

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535:329.61

## ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИСПЕРСИИ В ОБЛАСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ

Л. Д. Иевлева и М. А. Ковнер

Нелинейный показатель преломления газообразного диэлектрика в направлении распространения линейно поляризованного падающего света с вектором электрической напряженности  $E = E_0 e^{i\omega t}$  имеет вид [1]

$$n = n_0 + \delta n_h, \quad (1)$$

где

$$\delta n_h = \frac{6\pi}{n_0} \chi_{1111} |E_0|^2, \quad (2)$$

$n_0$  — линейный показатель преломления,  $\chi_{1111}$  — тензор восприимчивости 4-го ранга, явный вид которого приведен нами в [1]. В данной работе мы исследуем экстремальные свойства величины  $\delta n_h$  в случае близости частоты падающего света  $\omega$  к частоте одного из электронных переходов в молекуле  $\omega_{tk}$ . В этом резонансном случае [2, 3]

$$n_0^{\text{res}} = 1 + \frac{\pi e_0^2 N f_{tk}}{m_0 \omega_{tk}} \frac{1}{(\omega_{tk} - i\Gamma_{tk} - \omega)}, \quad (3)$$

$e_0$ ,  $m_0$  — заряд и масса электрона,  $f_{tk}$ ,  $\Gamma_{tk}$  — сила осциллятора и ширина линии резонансного перехода  $t \rightarrow k$ . Из (2) и формулы для  $\delta n_h^{\text{res}}$  из [1] следует

$$\delta n_h^{\text{res}} = \frac{6\pi A_h |E_0|^2}{\left[ 1 + \frac{\pi e_0^2 N f_{tk}}{m_0 \omega_{tk}} \frac{1}{\omega_{tk} - i\Gamma_{tk} - \omega} \right] (\omega_{tk} - i\Gamma_{tk} - \omega)^2}. \quad (4)$$

Формула для  $A_h$  приведена в [1]. Будем считать для определенности, что  $A_h > 0$ . Выделение в (4) вещественной и мнимой частей приводит к результату

$$\text{Re } \delta n_h^{\text{res}} = \frac{(a_h/\Gamma_{tk}^2)(z^2 + \xi z - 1)}{(z^2 + \xi z - 1)^2 + (2z + \xi)^2}, \quad (5)$$

$$\text{Im } \delta n_h^{\text{res}} = \frac{(a_h/\Gamma_{tk}^2)(2z + \xi)}{(z^2 + \xi z - 1)^2 + (2z + \xi)^2}, \quad (6)$$

где

$$a_h = 6\pi A_h |E_0|^2, \quad \xi = \frac{\pi N e_0^2 f_{tk}}{m_0 \omega_{tk} \Gamma_{tk}}; \quad z = \frac{\omega_{tk} - \omega}{\Gamma_{tk}},$$

$N$  — число молекул в единице объема.

Для исследования экстремальных свойств (5) и (6) составим и решим относительно  $z$  следующие уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \text{Re } \delta n_h^{\text{res}} = \\ & = \frac{(a_h/\Gamma_{tk}^2)(2z + \xi) [(z^2 + \xi z - 1)^2 + (2z + \xi)^2 - 2(z^2 + \xi z - 1)(z^2 + \xi z - 1)]}{[(z^2 + \xi z - 1)^2 + (2z + \xi)^2]^2} = 0, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dz} \text{Im } \delta n_h^{\text{res}} = \frac{(a_h/\Gamma_{tk}^2) [3(z^2 + \xi z)^2 + (2 + \xi^2)(z^2 + \xi z) - 1]}{[(z^2 + \xi z - 1)^2 + (2z + \xi)^2]^2} = 0. \quad (8)$$

Результаты решения этих уравнений представлены в табл. 1 и 2. Там же приведены кривые зависимости  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$  и  $\text{Im } \delta n_h^{\text{res}}$  от  $z$  при различных значениях параметра  $\xi$ . Из табл. 1 следует, что частотная зависимость  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$ , положения и число экстремумов и численные значения  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$  определяются величинами

Таблица 1

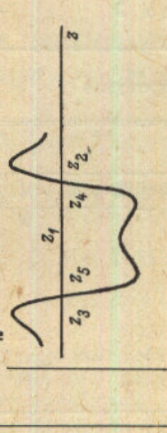
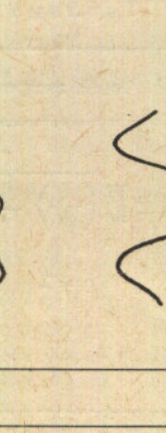
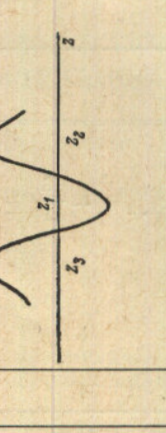
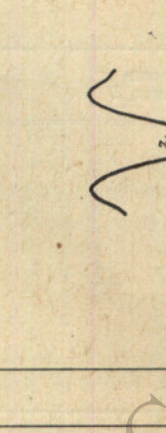


| Значение параметра $\xi$ | Точки экстремумов   | Характер экстремума | Экстремальные значения $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$                  | Графики зависимости $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$ от $z$ в области поглощения |
|--------------------------|---|---------------------|--|--|
| $\xi > 2\sqrt{3}$        | $z_1 = -\xi/2$  | max                 | $-\frac{4a_h}{\Gamma_{7k}^2(4 + \xi^2)}$                                     |     |
|                          | $z_{2,3} = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + 1 + \sqrt{4 + \xi^2}}$ | max                 | $\frac{(a_h/2\Gamma_{7k}^2)\sqrt{4 + \xi^2}}{4 + \xi^2 + 2\sqrt{4 + \xi^2}}$ |     |
|                          | $z_{4,5} = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + 1 - \sqrt{4 + \xi^2}}$ | min                 | $\frac{(a_h/2\Gamma_{7k}^2)\sqrt{4 + \xi^2}}{4 + \xi^2 - 2\sqrt{4 + \xi^2}}$ |     |
|                          | $z_1 = -\sqrt{3}$   | min                 | $-\frac{(a_h/4)}{\Gamma_{7k}^2}$   |     |
| $\xi = 2\sqrt{3}$        | $z_{2,3} = -\sqrt{3} \pm 2\sqrt{3}$   | max                 | $\frac{(a_h/12)}{\Gamma_{7k}^2}$   |    |
|                          | $z_{4,5} = z_1$   | min                 | $-\frac{(a_h/4)}{\Gamma_{7k}^2}$   |    |
| $\xi < 2\sqrt{3}$        | $z_1 = -\frac{\xi}{2}$  | min                 | $\frac{4a_h\sqrt{4 + \xi^2}}{\Gamma_{7k}^2}$                                 |   |
|                          | $z_{2,3} = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + 1 + \sqrt{4 + \xi^2}}$ | max                 | $\frac{(a_h/2\Gamma_{7k}^2)\sqrt{4 + \xi^2}}{4 + \xi^2 - 2\sqrt{4 + \xi^2}}$ |   |

Таблица 2

| Значение параметра $\xi$ | Точки экстремумов  | Характер экстремума                              |
|--------------------------|--|--|
| $\xi > 0$                | $z_{1,2} = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 - \frac{2 + \xi^2 + \sqrt{(\chi)^2 + 12}}{6}}$ $(\chi = 2 + \xi^2)$ | В точке $z_1$<br>max<br><br>В точке $z_2$<br>min |

Таблица 2 (продолжение)

| Экстремальные значения $\text{Im } \delta n_h^{\text{res}}$   | График зависимости $\text{Im } \delta n_h^{\text{res}}$ в области поглощения |
|---|--|
| $\frac{(a_h/\Gamma_{ik}^2)(2z_1 + \xi)}{(z_1^2 + \xi z_1 - 1)^2 + (2z_1 + \xi)^2}$ $- \frac{(a_h/\Gamma_{ik}^2)(2z_2 + \xi)}{(z_2^2 + \xi z_2 - 1)^2 + (2z_2 + \xi)^2}$ |  |

$f_{ik}, \Gamma_{ik}, \omega_{ik}$ . Если они известны из электронных спектров поглощения, то вычисление  $\xi$  позволит сделать выбор между тремя случаями табл. 1. Рассмотрим эти три случая несколько подробнее. В первом из них уравнение (7) имеет пять различных вещественных корней. При уменьшении  $\xi$  точка  $z_1$  сдвигается вправо, а расстояние между  $z_4, z_3$  (т. е. ширина области нелинейной аномальной дисперсии) уменьшается; при этом точки  $z_{2,3}$  сближаются. Величина  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$  в точках  $z_{2,3}$  и  $z_{4,5}$  возрастает, а в точке  $z_1$  убывает. Во втором случае уравнение (7) имеет три различных корня, и дисперсионная кривая имеет только один минимум. При переходе от второго случая к третьему точка  $z_1$  сдвигается далее вправо, область аномальной дисперсии сужается, а max  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$  возрастает, тогда как min  $\text{Re } \delta n_h^{\text{res}}$  убывает.

Из табл. 2 следует, что частотная зависимость  $\text{Im } \delta n_h^{\text{res}}$  одинакова для всех веществ, но численные значения  $\text{Im } \delta n_h^{\text{res}}$  и положения экстремумов определяются численным значением параметра  $\xi$ , зависящим от свойств электронной оболочки молекулы.

## Литература

- [1] Л. Д. Иевлева, М. А. Ковнер. Опт. и спектр., 26, 601, 1969.
- [2] М. В. Волькенштейн, М. А. Ельяшевич, Б. И. Степанов. Колебания молекул, т. 2. ГИТТЛ, М.—Л., 1949.
- [3] Г. Плачек. Релеевское расстояние и Раман-эффект. ОНТИУ. Харьков—Киев, 1935.

Поступило в Редакцию 16 декабря 1969 г.