

НЕКОГЕРЕНТНЫЕ ФУРЬЕ-ОПТИЧЕСКИЕ  
ИЗОБРАЖАЮЩИЕ СИСТЕМЫ. II

Ю. Е. Дукаревич

На основании результатов работы [1] рассмотрен способ обработки информации некогерентной Фурье-оптической системы, приводящий к классической форме изображения, вычислена разрешающая способность системы с  $N$  выходами и показано, что она может быть сделана сколь угодно высокой.

Обработка информации некогерентной Фурье-оптической системы

В работе [1] описана некогерентная Фурье-оптическая система и получены выражения для первичной информации, поступающей с выхода этой системы. Наряду с выражением (6.1),<sup>1</sup> описывающим информацию системы с четными преобразователями  $I$  и  $II$ , легко получить остальные соотношения для возможных комбинаций четных и нечетных Фурье-преобразователей, т. е. выбор величин (штрих у  $\beta'$  опущен),

$$\left. \begin{aligned} E_{cc}(\beta) &= \int_0^{\infty} I_c(\alpha) p'_{B,L}(\alpha - \beta) d\alpha, \\ E_{cs}(\beta) &= \int_0^{\infty} I_s(\alpha) p'_{B,L}(\alpha - \beta) d\alpha, \\ E_{sc}(\beta) &= - \int_0^{\infty} I_s(\alpha) p'_{B,L}(\alpha - \beta) d\alpha, \\ E_{ss}(\beta) &= \int_0^{\infty} I_c(\alpha) p'_{B,L}(\alpha - \beta) d\alpha, \end{aligned} \right\} (1)$$

где

$$I_c(\alpha) = I(\alpha) \cos 2kB\alpha, \quad I_s = I(\alpha) \sin 2kB\alpha,$$

а  $E_{cc}$ ,  $E_{cs}$ ,  $E_{sc}$ ,  $E_{ss}$  — первичная информация Фурье-оптической системы соответственно с двумя четными, с первым четным и вторым нечетным и т. д. преобразователями.

Выражения (1) можно записать в одно

$$E(\beta) = \int_0^{\infty} \bar{I}(\alpha) p'_{B,L}(\alpha - \beta) d\alpha, \quad (1')$$

где

$$\bar{I}(\alpha) = I(\alpha) e^{i2kB\alpha}.$$

<sup>1</sup> Здесь и далее (6.1) означает формулу (6) из работы [1].



Таким образом, Фурье-оптическая система с эксцентриситетом  $B$  приводит к псевдо-изображению, так как, во-первых, происходит преобразование интенсивности предмета (фазовый множитель  $e^{i2kBa}$ ), во-вторых, аппаратная функция имеет необычный вид [формула (5. 1)]. (Отметим здесь, что вид преобразования интенсивности предмета и аппаратная функция зависят от эксцентриситета  $B$  и в одной и той же схеме могут легко варьироваться). Каждая из этих двух причин приводит к повышению разрешающей способности Фурье-оптической системы по сравнению с классическим прибором (при одинаковых входных зрачках).

Рассмотрим следствия, вытекающие из преобразования интенсивности объекта. Пусть объект представлен в виде пространственной гармоник, частота которой выше предельной частоты для классического прибора с аналогичным входным зрачком, т. е. структура не разрешается. Преобразование интенсивности, сводящееся к модуляции частотой  $2kB$ , приведет к образованию двух пространственных гармоник с суммарной и разностной частотой. При этом низшая частота может попасть в область частот, разрешаемых системой с аппаратной функцией  $p'_{B,L}$ . Однако соответствующая этому способу получения изображения обработка информации приводит к сложным вычислительным операциям по учету и исключению ложных гармоник и формированию «наглядного» изображения.

Поэтому рассмотрим способ обработки информации, сводящийся к устранению действия линейного фазового множителя при функции интенсивности предмета  $\tilde{I}(a)$ .

В связи с этим заметим, что частотно-контрастная характеристика некогерентной Фурье-оптической системы имеет вид действительной  $\Pi$ -функции.

Действительно, из формулы (5. 1) получаем, что

$$d(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p'_{B,L}(\beta) e^{i\omega\beta} d\beta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin kL\beta}{K\beta} \cos 2k\beta e^{i\omega\beta} d\beta = \frac{1}{2} (\Pi_L^{+2Bk} + \Pi_L^{-2Bk}), \quad (2)$$

где  $\Pi_L^{\pm 2Bk}$  является  $\Pi$ -функцией, центральная частота  $\omega_0$  которой равна  $\pm 2Bk$ , а диапазон частот, отсчитываемый от  $\omega_0$ , при котором  $\Pi_L(\omega) \neq 0$ , равен  $\pm Lk$ .

Покажем теперь, что справедливо равенство

$$M(\beta) = \sqrt{E_{cc}^2(\beta) + \bar{E}_{cs}^2(\beta)} = \int_0^{\infty} I(a) p'_{2B,L}(a - \beta) da + E_0 \quad (3)$$

(напомним, что  $I(a)$  — истинное значение интенсивности предмета).

Для однозначности выполнения операций по формуле (3) необходимо, чтобы значения величин, входящих под квадратный корень, были неотрицательными. Величины  $E_{cc}$  и  $E_{cs}$ , определяемые выражениями (1), этому условию не удовлетворяют.

Поэтому для описываемого ниже способа обработки информации используются величины

$$E_{cc}(\beta) = E_{cc}(\beta) + \int_{B-L}^{B+L} E(x') dx' = E_{cc}(\beta) + E_0 = E_{cc}(\beta) + \text{const} \geq 0.$$

Величины  $\bar{E}_{cc}$  ( $\bar{E}_{cs}$ ) снимаются не с диагонали моста  $\Pi$  преобразователя, а непосредственно с одного из фотоприемников; величина  $\bar{E}_{cc} \geq 0$ , так как она пропорциональна световому потоку, который, очевидно, не отрицателен.



Возведем равенство (3) в квадрат и применим Фурье-преобразование к двум частям полученного равенства, т. е.

$$\int_0^{\infty} E_{cc}^2(\beta) e^{-i\omega\beta} d\beta + \int_0^{\infty} E_{cs}^2(\beta) e^{-i\omega\beta} d\beta = \int_0^{\infty} \left( \int_0^{\infty} I(\alpha) p'_{2B, L}(\alpha - \beta) d\alpha \right)^2 e^{-i\omega\beta} d\beta,$$

используя теорему о свертке функций, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{cc}(\nu) E_{cc}(\omega - \nu) d\nu + \int_{-\infty}^{\infty} E_{cs}(\nu) E_{cs}(\omega - \nu) d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} f(\nu) f(\nu - \omega) d\nu, \quad (4)$$

где

$$f(\nu) = \int \left[ \int_0^{\infty} I(\alpha) p'_{2B, L}(\alpha - \beta) d\alpha \right] e^{-i\nu\beta} d\beta = I(\nu) \Pi_L^{4Bk}. \quad (4')$$

Определим теперь величину  $E_{cc}(\nu)$  при  $B \geq \frac{L}{2}$ .

По определению (1) имеем, оставляя только положительные пространственные частоты,

$$\begin{aligned} E_{cc}(\nu) &= \int_0^{\infty} E_{cc}(\beta) e^{i\nu\beta} d\beta = \frac{1}{2} [I_{cc}(\nu) \Pi_L^{2Bk}(\nu)] = \\ &= \frac{1}{4} [I(\nu_1) \Pi_L(\nu_1) + I(\nu_2) \Pi_L(\nu_2)], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\nu_1 = \nu + 2Bk$ ,  $\nu_2 = \nu - 2Bk$ .

Аналогично получается

$$E_{cs}(\nu) = \frac{1}{4i} [I(\nu_1) \Pi_L(\nu_1) - I(\nu_2) \Pi_L(\nu_2)]. \quad (5')$$

Подставляя величины (5) и (5') в формулу (4), получаем

$$\begin{aligned} M(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_{cc}(\nu) E_{cc}(\nu - \omega) d\nu + \int_{-\infty}^{\infty} E_{cs}(\nu) E_{cs}(\omega - \nu) d\nu = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} I(\nu_2) \Pi_L(\nu_1) I(\omega - \nu_2) \Pi_L(\omega - \nu_1) d\nu = \\ &= \frac{1}{2} \int_{2Bk-kL}^{2Bk+kL} I(\nu_2) I(\omega - \nu_2) d\nu = \frac{1}{2} \int_{4Bk-kL}^{4Bk+kL} I(\nu) I(\nu - \omega) d\nu. \end{aligned}$$

С другой стороны, правую часть формулы (4) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \int f(\nu) f(\nu - \omega) d\nu &= \frac{1}{2} \int I(\nu) \Pi_L^{4Bk}(\nu) I(\nu - \omega) \Pi_L^{4Bk}(\nu - \omega) d\nu = \\ &= \frac{1}{2} \int_{4Bk-kL}^{4Bk+kL} I(\nu) I(\nu - \omega) d\nu \equiv M(\omega). \end{aligned}$$

Тем самым доказана формула (3), которая определяет величину  $M(\beta)$ , содержащую информацию о функции яркости предмета в диапазоне пространственных частот  $4Bk - kL \leq \beta \leq 4Bk + kL$ . Форма информации



Фурье-оптической системы в виде выражения (3) наиболее близка к классической форме изображения оптического прибора. Отличие состоит в аппаратной функции и в возможности легко варьировать ее вместе с величиной эксцентриситета  $B$ ; кроме того, к изображению добавляется лишний постоянный фон.

### Разрешающая способность некогерентных Фурье-оптических систем

Уточним критерий оценки разрешающей способности (РС) оптических систем. Часто РС оценивается максимальной частотой пространственной гармоник, пропускаемой прибором. Такой критерий не учитывает характера передачи промежуточных частот.

Поэтому целесообразно оценивать РС величиной

$$\mu = \int d(\omega) d\omega,$$

где  $d(\omega)$  — нормированный множитель передачи оптического прибора (нормированная Ч. К. Х.).

Такой критерий оценки дает различное значение РС при одинаковых величинах максимальных частот, пропускаемых прибором. Это различие оправдано, так как контраст изображения, являющийся одной из основных характеристик изображения, является функцией  $\mu$  (например, различие контраста стандартных структур при когерентном и некогерентном объекте).

Применим величину  $\mu$  к оценке РС Фурье-оптической системы. Из формулы (2) непосредственно следует, что

$$\mu = 2Lk, \quad (7)$$

т. е. РС системы пропорциональна размеру входного зрачка. Эта же формула справедлива и для классического прибора при когерентном освещении (при некогерентном освещении  $\mu = Lk$ ).

Однако для некогерентных Фурье-оптических систем имеется возможность смещать центральную частоту функции  $d(\omega)$ . Поэтому для этих систем нужно снабдить величину  $\mu$  параметром смещения, т. е.

$$\mu_{\omega_0} = 2Lk. \quad (7')$$

Всегда можно построить систему с одним первичным и с  $N$  вторичными Фурье-преобразователями, причем величины  $\omega_0$  выбрать в виде арифметической прогрессии с шагом  $2Lk$ .

Тогда суммарная разрешающая способность системы будет равна

$$\mu_{\Sigma} = \mu_0 + \mu_{2Lk} + \mu_{4Lk} + \dots + \mu_{2(N-1)Lk} = 2NLk, \quad (8)$$

т. е. РС некогерентной Фурье-оптической системы в  $N$  раз больше РС соответствующего классического прибора. Таким образом, для этих систем РС может быть сделана как угодно высокой. Однако это все относится к предмету с бесконечной яркостью (потенциальная РС). Поскольку для рассматриваемых Фурье-оптических систем с  $N$  выходами происходит  $N$ -кратное падение освещенности в единичных изображениях, то учет этого факта и шумов в регистрирующей схеме должен привести к конечной величине РС.

Форму выходной информации некогерентной Фурье-оптической системы с одним входом и с  $N$  выходами, эксцентриситеты которых выбраны в виде



арифметической прогрессии с шагом  $L$ , можно записать следующей формулой (см. (3)):

$$M_{\Sigma}(\beta) = \sum_0^N M_j(\beta) = \int_0^{\infty} I(\alpha) \sum_0^N p'_{(j)L, L}(\alpha - \beta) d\alpha + NE_0 = \\ = \int_0^{\infty} I(\alpha) p'_{0, NL}(\alpha - \beta) d\alpha + NE_0. \quad (9)$$

Форма изображения для двумерного случая не отличается от вида (9) (за исключением того, что все величины, в том числе и эксцентриситет  $B$ , являются двумерными векторами) и здесь не приводится.

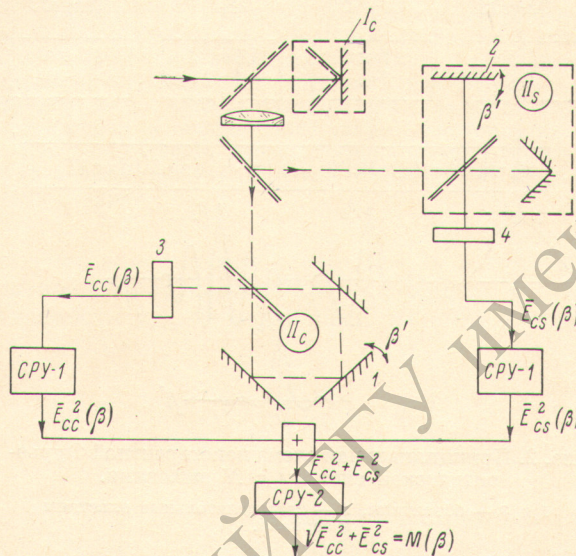


Рис. 1. Принципиальная схема Фурье-оптической системы с эксцентриситетом.

$I_c$  — первичный четный Фурье-преобразователь,  $II_c$  и  $II_s$  — вторичные Фурье-преобразователи, СРУ-1 и СРУ-2 — счетно-решающие устройства, 1 и 2 — зеркала, 3 и 4 — фотоприемники.

Для иллюстрации полученных результатов приведем принципиальную схему одномерной некогерентной Фурье-оптической системы с одним выходом (рис. 1).

В схеме применен первичный (четный) Фурье-преобразователь, взятый из работы [1]. Далее первичное Фурье-изображение предмета проекционным объективом переносится в плоскость поля интерференции вторичных Фурье-преобразователей  $II_c$  и  $II_s$ . Четный преобразователь построен по схеме интерферометра Саньяка, а нечетный по схеме, аналогичной схеме рис. 2 из работы [1].

Зеркала  $1$  и  $2$  этих преобразователей, осуществляющих сканирование изображения, жестко связаны между собой и наклоняются на угол  $\beta$  от одного привода. В остальном схема вторичных преобразователей полностью аналогична схеме преобразователя  $II$ , изображенном на рис. 1 из работы [1].

В соответствии с обозначениями этой работы с фотоприемников  $3$  и  $4$  снимается первичная информация  $E_{cc}$  и  $E_{cs}$  соответственно.

Далее она поступает на счетно-решающие устройства (СРУ) осуществляющие последовательно операции возведения в квадрат, суммирова-



ния и извлечения квадратного корня. С выхода СРУ-2 снимается окончательное изображение некогерентной Фурье-оптической системы  $M(\beta)$ .

На рис. 2 приведена принципиальная схема системы с одним первичным преобразователем и с  $N$  выходами. Каждый выход системы построен по схеме, аналогичной схеме рис. 1 (без первичного преобразователя  $I_c$ ).

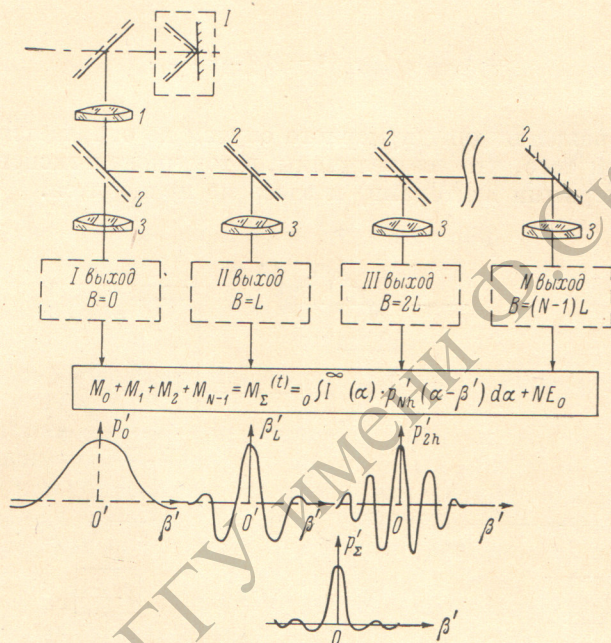


Рис. 2. Принципиальная схема некогерентной Фурье-оптической системы с  $N$  выходами.

1 и 3 — объективы, 2 — светоделительные пластины и зеркала.

Эксцентриситет системы  $N$  выходов составляет арифметическую прогрессию с шагом  $L$ . Информация с  $N$  выходов системы поступает на суммирующее устройство, формирующее окончательное изображение  $M_S(\beta)$ .

Внизу под каждым из трех первых выходов системы представлены графики аппаратных функций каналов, а в самом низу рисунка — суммарная аппаратная функция  $p'_x$  для трех первых каналов (без постоянных составляющих  $E_0$ ).

В заключение автор выражает благодарность В. П. Козлову за обсуждение результатов и ряд ценных замечаний.

#### Литература

- [1] Ю. Е. Дукаревич. Опт. и спектр., 28, 1190, 1970.

Поступило в Редакцию 10 октября 1969 г.