

ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТОВОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ СРЕДУ, ОБЛАДАЮЩУЮ ЛИНЕЙНЫМ И КВАДРАТИЧНЫМ МАГНИТООПТИЧЕСКИМИ ЭФФЕКТАМИ

В. Д. Тронько

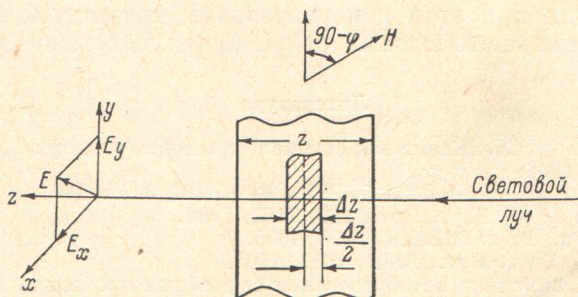
Определяется матрица Мюллера активной среды, обладающей линейным и квадратичным магнитооптическими эффектами. Показана способность таких сред преобразовывать световой поток заданной поляризации в любое другое состояние поляризации. Учтено многократное отражение от плоскости кристалла и вычислена степень поляризации светового луча, прошедшего через активный кристалл.

В работах [1, 2] было обнаружено, что наряду с большим линейным магнитооптическим эффектом вращения плоскости поляризации света в кубических, гексагональных (типа легкая ось) ферромагнетиках (и других кристаллах) существует большой по величине квадратичный эффект (по предположению авторов эффект Коттон-Мутон). Изменение показателя преломления под действием магнитного поля за счет указанных выше эффектов примерно равно и лежит в пределах $2 \cdot 10^{-4}$ — $2 \cdot 10^{-5}$.

В данной работе рассматривается прохождение светового луча через магнитооптически активную среду, обладающую линейным и квадратичным магнитооптическими эффектами. Определяется матрица Мюллера и вектор Стокса.

Матрица Мюллера магнитооптически активной среды

На рисунке показан плоскопараллельный оптически активный образец, перпендикулярно к плоскости которого падает световой луч. Внешнее магнитное поле H лежит в плоскости чертежа и составляет угол φ с на-



правлением светового потока. В случае, когда магнитное поле не лежит в плоскости чертежа, азимут наибольшей скорости исследуемого образца также не будет лежать в указанной плоскости. Поворотом системы координат вокруг светового луча (направление z) мы всегда сможем добиться положения, аналогичного рисунку.

Разобьем весь образец на участки толщиной Δz . На этом участке угол поворота плоскости колебаний электрического вектора равен $\Delta\theta = a\Delta z$ (a — удельный угол вращения плоскости колебаний электрического вектора при заданном поле H). Одновременно на этом участке существует

сдвиг по фазе между компонентами E_x и E_y на величину $\Delta\delta = b\Delta z$ (b — удельный сдвиг по фазе).

Разобьем участок размером Δz на два одинаковых по толщине слоя. Предположим, что один из них обладает линейным магнитооптическим эффектом с постоянной $2a$, а другой квадратичным эффектом с удельной постоянной $2b$. Тогда матрица Мюллера образца определяется произведением матриц поворота и фазосдвигающей пластинки [3] в степени $z/\Delta z$ ($z/\Delta z$ — количество участков)

$$[Q(\Delta z)] = \{ [T(2\Delta\theta)] [P(\Delta\delta)] \}^{z/\Delta z} = \\ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (A)^{z/\Delta z} & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$c_1 = \cos 2a\Delta z, \quad s_1 = \sin 2a\Delta z, \quad c_2 = \cos b\Delta z, \quad s_2 = \sin b\Delta z.$$

Указанные выше магнитооптические эффекты существуют одновременно в одной и той же области (и разделять их в пространстве нельзя), следовательно, истинная матрица Мюллера определяется таким выражением

$$[Q(z)] = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} [Q(\Delta z)]. \quad (2)$$

Матрица $[Q(\Delta z)]$ клеточная и состоит из суммы двух матриц. Разложим выражение (2) на две матрицы

$$[Q(z)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & \left(\lim_{\Delta z \rightarrow 0} (A)^{z/\Delta z} \right) & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Матрицу $(A)^{z/\Delta z}$, пользуясь интерполяционным полиномом Лагранжа [4], можно преобразовать к виду

$$(A)^{z/\Delta z} = \sum_{r=1}^3 \lambda_r^{z/\Delta z} z_r, \quad (4)$$

где $z_r = \prod_{s \neq r} \frac{[A] - \lambda_s [1]}{\lambda_r - \lambda_s}$, λ_r — корни характеристического уравнения матрицы A

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 1, \\ \lambda_{2,3} &= 1 - (8a^2 + 2b^2) \Delta z^2 \pm i 2 \sqrt{4a^2 + b^2} \Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Используя формулу (5), нетрудно найти предел составляющих $\lambda_r z_r$ в выражении (4)

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \lambda_1^{z/\Delta z} z_1 = \begin{bmatrix} \frac{b^2}{4a^2 + b^2} & 0 & \frac{2ab}{4a^2 + b^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{2ab}{4a^2 + b^2} & 0 & \frac{4a^2}{4a^2 + b^2} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \lambda_2^{z/\Delta z} z_2 = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} (\lambda_3^{z/\Delta z} z_3)^* =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2a^2}{4a^2 + b^2} & \frac{ia}{\sqrt{4a^2 + b^2}} & -\frac{ab}{4a^2 + b^2} \\ \frac{-ia}{\sqrt{4a^2 + b^2}} & 1/2 & \frac{ib}{2\sqrt{4a^2 + b^2}} \\ -\frac{ab}{4a^2 + b^2} & \frac{-ib}{2\sqrt{4a^2 + b^2}} & \frac{b^2}{2(4a^2 + b^2)} \end{bmatrix} e^{i\sqrt{4a^2 + b^2}z}. \quad (7)$$

Подставляя значения (6), (7) в уравнение (3), получим окончательное выражение матрицы Мюллера для среды, обладающей одновременно линейным и квадратичным магнитооптическими эффектами

$$[Q(z)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4a^2 \cos(\sqrt{4a^2 + b^2}z) + b^2}{4a^2 + b^2} & -\frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin(\sqrt{4a^2 + b^2}z) & \frac{2ab}{4a^2 + b^2} [1 - \cos(\sqrt{4a^2 + b^2}z)] \\ 0 & \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin(\sqrt{4a^2 + b^2}z) & \cos(\sqrt{4a^2 + b^2}z) & -\frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2}z \\ 0 & \frac{2ab}{4a^2 + b^2} [1 - \cos(\sqrt{4a^2 + b^2}z)] & \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin(\sqrt{4a^2 + b^2}z) & \frac{4a^2 + b^2 \cos \sqrt{4a^2 + b^2}z}{4a^2 + b^2} \end{bmatrix}$$

Матрицу (8) можно представить в виде суммы симметричной и кососимметричной матриц.

Вещество, описываемое такой матрицей, позволяет преобразовать состояние поляризации светового потока в неограниченных пределах. При этом не надо каких-либо дополнительных оптических приборов.

Рассмотрим один частный пример. Пусть падающий луч света будет плоскополяризованный с азимутом плоскости электрических колебаний,

равным 45° $(V_i) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Тогда выходной вектор Стокса равен

$$(V_e)_{\text{пр.}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2}z \\ \cos \sqrt{4a^2 + b^2}z \\ \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2}z \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Нетрудно видеть, что при $a=0$ и $bz=\pi/2$ выходящий поток будет иметь состояние круговой поляризации. Если $b=0$, будем иметь линейную поляризацию с азимутом az . Для того чтобы получить эллиптическую поляризацию вида $(1, \sqrt{1/3}, \sqrt{1/3}, \sqrt{1/3})$, необходимо два условия — $2a = b$ и $\text{tg}(\sqrt{2}bz) = \sqrt{2}$ и т. д.

В более общем случае нетрудно показать, что возможно преобразование выражения (9) к виду

$$(V_e)_{\text{пр.}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\omega \cos 2\lambda \\ \cos 2\omega \sin 2\lambda \\ \sin 2\omega \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где λ — азимут главной оси эллипса, ω — эллиптичность. Связь между a , b и ω , λ определяется из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2}z &= \cos 2\omega \cos 2\lambda, \\ \cos \sqrt{4a^2 + b^2}z &= \cos 2\omega \sin 2\lambda, \\ \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2}z &= \sin 2\omega. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Система (11) имеет только два независимых уравнения.

В заключение этого параграфа отметим, что рассмотренными свойствами обладают не только магнитооптически активные среды, но и другие немагнитные кристаллы, например кварц. Если световой луч проходит под углом, близким к оптической оси кварца, то изменение показателя

преломления между взаимно ортогональными колебаниями E_x , E_y и $E_x + iE_y$, $E_x - iE_y$ примерно равны. Следовательно, свойства светового луча при прохождении кварца вблизи оптической оси можно также описывать матрицей (8).

Влияние границ среды. Многократное отражение внутри образца

В первом параграфе мы определили матрицу Мюллера без учета влияния границ активной среды. Нетрудно видеть, что матрица Мюллера с учетом многократного отражения определяется таким выражением [5]

$$Q'(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (1-R)^2 e^{-(2n-1)\gamma z} R^{2n} [Q(z)]^{2n+1}, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

где R — коэффициент отражения плоскости образца, перпендикулярной к лучу света, γ — удельный коэффициент поглощения.

Считаем, что толщина исследуемого образца не соизмерима с длиной волны, т. е. интерференционные явления отсутствуют.

Так как $[Q(z)]^{2n+1} = [Q((2n+1)z)]$, преобразуем (12) к виду

$$[Q'(z)] = e^{-\gamma z} (1-R)^2 \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} & 0 \\ 0 & \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \left[\frac{4a^2 \cos \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z + b^2}{4a^2 + b^2} \right] \\ 0 & \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \left[\frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z \right] \\ 0 & \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \left[\frac{2ab}{4a^2 + b^2} (1 - \cos \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z) \right] \\ - \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \left[\frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z \right] & \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \frac{2ab}{4a^2 + b^2} \times \\ & \times [1 - \cos \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z] \\ \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \cos \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z & - \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \times \\ & \times \sin \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z \\ \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \sin \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z & \sum_{n=0}^{\infty} (Re^{-\gamma z})^{2n} \times \\ & \times \left[\frac{4a^2 + b^2 \cos \sqrt{4a^2 + b^2} (2n+1)z}{4a^2 + b^2} \right] \end{bmatrix} \quad (13)$$

После сведения рядов [6] получим окончательное выражение

$$[Q'(z)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4a^2}{4a^2 + b^2} A + \frac{b^2}{4a^2 + b^2} \frac{1}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}} & - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} B & - \frac{2ab}{\sqrt{4a^2 + b^2}} \left[\frac{1}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}} - A \right] \\ 0 & \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + b^2}} B & A & - \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} B \\ 0 & \frac{2ab}{4a^2 + b^2} \left[\frac{1}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}} - A \right] & \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} B & \frac{4a^2}{4a^2 + b^2} \frac{1}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}} + \frac{b^2}{4a^2 + b^2} A \end{bmatrix} \quad (14)$$

где

$$A = \frac{\cos \sqrt{4a^2 + b^2} z (1 - R^2 e^{-2\gamma z})}{1 - 2R^2 e^{-2\gamma z} \cos 2\sqrt{4a^2 + b^2} z + R^4 e^{-4\gamma z}}, \quad (15)$$

$$B = \frac{\sin \sqrt{4a^2 + b^2} z (1 + R^2 e^{-2\gamma z})}{1 - 2R^2 e^{-2\gamma z} \cos 2\sqrt{4a^2 + b^2} z + R^4 e^{-4\gamma z}}. \quad (16)$$

Если квадратичный эффект отсутствует, $b=0$, матрица (14) преобразуется в матрицу, определяемую формулой (5) работы [5]. Когда же отсутствует линейный эффект, $a=0$, матрица (14) будет иметь вид

$$[Q(z)] = e^{-\gamma z} (1 - R)^2 \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 1 - R^2 e^{-2\gamma z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - R^2 e^{-2\gamma z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A' & -B' \\ 0 & 0 & B' & A' \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где

$$A' = \frac{\cos bz (1 - R^2 e^{-2\gamma z})}{1 - 2R^2 e^{-2\gamma z} \cos 2bz + R^4 e^{-4\gamma z}}, \quad (18)$$

$$B' = \frac{\sin bz (1 + R^2 e^{-2\gamma z})}{1 - 2R^2 e^{-2\gamma z} \cos 2bz + R^4 e^{-4\gamma z}}. \quad (19)$$

Множественное отражение внутри магнитооптически активного образца деполаризует световое излучение. Для образца, обладающего квадратичным магнитооптическим эффектом, степень поляризации определяется следующим выражением:

$$V = \frac{\sqrt{M^2 + C^2 + S^2}}{J} = \sqrt{A'^2 + B'^2} (1 - R^2 e^{-2\gamma z}) \approx 1 - 2R^2 e^{-2\gamma z} \sin^2 bz, \quad (20)$$

где I, M, C, S — обозначение компонент вектора Стокса по Перрену и Джонсу [3]. Считаем, что вектор Стокса падающего луча равен $(V_i) =$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Деполаризация отсутствует, когда сдвиг фазы p - и s -компонент $\delta = bz = 0, 180^\circ$, и максимальна при $bz = 90^\circ$. Действительно, в этом случае на выходе активного образца все многократно отраженные лучи будут попарно ортогональными. Если на образец падает линейно поляризованный свет, то прошедший световой поток будет иметь компоненты, ортогональные с круговой поляризацией. Когда падающий луч находится в состоянии с круговой поляризацией, то прошедший световой поток состоит из многократно отраженных лучей ортогональных и линейно поляризованных.

В случае, когда падающий на образец линейно поляризованный луч имеет произвольный азимут Ψ плоскости колебаний электрического вектора, степень поляризации прошедшего луча равна

$$V = \sqrt{(1 - 4R^2 e^{-2\gamma z} \sin^2 \beta z) \sin^2 2\Psi + \cos^2 2\Psi}. \quad (21)$$

Деполаризация отсутствует при азимуте $\Psi = 0, 90^\circ$ и максимальна при $\Psi = 45^\circ$.

Нетрудно определить связь между экспериментально измеряемым сдвигом по фазе между p - и s -компонентами и удельным сдвигом bz , определяемым веществом

$$\operatorname{tg} \xi = \operatorname{tg} bz \frac{1 + R^2 e^{-2\gamma z}}{1 - R^2 e^{-2\gamma z}}. \quad (22)$$

Формула (22) аналогична выражению (13) работы [5]. Следовательно, величина относительной погрешности в определении удельного сдвига фазы без учета многократного отражения равна

$$\Delta \approx 2R^2 e^{-2\gamma z} \frac{\sin 2bz}{2bz} \leq 2R^2. \quad (23)$$

Для кубических ферритмагнетиков $R=0.14$. Поэтому величина относительной погрешности в измерении сдвига фаз между p - и s -компонентами не может превышать значения $2R^2=0.04$ (4%).

Выводы

В заключение отметим, что прозрачные ферритмагнетики обладают универсальными свойствами [см. матрицу (8)]. Они позволяют преобразовывать световой луч с произвольным состоянием поляризации в любое другое состояние поляризации. Поляризация характеризуется двумя параметрами ω и λ (ω — эллиптичность, λ — азимут главной оси), следовательно, ферритмагнитные кристаллы позволяют передавать информацию о процессах, характеризующихся двумя степенями свободы (например, ориентация предмета).

Литература

- [1] Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский. ЖЭТФ, Письма в Редакцию, 9, 112, 1969.
- [2] Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский. ЖЭТФ, Письма в Редакцию, 9, 294, 1969.
- [3] У. Шерклифф. Поляризованный свет. Изд. «Мир», М., 1965.
- [4] А. Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. Изд. «Наука», М., 1967.
- [5] В. Д. Тронько. Опт. и спектр., 26, 484, 1969.
- [6] И. М. Рыжик, И. С. Градштейн. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.—Л., 1951.

Поступило в Редакцию 6 января 1970 г.