

## ВЛИЯНИЕ НЕПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ПРИ ОПТИЧЕСКОМ УМНОЖЕНИИ ДЛИН

В. П. Короневич и Д. А. Соломаха

Показано, что контраст полос переналожения и точность отсчета умноженной длины ограничены дефектами плоскопараллельности в интерферометре Фабри—Перо.

### Введение

Известно, что интерференционные полосы переналожения, наблюдаемые при прохождении света через два последовательно соединенных интерферометра, позволяют установить целочисленные отношения сравниваемых длин [1], выявить местные изменения фазовых объектов [2], определить погрешности отражающих поверхностей [3] и т. д. Такого же

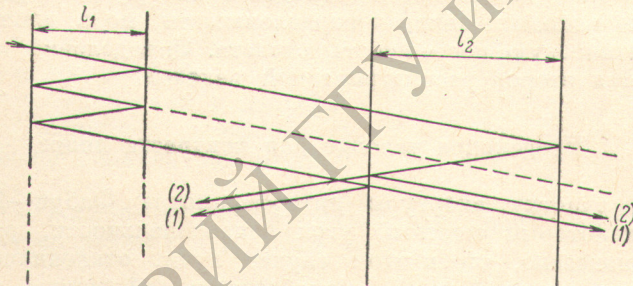


Рис. 1.

рода свойства имеют интерференционные максимумы трехзеркальных активных интерферометров, описанных в более поздних работах [4]. Обычно в литературе по использованию полос переналожения явно или неявно предполагается идеальное качество отражающих поверхностей и отсутствуют необходимые рекомендации о степени обработки и юстировки этих поверхностей. Между тем характеристики реального интерферометра обычно лимитируются именно несовершенством этих поверхностей [5]. Особенно критичны к погрешностям отражающих поверхностей интерферометры традиционной плоскопараллельной геометрии. Цель предлагаемой работы — оценить с этой точки зрения предельные возможности классических схем оптического умножения длин, а также выявить ошибки отсчета, вызванные отступлениями отражающих поверхностей от плоскопараллельности.

На рис. 1 схематически изображен ход лучей через последовательно соединенные («скрещенные») интерферометры. Пусть в интерферометре с длиной  $l_1$  луч 1 приобретает относительно луча 2 разность хода  $2ml_1$ , а в интерферометре с длиной  $l_2$  луч 2 по сравнению с лучом 1 приобретает разность хода  $2nl_2$ . Интерференция этих двух лучей дает полосы переналожения. При  $ml_1 = nl_2$  можно наблюдать интерференцию



в белом свете. В дальнейшем подразумевается, что  $n=1$ , например, когда второй интерферометр типа Майкельсона, и  $m$  является кратностью умножения длины  $l_1$ . Для интерференции в монохроматическом свете значения  $m$  приходится считать непрерывными.

Содержанием первой рассматриваемой задачи является ухудшение контраста полос переналожения с ростом  $m$ . С ростом  $m$  падает интенсивность 1-го луча  $I_m$ , а она и определяет контраст полос переналожения на фоне интенсивности  $I_0$  луча с  $m=0$ . Без учета влияния поверхностных погрешностей

$$I_m = I_0 r^m, \quad (1)$$

где  $r$  — коэффициент отражения.

Допустим глаз может различить полосы с  $\frac{I_m}{I_0} = r_m \sim 0.1$ . Тогда, чтобы различить полосу  $m$ -й кратности, нужно некоторое гарантированное разрешение интерферометра, такое, что  $r \geq \sqrt[m]{0.1}$ . Например, при  $r=0.8$  можно различить полосы с  $m=10$ , а при  $r=0.9$  даже  $m=20$ .

Очевидно, что соотношение (1) может определять лишь некоторый наивысший идеальный предел достижимого  $m$ . В реальных же случаях, для различности полос переналожения высокой кратности одной лишь высокой отражательности недостаточно, нужно, как это показано в следующей главе, сделать достаточно малой величину угла клина  $\epsilon$ .

Оптическое умножение длин приводит также к умножению отступлений от плоскопараллельности исходного интерферометра. Это удобно для контроля исходной неплоскопараллельности, но в длину  $l_2$  это внесит систематическую погрешность отсчета. Определение этой погрешности является второй рассматриваемой задачей.

### Предельное условие для контраста полос

Каждому участку апертуры интерферометра Фабри—Перо можно приписать некоторый местный угол непараллельности, равный  $\epsilon$ . Толанским [6] показано, что в этом случае лучи, отклоняющиеся в сторону раствора клина (рис. 2), приобретают добавочное запаздывание (или опережение)

$$\delta l(s) = \frac{4}{3} s^3 \epsilon^2 l_1, \quad (2)$$

где  $s$  — номер отклоняющегося луча.

Условие существования  $s$ -лучевой интерференции при этом имеет вид

$$\frac{4}{3} s^3 \epsilon^2 l_1 < \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

$\lambda$  — длина волны.

На рис. 1 показаны лишь два интерферирующих луча: луч 1 с  $s=m$  и луч 2 с  $s=0$  ( $s$  относительно первого интерферометра). Фактически кроме нулевого и  $m$ -го лучей интерферируют и другие пары — первый с  $(m+1)$ -м, второй с  $(m+2)$ -м и т. д.

Рассмотрим взаимную разность хода для  $s$ -й пары лучей, с учетом (2) равную

$$2ml_1 \cos \theta_s + \frac{4}{3} (s+m)^3 \epsilon^2 l_1 - \frac{4}{3} s^3 \epsilon^2 l_1 - 2l_2 \cos \theta_s,$$

где угол  $\theta_s$  соответствует направлению  $s$ -го луча относительно оси системы.



Будем считать разность  $(2ml_1 - l_2) \cos \theta_s$  равной нулю или по крайней мере слабо зависящей от  $s$ . Тогда переменная часть разности хода

$$\delta l(s, m) = \epsilon^2 l_1 \left( 4s^2 m + 4sm^2 + \frac{4}{3} m^3 \right).$$

При  $s=0$  значение  $\delta l(s, m)$  относительно мало, а при  $s \sim s_{\max} \sim \frac{\pi \sqrt{r}}{1-r}$  оно значительно возрастает. В последнем случае с равным основанием можно было бы положить

$$\delta l(s, m) = \epsilon^2 l_1 \left\{ \frac{4}{3} s^3 - \frac{4}{3} (s-m)^3 \right\} = \epsilon^2 l_1 (4s^2 m - 4sm^2 + \frac{4}{3} m^3).$$

Исходя из вышеизложенного, для предельных оценок можно пренебречь членом  $\frac{4}{3} m^3$  и усреднить определения  $\delta l(s, m)$  к виду

$$\delta l(s, m) \approx 4s^2 m \epsilon^2 l_1.$$

Поскольку возрастание  $\delta l(s, m)$  с ростом  $s$  или  $m$  ведет к замыканию полос, можно выбрать по аналогии с (3) критерий существования контраста полос в виде

$$\delta l(s, m) \approx 4s^2 m \epsilon^2 l_1 < \frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

поскольку при  $\delta l(s, m) = \frac{\lambda}{2}$  полосы переналаживания  $s$ -х интерферирующих пар лучей будут в противофазе с первыми интерферирующими парами и дальнейший рост  $s$  (например, с ростом  $r$ ) приведет к более сильному замыканию полос.

Условие (4) показывает, в частности, что предельное значение  $l_2 = ml_1$  ограничено углом  $\epsilon$  и  $s_{\max}$ , так что

$$ml_1 < \frac{\lambda}{8s^2 \epsilon^2}.$$

Рассмотрим несколько примеров на интерференцию в белом свете ( $\lambda = \lambda_{\text{ср}} = 0.55 \text{ мкм}$ ).

1. При серебряных покрытиях с  $r = 0.9$  можно принять  $s_{\max} \sim 30$ . Задаваясь непараллельностью пластин интерферометра Фабри—Перо  $\epsilon \approx 10^{-6}$ , получим из (4), что  $ml_1 < 70 \div 80 \text{ м}$ . При  $\epsilon \approx 10^{-5}$  получим  $ml_1 < 70 \div 80 \text{ см}$ .

Эти цифры показывают, насколько существенно контраст полос зависит от  $\epsilon$ .

2. Рассмотрим возможность измерить при помощи оптического умножения максимальный отрезок  $l_2 = ml_1 \sim 100 \text{ м}$ . Для этого требуется некоторое уменьшение  $s$ . Полагаем  $s = 10$  ( $r = 0.7, m = 7$ ). Тогда из (4) следует  $\epsilon \leq 2.5 \cdot 10^{-6}$ , т. е.  $0.5''$ . Дальнейшее понижение  $s$  было бы нерациональным, поскольку  $m$  стали бы малыми.

Предел величины  $m$  трудно определить количественно. Условный критерий  $r^m \geq 0.1$  соответствует  $m \leq \frac{2}{3} s_{\max} \approx \frac{2\pi \sqrt{r}}{3(1-r)}$  (т. е.  $m_{\max} = 10$  при  $r = 0.8$  и  $m_{\max} = 20$  при  $r = 0.9$ ). Но с повышением  $r$  на контраст полос влияют не только потери, но и замыкание полос из-за  $\delta l(s, m)$ , поэтому  $m$  становится строго меньшим  $\frac{2}{3} s_{\max}$ .

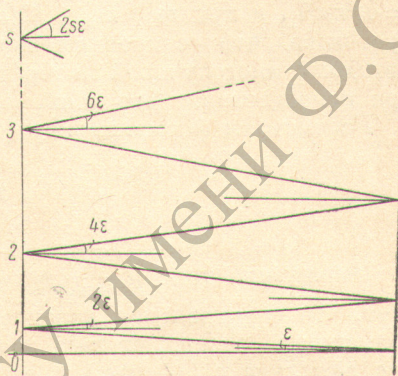


Рис. 2.



3. Пусть требуется методом оптического умножения измерить геодезический отрезок  $l_2 = 24$  м. При  $r = 0.8$  ( $s_{\max} \sim 15$ ) из (4) получим  $\varepsilon \leq 3.5 \cdot 10^{-6}$ . При  $r = 0.7$  юстировку необходимо выполнить лишь с точностью до  $\varepsilon \leq 5.2 \cdot 10^{-6} \approx 1''$ .

Рассмотренные примеры показывают, что при более высоком  $r$  требуется более тщательная юстировка (и контроль неплоскостности, которая дает местную непараллельность).

4. При измерении метровой концевой меры длины на Большом интерферометре ВНИИМ [7]  $ml_1 = 50$  см,  $r = 0.8$  (т. е.  $s_{\max} \sim 15$ ). В этом случае исходный интерферометр должен иметь  $\varepsilon \leq 2.4 \cdot 10^{-5}$ , что составляет примерно 1 мкм на апертуре 40 мм. В этом примере снижение величины  $ml_1$  привело к существенному смягчению допуска на  $\varepsilon$ .

Условие (4), вообще говоря, не является менее жестким, чем условие (3). В самом деле, для последнего примера ( $m = 5$ ,  $s = 15$ )  $\frac{4}{3} s^3 \varepsilon l_1 = 4s^2 m \varepsilon^2 l_1$ , а при  $m = m_{\max}$ ,  $\delta l(s, m)$  может превышать  $\delta l(s)$ . Отсюда следует вывод, что юстировка непараллельности интерферометра Фабри—Перо методами многолучевой интерференции может оказаться недостаточной при использовании его в схеме оптического умножения.

Рассмотрим формулировку (4) для углов

$$2s\varepsilon < \sqrt{\frac{\lambda}{2ml_1}}. \quad (4a)$$

Выражение типа  $\sqrt{\frac{\lambda}{2ml_1}}$  в теории интерферометра Фабри—Перо означает, что спектральная характеристика интерферометра Фабри—Перо по полуширине разрешает  $m$ -ю долю полосы в нулевом порядке (корреляция  $s$ -го луча с  $(s-m)$ -м), т. е. вид (4a) показывает, что для сохранения контраста полос угловое отклонение в сторону раствора клина ( $2s\varepsilon$ ) не должно превышать угла аппаратной полуширины  $m$ -лучевой интерференции.

В рассматриваемых схемах из-за потерь интенсивности и больших расстояний  $ml_1$  обычно ощущается недостаток освещенности полос, поэтому используются достаточно большие пространственные размеры источника. Пространственная когерентность требуется лишь в пределах расхождения двух интерферирующих лучей в плоскости локализации полос. А это расхождение тем меньше, чем меньше угол  $\varepsilon$  (или неплоскостность) и чем ближе расположены первый интерферометр и плоскость локализации полос. Количественные соотношения существенно зависят от конкретного вида схемы, поэтому здесь на них не будем останавливаться. Отметим только, что существует некоторый диапазон углов падения, связанный с размерами источника, при этом разность  $2ml_1 \cos \theta$  —  $2l_2 \cos \theta$  от  $\theta$  не зависит или зависит слабо, т. е. на контраст полос не влияет.

#### Ошибки отсчета, вносимые неплоскопараллельностью исходного интерферометра

Соотношение (4) характеризует не только замывание полос, но и асимметрию их, как функцию  $s$  и  $m$ , являющуюся потенциальным источником ошибки отсчета длины  $l_2$ . Эта асимметрия может быть разного знака в зависимости от знака угла падения волны относительно оптической оси, поскольку отклонения на угол  $2s\varepsilon$  либо уменьшают, либо увеличивают величину первоначального угла. В том случае, когда знак угла  $2s\varepsilon$  противоположен знаку угла падения, вклад в асимметрию делают наиболее яркие лучи, начиная с  $s = 0$ , поэтому асимметрия получается значительно большей, чем при одинаковых знаках углов. Пусть диапазон



углов падения имеет углы обоих знаков. Благоприятная юстировка (выставление) источника состоит в некотором смещении направления падения источника в сторону раствора клина, направленном на то, чтобы выравнять влияние асимметрии обоих знаков. Ошибка отсчета  $\Delta l_2$  все же может оставаться большой. Если угол  $\epsilon$  влияет на полосы переналожения, т. е. если в неравенстве (4) левая часть сравнима с  $\frac{\lambda}{2}$ , то юстировкой сделать  $\Delta l_2 < \frac{0.1\lambda}{2}$  практически невозможно.

Такого же порядка ошибки  $\Delta l_2$  возникают из-за линейных размеров неплоскостности первого интерферометра и поворота полос второго интерферометра.

Пусть имеется общая неплоскостность с прогибом  $\frac{\lambda}{q}$  (рис. 3). Тогда значение  $l_1$ , измеренное методом дробного порядка, является усредненным по апертуре, а фактическое значение  $l_1$  изменяется в пределах  $l_1 - \frac{\lambda}{2q}$ ,  $l_1 + \frac{\lambda}{2q}$ . Поэтому отсчет  $l_2$  по искривленным полосам может при-

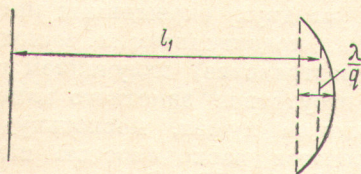


Рис. 3.

вести к погрешности  $\pm \frac{m\lambda}{2q}$ . Эта большая погрешность, и с ней нельзя не считаться. При неплоскостности порядка  $\frac{\lambda}{20}$  и  $m = 5$  величина погрешности до  $\frac{\lambda}{8}$ . Такое

искривление  $-\frac{1}{4}$  полосы — уже заметно на глаз, и на него необходимо вводить поправку.

Вращение полос переналожения (рис. 4) происходит в том случае, когда направление клина и соответственно направления полос первого и второго интерферометров не совпадают. При этом полосы складываются в результирующую полосу по направлению, как вектора с абсолютными значениями  $m\epsilon_1$  у первого и  $\epsilon_2$  у второго, т. е. этот перекося тем меньше, чем меньше отношение  $\frac{m\epsilon_1}{\epsilon_2}$ . Если ахроматическая полоса расположена точно по середине интерференционного поля, определяемого интерферометром Фабри—Перо, то ошибки в отсчет длины  $l_2 = ml_1$  не вносятся; если же условия отсчета таковы, что она фиксируется не точно в центре интерференционного поля, то тут налицо ошибка отсчета из-за перекося полос.

Конечно, ошибки, связанные с искривлением и вращением полос, можно корректировать на глаз, но возможности этого лежат где-то в пределах 0.1 полосы.



Рис. 4. Вращение полос при разных направлениях клина в скрещенных интерферометрах (схема).

Точка  $O$  — неподвижный центр интерференционной картины,  $a$  — полосы из-за клина в интерферометре Фабри—Перо,  $b$  — полосы из-за клина в интерферометре Майкельсона,  $c$  — результирующие полосы.



### Заключение

Ранее было известно, что кратность полос переналожения ограничена условием  $r^m = \text{const}$ , т. е. с увеличением  $r$  возможности оптического умножения растут. В данной работе получено соотношение (4), которое показывает, что угол клина  $\varepsilon$  и число эффективных лучей в интерферометре  $s$  ограничивают предельную длину оптического умножения. При этом увеличение  $r$  только ухудшает положение. Неравенство (4) помогает выбрать оптимальные параметры  $r$ ,  $m$  и  $l_1$  при заданном  $\varepsilon$  или определить необходимую степень юстировки при заданных остальных параметрах.

При больших кратностях умножения точность отсчета длины  $l_2$  также является существенной функцией неплоскопараллельности исходного интерферометра. На практике она может быть скорректирована до величины порядка  $\frac{\lambda}{20}$ . Но если относительный уровень точности измерения достигнет  $10^{-8}$ , то пренебречь такой ошибкой можно будет лишь при  $ml_1$  более одного метра.

Дальнейшее улучшение параметров оптического умножения длин в схеме двух плоскопараллельных интерферометров невозможно без более жесткого контроля клина и неплоскостности, чем это позволяет применяемая сейчас методика. В связи с этим хотелось бы отметить эффективность установки, состоящей из двух скрещенных интерферометров — Фабри—Перо и Майкельсона, подсвечиваемых монохроматическим когерентным (во времени и пространстве) излучением газового лазера [3]. Ее особенностью является отсутствие заметного клина у интерферометра Майкельсона. Этот клин не нужен, поскольку полосы двухлучевой интерференции обеспечиваются расходимостью излучения лазера. Они имеют вид колец. Величина  $m \sim 50$ . При наличии клина интерферометра Фабри—Перо полосы становятся овальными. Другие погрешности поверхности тоже проявляют себя благодаря многократному умножению, и, таким образом, вид выходных полос позволяет контролировать все погрешности.

Такая установка могла бы быть использована для более эффективного контроля (и юстировки) неплоскопараллельности исходного интерферометра.

Представило бы интерес также применение в качестве исходного интерферометра задиафрагмированного конфокального интерферометра, поскольку при этом был бы смягчен допуск на разъюстировку. Но эта возможность пока не исследована.

### Литература

- [1] R. Benoit, A. Fabry, C. Perot. Travaux et Memoires du Bureau International des Poids et Mesures, 15, 1913.
- [2] M. Cagnet. Rev. Optique, 1, 1954.
- [3] G. Hesse, W. Poss, F. Zöllner. Experim. Technik der Phys., 15, 51, 1967.
- [4] Н. Джерардо и К. Вердейен. ТИИЭР, 52, 733, 1964.
- [5] R. Shabbal. J. Phys. Radium, 19, 295, 1958.
- [6] S. Tolansky. Multiple Beam Interferometry of Surfaces and Films. Oxford, 1948; Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. Физматгиз, М., 1958, стр. 416.
- [7] М. Ф. Романова, А. И. Карташев. Опт.-мех. промышл., 7, 8, 1939; Тр. ВНИИМ, в. 7 (67), стр. 23, 1949.