

# О МУЛЬТИПЛИКАТОРАХ ЛИНЕЙНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Е.Н. Филипенко

Рассматривается система

$$\dot{x} = a(t)x + b(t)y, \quad \dot{y} = c(t)x + d(t)y \quad (1)$$

с дифференцируемыми коэффициентами.

**Лемма.** Пусть выполнены условия:

$$d_q = -a_q; \quad a_q^2 + b_q c_q > 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{2\dot{a}_q b_q c_q - a_q (\dot{b}_q c_q + b_q \dot{c}_q)}{2(b_q c_q - b_q c_q)} &= \frac{b_q (2a_q \dot{a}_q + b_q \dot{c}_q + \dot{b}_q c_q)}{2\dot{b}_q + 4a_q b_q + 2b_q (\dot{a}_q - a_q)} = \\ &= \frac{c_q (2a_q \dot{a}_q + \dot{b}_q c_q + b_q \dot{c}_q)}{2\dot{c}_q - 4a_q c_q - 2c_q (\dot{a}_q - a_q)} = a_q^2 + b_q c_q. \end{aligned}$$

Тогда отражающая матрица [1, с.30] системы (1) имеет вид

$$F(t) = \begin{bmatrix} -\frac{a_q sh(\varphi(t))}{\sqrt{a_q^2 + b_q c_q}} + ch(\varphi(t)) & -\frac{b_q sh(\varphi(t))}{\sqrt{a_q^2 + b_q c_q}} \\ -\frac{c_q sh(\varphi(t))}{\sqrt{a_q^2 + b_q c_q}} & -\frac{a_q sh(\varphi(t))}{\sqrt{a_q^2 + b_q c_q}} + ch(\varphi(t)) \end{bmatrix}$$

где  $\varphi(t) = 2 \int_0^t \sqrt{a_q^2 + b_q c_q} dt$ .

**Теорема.** Пусть для  $2\omega$ -периодической системы (1) выполнены условия леммы. Тогда мультипликаторы системы (1) задаются формулами  $\rho_{1,2} = e^{\pm i\varphi(-\omega)}$ . Поэтому при  $\varphi(-\omega) \neq 0$  система (1) неустойчива, а при  $\varphi(-\omega) = 0$  она устойчива не асимптотически.

Доказательство леммы состоит в проверке основного соотношения для отражающей функции [1, с.11].

При доказательстве теоремы используется тот факт, что отражающая функция состоянию  $(x(-\omega), y(\omega))$  ставит в соответствие состояние  $(x(\omega), y(\omega))$ . Матрица вида

$$F(t) = \begin{bmatrix} \frac{a_q(\omega)sh(\varphi(-\omega))}{\sqrt{a_q^2(\omega) + b_q(\omega)c_q(\omega)}} + ch(\varphi(-\omega)) & -\frac{b_q(\omega)sh(\varphi(-\omega))}{\sqrt{a_q^2(\omega) + b_q(\omega)c_q(\omega)}} \\ \frac{c_q(\omega)sh(\varphi(-\omega))}{\sqrt{a_q^2(\omega) + b_q(\omega)c_q(\omega)}} & -\frac{a_q(\omega)sh(\varphi(-\omega))}{\sqrt{a_q^2(\omega) + b_q(\omega)c_q(\omega)}} + ch(\varphi(-\omega)) \end{bmatrix}$$

является матрицей монодромии  $2\omega$ -периодической системы (1), но на периоде  $[-\omega, \omega]$  эта матрица  $F(-\infty)$  подобна обычно используемой матрице на периоде  $[0, 2\omega]$ .

#### Литература:

1. Мироненко В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений. – Мн.: «Университетское», 1986. – 76с.