Творчество

молодых '99

ЕСТЕСТВЕННЫЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

ОБ ОТРАЖАЮЩЕЙ МАТРИЦЕ ДВУМЕРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОДНОРОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Э.В. Мусафиров

Рассмотрим двумерную линейную однородную дифференциальную систему

$$\dot{x} = P(t)x, \quad t \in R, \quad x \in R^2, \tag{1}$$

с непрерывно дифференцируемой матрицей

$$P(t) := \begin{bmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{bmatrix}$$

<u>ТЕОРЕМА 1:</u> Пусть ρ - решение задачи Коши для уравнения Риккати :

$$\dot{\rho}(t) = -2c(-t)\rho^2(t) + 2\big(d(-t) - a(-t)\big)\rho(t) + 2b(-t), \ \rho(0) = 0$$

и выполнены условия

$$\left(\frac{b(-t)}{b(t)}\right)' - \left(\frac{a(-t) - d(t)}{b(t)}\right)' \rho(t) + \frac{\rho(t)}{b(t)}[(a(-t) - d(t))(a(-t) - a(t)) +$$

$$+ b(-t)c(-t) - b(t)c(t)] + \frac{b(-t)}{b(t)}(a(t) + d(t) - a(-t) - d(-t)) \equiv 0,$$

$$\left(\frac{d(-t) - d(t)}{b(t)}\right)' - \left(\frac{c(-t)}{b(t)}\right)' \rho(t) + \frac{c(-t)}{b(t)}\big(a(-t) + d(-t) - a(t) - d(t)\big)\rho(t) -$$

$$- \frac{1}{b(t)}\big[(d(-t) - d(t))(d(-t) - a(t)) + b(-t)c(-t) - b(t)c(t)\big] \equiv 0.$$

Тогда отражающая матрица системы (1) имеет вид

$$F(t) \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{b(-t)}{b(t)} - \dfrac{a(-t) - d(t)}{b(t)}\rho(t) & -\rho(t) \\ \dfrac{d(-t) - d(t)}{b(t)} - \dfrac{c(-t)}{b(t)}\rho(t) & 1 \end{bmatrix} \times \exp\left(2\int_0^t \big(c(-\tau)\rho(\tau) - d(-\tau)\big)d\tau\right).$$

ТЕОРЕМА 2: Пусть

$$F(t) \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{b(-t)}{b(t)} - \dfrac{a(-t)-d(t)}{b(t)}\rho(t) & -\rho(t) \\ \dfrac{d(-t)-d(t)}{b(t)} - \dfrac{c(-t)}{b(t)}\rho(t) & 1 \end{bmatrix} \times \exp\left(2\int_0^t \left(c(-\tau)\rho(\tau) - d(-\tau)\right)d\tau \right) -$$

отражающая матрица системы (1) и выполняется одно из условий:

1) $\dfrac{a(-t)-d(t)}{b(t)} \neq 0$ и

$$\left(\frac{b(-t)}{b(t)}\right)' - \left(\frac{a(-t)-d(t)}{b(t)}\right)'\rho(t) + \frac{\rho(t)}{b(t)}[(a(-t)-d(t))(a(-t)-a(t)) + b(-t)c(-t) - b(t)c(t)] + \frac{b(-t)}{b(t)}(a(t)+d(t)-a(-t)-d(-t)) \equiv 0, \tag{23}$$

2) $\dfrac{c(-t)}{b(t)} \neq 0$ и

$$\left(\frac{d(-t)-d(t)}{b(t)}\right)' - \left(\frac{c(-t)}{b(t)}\right)'\rho(t) + \frac{c(-t)}{b(t)}\left(a(-t)+d(-t)-a(t)-d(t)\right)\rho(t) - \frac{1}{b(t)}\left[(d(-t)-d(t))(d(-t)-a(t)) + b(-t)c(-t) - b(t)c(t)\right] \equiv 0. \tag{24}$$

Тогда ρ - решение задачи Коши для уравнения Риккати:

$$\rho(t) = -2c(-t)\rho^2(t) + 2\left(d(-t)-a(-t)\right)\rho(t) + 2b(-t),\ \rho(0) = 0.$$

Литература:

1. Мироненко В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений. Минск, Университетское, 1986.