместе  $A_{12}$  ( $\epsilon_{\beta 12}$ ). Так как  $\epsilon_{\beta 12} < \epsilon_{\beta 1}$ , то при наличии поправки к активности  $A_{12} \neq A_1 + A_2$ , а при ее отсутствии  $A_{12} = A_1 + A_2$ . Таким способом были измерены активности трех пар образцов разной толщины с  $\epsilon_{\beta}$  от 0,85 до 0,4. Результаты показали, что для каждой пары справедливо равенство  $A_{12} = A_1 + A_2$  с погрешностью не более 0,1%. Данные двух рассмотренных оценок позволяют сделать вывод о том, что в пределах погрешности эксперимента описываемую поправку к активности  $^{116m}\text{In}$  можно не учитывать.

Для правильного определения  $A_T$  необходимо знать значение  $F_{\text{Cd}}$ , которое может зависеть от толщины кадмия и от толщины образца. Коэффициент  $F_{\text{Cd}}$  определяли экспериментально для образцов толщиной 2 и 12 мг/см<sup>2</sup>. Были получены значения  $1,071 \pm 0,006$  и  $1,077 \pm 0,006$  соответственно при толщине кадмия 1 мм. Для образцов промежуточной толщины  $F_{\text{Cd}}$  вычисляли с помощью линейной интерполяции. Поскольку толщина используемых образцов мала ( $\Sigma_a t \ll 1$ ), то коэффициент теплового самоэкранирования можно представить в виде [6]

$$G_T = \frac{1}{1 + 2\Sigma_a t} \quad (2)$$

и, следовательно, величины, обратные значениям удельной активности  $A_T/m$  будут линейными функциями толщины образца, что позволит определить  $A_{\text{Ту}}^0$  методом наименьших квадратов. В результате было получено значение  $A_{\text{Ту}}^0$  со случайной и систематической составляющими погрешности 0,3 и 0,2% соответственно. Знание температуры  $T_n = (314 \pm 5)$  К позволило определить значение  $g(T_n) = 1,0238$  с погрешностью менее 0,1%.

Оценку полной погрешности сечения активации  $^{115}\text{In}$  проводили в соответствии с ГОСТ 8.207—76 и получили

УДК 539.122.04:537.533

## К расчету поля вторичных электронов в веществе, облучаемом гамма-квантами

КОЛЬЧУЖКИН А. М.

Взаимодействие мегавольтовых  $\gamma$ -квантов с веществом приводит к появлению вторичных электронов, которые в значительной степени определяют характер радиационно-индуцированного изменения свойств облучаемого объекта [1]. В силу каскадного характера процесса переноса электронов и квантов дифференциальная плотность потоков этих частиц удовлетворяет системе кинетических уравнений, решение которой является сложной математической проблемой и получено лишь для простой геометрии, как правило, с асимптотическими выражениями сечений взаимодействия, справедливыми только в области достаточно высокой энергии [2—4]. В легких веществах и при не слишком высокой энергии, когда можно пренебречь тормозным излучением вторичных электронов, задача несколько упрощается и сводится к последовательному определению потока  $\gamma$ -квантов, плотности распределения источников вторичных электронов и расчету переноса этих электронов [5—9]. Однако ввиду трудоемкости таких вычислений большинство опубликованных данных о спектрах вторичных электронов получено приближенными методами [7—9], где перенос электронов и квантов рассматривается в рамках простых моделей, применимость которых

значение 1,3% для 99% доверительной вероятности при следующих составляющих полной погрешности:  $\delta_s = 0,37\%$  — относительная средняя квадратическая (случайная) погрешность;  $\delta_0 = \sqrt{\Sigma \delta_i^2/3} = 0,26\%$  — относительное среднее квадратическое отклонение неисключенных остатков систематических погрешностей  $\delta_i$  [значения  $\delta_s$  и  $\delta_0$  даны с учетом весовых коэффициентов погрешностей всех параметров формулы (1)].

Итак, определенное в настоящей работе сечение активации  $^{115}\text{In}$  тепловыми нейтронами ( $E_n = 0,0253$  эВ) с образованием 54-минутной активности равно  $\sigma_0 = (162,8 \pm 2,1)$  б. Если оценивать погрешность по методу авторов работы [4], приводя так называемую экспериментальную погрешность  $\delta_0 = \sqrt{\delta_s^2 + 3\delta_0^2}$ , то для нашего значения  $\delta_0$  составит 0,6%, и тогда  $\sigma_0$  будет равно  $(162,8 \pm 1,0)$  б.

Полученный в нашей работе результат находится в хорошем согласии с  $\sigma_0 = (162 \pm 3)$  б [4] и  $\sigma_0 = (161 \pm 3)$  б [7]. Наблюдаемое различие сравниваемых значений, возможно, связано с различными способами определения коэффициента  $G_T(\Sigma_a t)$  и поправки к активности в методе  $4\lambda\beta - \gamma$ -совпадений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джеленов Б. С., Кокшарова С. Ф. Гамма-кванты изотопов, применяемых в нейтронно-активационном анализе. М., Атомиздат, 1974.
2. Zijp W. Rep. RCN-73-017. Reactor Centrum Nederland, 1973.
3. Jozefowicz E. — Nucleonika, 1963, v. 8, N 7, p. 437.
4. Beckurts K. — Nucl. Sci. Engng, 1963, v. 17, p. 329.
5. Ярицына И. А. и др. — Измерительная техника, 1977, № 6, с. 75.
6. Бекурц К., Виртц К. Нейтронная физика. М., Атомиздат, 1968.
7. Ryves T. J. Nucl. Energy, 1970, v. 24, N 1, p. 35.

Поступило в Редакцию 29.09.80

в каждом конкретном случае нуждается в дополнительном обосновании.

Определение характеристик поля вторичных электронов упрощается, если учесть, что пробеги электронов малы по сравнению с пробегами квантов, и поэтому поле электронов близко к равновесному [10], т. е. число электронов, покидающих элементарный объем около произвольной точки  $\mathbf{r}$ , близко к числу электронов, входящих в этот объем.

Рассмотрим линейный функционал  $I$ , характеризующий поле вторичных электронов:

$$I = \int dp D^{(e)}(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{p} = \Omega, E$  — направление движения и энергия электронов;  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  — дифференциальная плотность потока;  $D^{(e)}(\mathbf{p})$  — весовая функция (функция чувствительности) — вклад в вычисляемую характеристику  $I$  от единицы пути электрона с фазовыми координатами  $\mathbf{p}$  [11].

Например, если  $I$  — энергия, теряемая электронами в области  $\mathcal{V}$ , то  $D^{(e)}(\mathbf{p}) = \beta(E)$  — удельные потери энер-



гии; если  $I$  — производимая электронами ионизация, то  $D^{(e)}(\mathbf{p}) = \Sigma_{\text{ион}}(E)$  — сечение ионизации и т. п.

Функция  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\Omega \nabla \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) + \Sigma^{(e)}(E) \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \int \Sigma^{(ee)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}) \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}') d\mathbf{p}' = S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (2)$$

где  $\Sigma^{(ee)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p})$  и  $\Sigma^{(e)}(E)$  — дифференциальное и полное сечения взаимодействия электронов;  $S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  — плотность источников, которая выражается через дифференциальную плотность потока квантов  $\Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  и сечение образования электронов  $\Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p})$  соотношением

$$S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int \Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}) \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}') d\mathbf{p}'. \quad (3)$$

(Если при взаимодействии кванта с атомом может появиться несколько электронов, например каскад электронов Оже или электронно-позитронная пара, то  $\Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}) d\mathbf{p}$  понимается как среднее число электронов с  $\mathbf{p} \in d\mathbf{p}$ , рождающихся на единице пути кванта с фазовыми координатами  $\mathbf{p}'$ ).

Обозначим  $\Phi^+(\mathbf{p})$  сопряженную функцию для электронов, удовлетворяющую уравнению

$$\Sigma^{(e)}(E) \Phi^+(\mathbf{p}) - \int \Sigma^{(ee)}(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}') \Phi^+(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' = D^{(e)}(\mathbf{p}). \quad (4)$$

Физический смысл  $\Phi^+(\mathbf{p})$  — показания детектора в задаче о распространении электронов с начальными фазовыми координатами  $\mathbf{p}$  в однородной бесконечной среде с сечениями взаимодействия и функцией чувствительности такими же, как в области  $\mathcal{Z}$  исходной задачи [11, 12].

Действуя на выражения (2) и (4) операторами

$$\int d\mathbf{p} \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} \Phi^+(\mathbf{p}), \quad \int d\mathbf{p} \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$$

соответственно и вычитая полученные равенства, получаем частный случай основной формулы теории возмущений [11]:

$$I = \int d\mathbf{p} \Phi^+(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \int d\mathbf{p} \Phi^+(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} \Omega \nabla \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (5)$$

По теореме Остроградского — Гаусса

$$\int_{\mathcal{Z}} \Omega \nabla \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{r} = \int_{\sigma} \Omega \mathbf{n} \Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) ds,$$

где  $\sigma$  — поверхность области  $\mathcal{Z}$ ;  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к элементарной площадке  $ds$ . В соответствии с физическим смыслом функции  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  поверхностный интеграл в последней формуле равен разности числа электронов с фазовыми координатами из единичного интервала около  $\mathbf{p}$ , выходящих из объема  $\mathcal{Z}$  и входящих в этот объем. В состоянии электронного равновесия, когда эта разность равна нулю, формула (5) принимает вид

$$I_{eq} = \int d\mathbf{p} \Phi^+(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}).$$

Второй член в формуле (5) обусловлен отличием электронного потока от равновесного.

Используя выражение (3), равновесную часть функционала  $I$  можно записать в виде

$$I_{eq} = \int d\mathbf{p} R(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (6)$$

где

$$R(\mathbf{p}) = \int \Phi^+(\mathbf{p}') \Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}') d\mathbf{p}' \quad (7)$$

— средний равновесный вклад в  $I$  от электронов, рождающихся на единице пути кванта с фазовыми координатами  $\mathbf{p}$ .

Переходя к вычислению неравновесной поправки, выразим дифференциальную плотность потока  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в формуле (5) через распределение источников  $S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  и функцию Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \mathbf{r}', \mathbf{p}')$  уравнения (2), описывающего перенос электронов:

$$\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d\mathbf{p}' \int d\mathbf{r}' G(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \mathbf{r}', \mathbf{p}') S^{(e)}(\mathbf{r}', \mathbf{p}').$$

Функция  $G(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \mathbf{r}', \mathbf{p}')$  обращается в нуль, если расстояние  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  больше пробега электрона, в то же время плотность потока квантов и связанная с ней плотность источников электронов (3) мало меняются на расстояниях порядка длины пробега электрона, поэтому при вычислении  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  можно считать, что  $S^{(e)}(\mathbf{r}', \mathbf{p}') \approx S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}')$ . Тогда внутри поглотителя (расстояние до границы превышает пробег электрона)

$$\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \approx \int G(\mathbf{p}; \mathbf{p}') S^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}') d\mathbf{p}', \quad (8)$$

где

$$G(\mathbf{p}; \mathbf{p}') = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \mathbf{r}', \mathbf{p}') d\mathbf{r}'$$

— равновесная функция Грина, связанная с  $\Phi^+(\mathbf{p})$  соотношением

$$\Phi^+(\mathbf{p}) = \int D^{(e)}(\mathbf{p}') G(\mathbf{p}'; \mathbf{p}) d\mathbf{p}'.$$

Следует отметить, что приближенное выражение (8) используется только для вычисления второго члена формулы (5), который мал, если поток электронов близок к равновесному.

Используя выражения (8) и (3), второй член в формуле (5) можно преобразовать к виду

$$\Delta I = \int d\mathbf{p} \mathbf{J}(\mathbf{p}) \int_{\mathcal{Z}} d\mathbf{r} \nabla \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = \int \Omega' \Phi^+(\mathbf{p}') \Phi^{(e\gamma)}(\mathbf{p}'; \mathbf{p}) d\mathbf{p}';$$

$$\Phi^{(e\gamma)}(\mathbf{p}'; \mathbf{p}) = \int G(\mathbf{p}'; \mathbf{p}'') \Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'') d\mathbf{p}''.$$

Функция  $\Phi^{(e\gamma)}(\mathbf{p}'; \mathbf{p})$  есть равновесная дифференциальная плотность потока электронов от источника  $\Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}')$ , т. е. от электронов, рождающихся на единице пути кванта с фазовыми координатами  $\mathbf{p}$ .

Дифференциальные сечения  $\Sigma(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}')$  инвариантны относительно преобразования поворота вокруг начального направления  $\Omega$  (азимутальная симметрия рассеяния), поэтому инвариантной относительно такого поворота будет и равновесная функция Грина  $G(\mathbf{p}'; \mathbf{p})$  [13]. По той же причине  $\Phi^+$  не зависит от  $\Omega$ , если  $D^{(e)}(\mathbf{p}) = D^{(e)}(E)$  (изотропный детектор). В этом случае простые вычисления показывают, что

$$\Phi^+(\mathbf{p}) = \Phi^+(E) = \int D^{(e)}(E') G_0(E'; E) dE';$$

$$R(\mathbf{p}) = R(E) = \int \Phi^+(E') \Sigma_0^{(e\gamma)}(E \rightarrow E') dE'; \quad (10)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = \Omega \mathbf{J}(E) = \Omega \int \Phi^+(E') \Phi_1^{(e\gamma)}(E'; E) dE', \quad (11)$$



где

$$\Phi_1^{(e\gamma)}(E'; E) = \int \Omega \Omega' \Phi^{(e\gamma)}(\mathbf{p}'; \mathbf{p}) d\Omega' = \\ = \int G_1(E'; E'') \Sigma_1^{(e\gamma)}(E \rightarrow E'') dE'',$$

а  $G_{0,1}(E'; E)$ ,  $\Sigma_{0,1}^{(e\gamma)}(E \rightarrow E')$  — нулевой и первый коэффициенты разложения по полиномам Лежандра функций  $G(\mathbf{p}'; \mathbf{p})$  и  $\Sigma^{(e\gamma)}(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}')$  соответственно.

Подставляя выражения (10), (11) в формулы (6), (9), (5) и учитывая, что

$$\Omega \nabla \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = -\Sigma^{(\gamma)}(E) \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) + \\ + \int \Sigma^{(\gamma\gamma)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}) \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}') d\mathbf{p}' + S^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}),$$

где  $S^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  — плотность распределения источников  $\gamma$ -излучения, а  $\Sigma^{(\gamma)}(E)$  и  $\Sigma^{(\gamma\gamma)}(\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p})$  — полное и дифференциальное сечение взаимодействия квантов с веществом, получаем

$$I = \int d\mathbf{p} R(E) \int_{\mathcal{D}} d\mathbf{r} \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \\ - \int d\mathbf{p} \Sigma^{(\gamma)}(E) [P(E) - J(E)] \int_{\mathcal{D}} d\mathbf{r} \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \\ - \int d\mathbf{p} J(E) \int_{\mathcal{D}} d\mathbf{r} S^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (12)$$

где

$$P(E) = \frac{1}{\Sigma^{(\gamma)}(E)} \int \Sigma_0^{(\gamma\gamma)}(E \rightarrow E') J(E') dE'.$$

Первый член в формуле (12) соответствует предположению о существовании электронного равновесия, использованному Кормаком и Джонсом [7, 8]. Однако формулы (4) и (10) позволяют вычислить  $R(E)$ , не переходя к приближению непрерывного замедления, как было сделано в этих работах. Эффективный численный метод решения уравнения (4) описан в работе [14].

Остальные члены в формуле (12) описывают отклонение от электронного равновесия. Это отклонение обусловлено изменением плотности потока квантов на расстояниях порядка пробега электронов, что, в свою очередь, связано с рассеянием и поглощением квантов [учитывается вторым членом формулы (12)], а также с наличием источников  $S^{(\gamma)}$  [учитывается третьим членом в формуле (12)].

Формула (12) обобщает результат, полученный в работе [15]. Она показывает, что для вычисления функционала  $I$ , характеризующего поле вторичных электронов, необходимо знать плотность источников и энергетический спектр квантов в области  $\mathcal{D}$ , а также равновесные характеристики переноса электронов  $R(E)$ ,  $J(E)$ , получить которые проще, чем дифференциальную плотность потока  $\Phi^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ .

В пределе, когда размеры области  $\mathcal{D}$  стремятся к нулю, из выражения (12) вытекает формула, определяющая показания точечного детектора. Для той части пространства, где  $S^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = 0$ , эта формула имеет вид

$$I(\mathbf{r}) = \int \{R(E) - \Sigma^{(\gamma)}(E) [P(E) - J(E)]\} \Phi^{(\gamma)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{p}. \quad (13)$$

В частности, если  $I(\mathbf{r})$  — плотность распределения поглощенной энергии, то  $\Phi^+(\mathbf{r}) = E$ .

$$R(E) = \int E' \Sigma_0^{(e\gamma)}(E \rightarrow E') dE'$$

— средняя энергия, которую кванты передают электронам в столкновениях на единице пути, а

$$\kappa_a = \frac{1}{E} \{R(E) - \Sigma^{(\gamma)}(E) [P(E) - J(E)]\} \quad (14)$$

— коэффициент поглощения энергии, который отличается от коэффициента передачи энергии  $R(E)/E$  членами, учитывающими перенос энергии вторичными электронами.

Формула (12) может служить основой для создания эффективных алгоритмов расчета полей вторичных электронов методом Монте-Карло. Так, если функции  $J(E)$  и

$$Q(E) = \frac{R(E)}{\Sigma(E)} - P(E) + J(E)$$

предварительно вычислены и табулированы, то функционал  $I$  можно вычислять с помощью программы, в которой моделируются только траектории  $\gamma$ -квантов. При этом вклад в  $I$  от рождения кванта с фазовыми координатами  $\mathbf{p}$  в области  $\mathcal{D}$  равен  $-J(E)$ , а вклад от столкновения в этой области равен  $Q(E)$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Келли Б. Радиационное повреждение твердых тел. М., Атомиздат, 1970.
2. Росси Б. Частицы больших энергий. М., Гостехиздат, 1955.
3. Беленький С. З. Лавинные процессы в космических лучах. М., Гостехиздат, 1948.
4. Беляев А. А. и др. Электронно-фотонные каскады в космических лучах при сверхвысоких энергиях. М., Наука, 1980.
5. Brysk H. — Phys. Rev., 1954, v. 96, p. 419.
6. Goldman I., Brysk H. — Amer. J. Roentgenol., 1955, v. 74, p. 323.
7. Cormac D., Johns H. — Brit. J. Radiol., 1952, v. 25, p. 369.
8. Johns H. e.a. — Nucleonics, 1954, v. 12, N 10, p. 40.
9. Комар А. П., Круглов С. П., Лопатин И. В. Измерение полной энергии пучков тормозного излучения от электронных ускорителей. Л., Наука, 1972.
10. Иванов В. И. Курс дозиметрии. М., Атомиздат, 1978.
11. Марчук Г. И., Орлов В. В. — В кн.: Нейтронная физика. М., Атомиздат, 1961, с. 30.
12. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М., Атомиздат, 1978.
13. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. М., Мир, 1972.
14. Plyasheshnikov A. V., Lagutin A. A., Uchaikin V. V. — In: 16 Intern. Cosmic Ray Conf. Kyoto, 1979, v. 7, p. 4.
15. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В., Беспалов В. И. — Атомная энергия, 1972, т. 32, вып. 3, с. 224.

Поступило в Редакцию 20.10.80