

УДК 535.375.5+621.373 : 535.1.01

## САМОВОЗДЕЙСТВИЕ СВЕТА, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ВЫНУЖДЕННЫМ КОМБИНАЦИОННЫМ РАССЕЯНИЕМ

*B. C. Бутылкин, A. E. Каплан и Ю. Г. Хронопуло*

Рассмотрена динамика самофокусировки, вызванной ВКР, а также самоискривления пучка со стоксовой компонентой в случае несимметричного распределения поля в пучке накачки.

1. Во многих экспериментальных работах, посвященных исследованию самофокусировки света, отмечается, что она сопровождается вынужденным комбинационным рассеянием (ВКР) [1, 2]. Как было нами показано в [3], ВКР может быть причиной возникновения нелинейной добавки к поляризуемости вещества, обусловленной перераспределением населенности уровней перехода, на котором происходит ВКР, и штарковским сдвигом этих уровней. Величина этой добавки может быть сравнима с величиной поляризуемости вещества из-за эффекта Керра, и даже превышать его. Поэтому можно ожидать, что ВКР может быть причиной самовоздействия света. Условия наблюдения «ВКР самофокусировки» мы обсуждали в заметке [4]. Здесь мы рассмотрим динамику самофокусировки, вызванной ВКР, а также самоискривления пучка со стоксовой компонентой в случае несимметричного распределения поля в пучке накачки. Как будет показано, самовоздействие из-за ВКР практически всегда является «слабым», т. е., например, при самофокусировке слой, в котором образуется  $\varepsilon_{\text{пл}}$  существенной величины, может считаться тонкой линзой.

2. В [3] было получено общее выражение для поляризуемости вещества при ВКР как функции полей накачки  $E_n$  и стоксовой компоненты  $E_c$  и частотнойстройки  $\delta = \omega_n - \omega_c - \omega_{21}$ , где  $E_n$ ,  $E_c$  — модули комплексных амплитуд соответствующих полей,  $\omega_n$  и  $\omega_c$  — частоты полей,  $\omega_{21}$  — частота перехода, на котором происходит ВКР. В приближении относительно слабых полей, когда населенность далека от насыщения, в пренебрежении эффектом Штарка и при малой расстройке  $\delta \ll T^{-1}$  ( $T^{-1}$  — ширина линии перехода 2—1)<sup>1</sup> нелинейную добавку к величине диэлектрической проницаемости можно записать в виде (см. формулу (18б) [3])

$$\varepsilon_{\text{пл}} \simeq \varepsilon_4 m_n m_c, \quad (1)$$

где  $m_n$ ,  $m_c$  — безразмерные интенсивности накачки и стоксовой компоненты, нормированные на «насыщающую» интенсивность

$$m_{n, c} = \frac{E_{n, c}^2}{E_{\text{нак}}^2}, \quad E_{\text{нак}}^2 = \hbar^2/2r\sqrt{\tau T}. \quad (2)$$

Здесь  $\tau$  — время жизни молекулы в возбужденном состоянии 2,  $r$  — матричный элемент, характеризующий сечение ВКР на рассматриваемом переходе [3]. Величина  $\varepsilon_4$  имеет вид

$$\varepsilon_4 = 2\pi N (\chi_2 - \chi_1), \quad (3)$$

<sup>1</sup> Это условие практически всегда выполняется, если стоксова компонента поля генерируется из спонтанного излучения.

где  $\chi_2, \chi_1$  — линейные поляризуемости состояний 2 и 1,  $N$  — плотность числа частиц.

Разность линейных поляризуемостей для случая ВКР на колебательном переходе может быть достаточно просто оценена [4]

$$\chi_2 - \chi_1 \approx \chi_1 \frac{\omega_{21}}{\omega_0} \frac{\omega_0^2 + \omega_n^2}{\omega_0^2 - \omega_n^2}. \quad (4)$$

Здесь  $\omega_{21}$  — частота колебательного перехода,  $\omega_0$  — частота ближайшего электронного перехода.

3. Как известно [5], развитие ВКР в пространстве с учетом порога достаточно хорошо описывается уравнениями

$$\frac{dm_n}{dx} = -\frac{1}{L_0} m_n m_c, \quad \frac{dm_c}{dx} = \frac{1}{L_0} m_n m_c \frac{\omega_c}{\omega_n} - \frac{m_c}{L_3}, \quad (5)$$

где  $L_3$  — длина затухания стоксовой компоненты, а  $L_0$  — характеристическая длина ВКР, обратная коэффициенту преобразования накачки в стоксову компоненту

$$L_0 = \frac{1}{k_n} \frac{\sqrt{\epsilon_0} \hbar}{2\pi N r} \sqrt{\frac{\tau}{T}}, \quad (6)$$

$(k_n = \frac{\omega_n}{c}$  — волновое число).

Из (5) видно, что длина преобразования энергии накачки в стоксову компоненту при  $m_{\text{вх.}} \ll m_{\infty}$  есть

$$L_{\text{ВКР}} = \left( \frac{m_n}{L_0} - \frac{\omega_c}{\omega_n} \frac{1}{L_3} \right)^{-1} = \frac{L_0}{m_n - m_{\text{ВКР}}}, \quad (7)$$

где  $m_{\text{ВКР}}$  — пороговая интенсивность накачки при ВКР

$$m_{\text{ВКР}} = \frac{L_0 \omega_n}{L_3 \omega_c}. \quad (8)$$

Слой вещества, в котором  $\epsilon_{\text{пл}} \sim m_n m_c$ , заметно отличается от нуля, имеет толщину того же порядка, что и длина преобразования  $L_{\text{ВКР}}$ ; уже при небольшом превышении интенсивности накачки над пороговой эта толщина становится сравнительно малой. Например, для бензола при потоке мощности накачки  $J \simeq 30 \text{ Мвт см}^{-2}$  и пороговом потоке мощности  $J \simeq 18 \text{ Мвт см}^{-2}$  имеем  $L_{\text{ВКР}} \simeq 0.1 \text{ см}$ .

В связи с этим нелинейный слой можно рассматривать как фазовый корректор (тонкую линзу или призму), образованный волнами накачки с еще неискаженной геометрией. Это позволяет воспользоваться для расчета линзы величинами полей в исходной плоской волне. Описывая линзу ее оптической толщиной  $\Delta l$  в каждой точке поперечного сечения волны  $\rho$

$$\Delta l(\rho) = (2\sqrt{\epsilon_0})^{-1} \int_0^\infty \epsilon_{\text{пл}}(\rho, x) dx \simeq \frac{\epsilon_4}{2\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^\infty m_n m_c(\rho, x) dx, \quad (9)$$

получаем непосредственно из (5)

$$\Delta l = \frac{\epsilon_4}{2\sqrt{\epsilon_0}} L_0 (m_{\text{вх.}} - m_\infty), \quad (10)$$

где  $m_{\text{вх.}}, m_\infty$  — входная и выходная интенсивности накачки; подставляя сюда значения  $\epsilon_4$  (3),  $L_0$  (6) и  $m$  (2), находим

$$\Delta l = \frac{1}{2k_n} \frac{E_{\text{вх.}}^2 - E_\infty^2}{\mathcal{E}_z^2}, \quad (11)$$

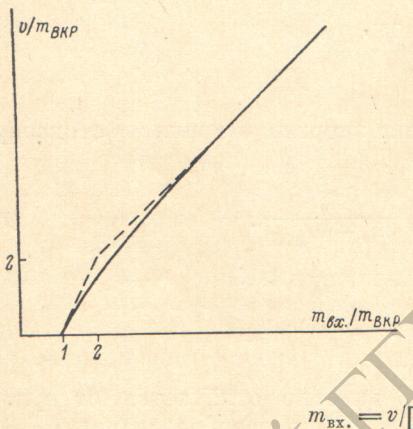
где  $\mathcal{E}_z^2 = \frac{\hbar}{2\pi(x_2 - x_1)}$  — характеристическое поле резонансной переполяризации (см. [3], формула (10)).

В отсутствие поглощения ( $L_s = \infty$ ,  $m_{\text{ВКР}} = 0$ ) все фотонны накачки преобразуются в стоксовские, т. е.  $m_\infty = 0$ ; в этом случае

$$\Delta l(\rho) \simeq L_0 \frac{\varepsilon_4}{2\sqrt{\varepsilon_0}} m_{\text{вх.}}(\rho) = \frac{1}{2k} \frac{E_{\text{вх.}}^2}{\varepsilon_x^2}. \quad (12)$$

Интересно, что хотя исходная нелинейность (1) пропорциональна  $E_{\text{вх.}}^2 E_c^2$ , т. е. четвертой степени поля, оптическая толщина нелинейного слоя (12) здесь пропорциональна лишь интенсивности накачки, что объясняется интегральным характером эффекта [см. (9)]. Этим же объясняется и то, что в отсутствие порога ВКР ( $L_s = \infty$ )  $\Delta l$  не зависит ни от концентрации  $N$ , ни от величины  $r$ , характеризующей нелинейность.

Действительно, увеличение  $N$  и  $r$  ведет к увеличению нелинейной добавки к поляризумости [ $\varepsilon_{\text{пл}} \propto Nr^2$ , см. (1)–(3)], но в то же время и к уменьшению толщины слоя взаимодействия [ $L_{\text{ВКР}} \propto \frac{1}{Nr^2}$ , см. (6), (7)]; при интегрировании эти эффекты компенсируются ( $\Delta l \propto \varepsilon_{\text{пл}} L_{\text{ВКР}}$ ).



Последнее справедливо лишь до тех пор, пока геометрию волны можно считать неизменной, т. е. если  $L_{\text{ВКР}}$  меньше дифракционной длины пучка.

Как будет показано ниже, это условие автоматически выполняется уже при небольшом превышении порога ВКР-самофокусировки. Учет порога ВКР в уравнениях (5) при обычно выполняющемся условии  $m_{\text{свх.}} \ll m_{\text{вх.}}$  (стоксова компонента нарастает из спонтанного излучения на входе) приводит к следующему уравнению для величины  $m_{\text{вх.}} - m_\infty = v$ , входящей в выражение (10) для  $\Delta l$ :

$$m_{\text{вх.}} = v / [1 - \exp(-v/m_{\text{ВКР}})]. \quad (13)$$

График  $v(m_{\text{вх.}})$  можно построить как функцию, обратную  $m_{\text{вх.}}(v)$  (см. рисунок); нетрудно видеть, что  $v(m_{\text{вх.}})$  достаточно точно аппроксимируется функцией

$$v = m_{\text{вх.}} - m_\infty = \begin{cases} 0 & \text{при } m_{\text{вх.}} \leq m_{\text{ВКР}}, \\ 2(m_{\text{вх.}} - m_{\text{ВКР}}) & \text{при } m_{\text{ВКР}} < m_{\text{вх.}} \leq 2m_{\text{ВКР}}, \\ m_{\text{вх.}} & \text{при } m_{\text{вх.}} > 2m_{\text{ВКР}}. \end{cases} \quad (14)$$

Штриховой линией на рисунке показана зависимость  $v(m_{\text{вх.}})$ , соответствующая (14). Таким образом, (11), (12) и (14) определяют  $\Delta l$  как в случае пренебрежения порогом ВКР, так и при его учете.

4. Рассмотрим теперь ВКР-самофокусировку при нулевом пороге ВКР. Пренебрежение этим порогом возможно, например, если  $m_{\text{вх.}} \gg \gg m_{\text{ВКР}}$ . Как мы увидим, на этом примере можно наиболее четко рассмотреть особенности ВКР-самофокусировки. Нетрудно видеть из (12), что как и в случае обычной самофокусировки безаберрационной линзе должно соответствовать квадратичное распределение интенсивности накачки по сечению пучка

$$m = \begin{cases} m_{0\text{вх.}} (1 - \rho^2/a^2), & \rho < a, \\ 0 & \rho \geq a, \end{cases} \quad (15)$$

где  $m_{0\text{вх.}}$  — интенсивность накачки в центре пучка. При этом фокусное расстояние линзы (в геометрическом приближении) равно

$$X_\Phi = - \left[ \frac{d^2(\Delta l)}{d\rho^2} \right]^{-1}, \quad (16)$$

накачки

(12)

или после подстановки (12) и (15)

$$X_{\phi} = k_n a^2 \frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{0\text{bx}}^2} = L_d \frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{0\text{bx}}^2} \quad (17)$$

( $L_d = k_n a^2$  — дифракционная длина пучка в среде).

Поскольку за ВКР-линзой пучок распространяется в практически линейной среде, всю ситуацию можно рассматривать как фокусировку тонким нелинейным слоем («внешняя» самофокусировка). При этом, как показано в [6], пороговой мощности соответствует  $X_{\phi} = L_d$ ; подставляя сюда (17), получаем

$$E_{n\text{пор.}}^2 = \mathcal{E}_x^2. \quad (18)$$

5. Вычислим теперь порог ВКР-самофокусировки с учетом порога самого вынужденного комбинационного рассеяния. Если накачка на входе распределена по-прежнему квадратично (15), то из формул (10), (11) и (14) с учетом (16) и (17) получаем следующий результат. Если интенсивность накачки в центре превышает порог ВКР, но не более чем в 2 раза ( $m_{\text{ВКР}} < m_{0\text{bx.}} < 2m_{\text{ВКР}}$ ), то образуется одна нелинейная линза с радиусом  $a_1$

$$a_1^2 = a^2 (1 - m_{\text{ВКР}}/m_{0\text{bx.}}) \quad (19)$$

и новым фокусным расстоянием  $\bar{X}_{\phi} = 0.5 X_{\phi}$  [из (17)]. При превышении же интенсивности накачки над двойным порогом ВКР ( $m_{0\text{bx.}} > 2m_{\text{ВКР}}$ ) в центре этой линзы появляется вторая с радиусом  $a_2$

$$a_2^2 = a^2 (1 - 2m_{\text{ВКР}}/m_{0\text{bx.}}). \quad (20)$$

и с фокусным расстоянием  $X_{\phi}$  (17). При дальнейшем увеличении интенсивности накачки площадь первой (кольцевой) линзы уменьшается, а площадь второй увеличивается, стремясь к площади сечения пучка накачки; поэтому мощность из первого «короткого» фокуса ( $\bar{X}_{\phi}$ ) переходит в дальний ( $X_{\phi}$ ). В тех случаях, когда вся энергия излучения или основная ее часть идет через одну линзу, можно ввести понятие порога ВКР-самофокусировки. Если образуется только линза с радиусом  $a_1$  [см. (19)] и фокусным расстоянием  $\bar{X}_{\phi}$ , из соотношения  $k_n a_1^2 = \bar{X}_{\phi}$  получаем, что

$$E_{n\text{пор.}}^2 = E_{\text{ВКР}}^2 + 0.5 \mathcal{E}_x^2. \quad (21)$$

Этот случай осуществляется, если

$$E_{n\text{пор.}}^2 < 2E_{\text{ВКР}}^2, \quad (22)$$

что выполняется при  $\mathcal{E}_x^2 < 2E_{\text{ВКР}}^2$ .

Если же

$$E_{n\text{пор.}}^2 \geq 2E_{\text{ВКР}}^2, \quad (23)$$

то площадь кольцевой линзы вблизи пороговой интенсивности будет пренебрежимо мала, и весь нелинейный слой можно представлять линзой с радиусом  $a_2$  (20); в этом случае из условия  $k_n a_2^2 = X_{\phi}$  получаем

$$E_{n\text{пор.}}^2 = \mathcal{E}_x^2 + 2E_{\text{ВКР}}^2. \quad (24)$$

Неравенство (23) выполняется, когда  $\mathcal{E}_x^2 \gg 2E_{\text{ВКР}}^2$ , при этом, как и следовало ожидать, величина  $E_{n\text{пор.}}^2$  (24) практически совпадает с выражением (18), вычисленным в пренебрежении порога ВКР. В промежуточном случае  $2E_{\text{ВКР}}^2 \approx \mathcal{E}_x^2$  ввести разумное определение порога не представляется возможным.

6. Приведем оценку пороговых интенсивностей ВКР-самофокусировки. Для бензола пороговый поток мощности для ВКР составляет  $I_{\text{ВКР}} \approx 18 \text{ Мвт} \cdot \text{см}^{-2}$ , а величине  $\mathcal{E}_x^2$  соответствует  $I_x \approx 1 \text{ Гвт} \cdot \text{см}^{-2}$ , поэтому порог ВКР-самофокусировки в соответствии с (23), (24)  $I_{\text{пор.}} \approx I_x \approx 1 \text{ Гвт} \cdot \text{см}^{-2}$ . Для водорода при давлении в 30 атм.  $I_{\text{ВКР}} \approx 12 \text{ Мвт} \cdot \text{см}^{-2}$ ,  $\mathcal{E}_x^2$  соответствует поток  $I_x \approx 75 \text{ квт} \cdot \text{см}^{-2}$ , т. е. порог дается выраже-

нием (21), и самофокусировка должна начинаться практически сразу после превышения порога ВКР (необходимо, правда, учитывать, что в этом случае импульс накачки должен быть достаточно длинным, поскольку время жизни молекулы водорода в возбужденном колебательном состоянии при 30 атм. есть  $\tau \approx 3 \cdot 10^{-5}$  сек.). Отметим, что в настоящее время возможно с помощью лазеров, работающих в квазинепрерывном режиме, получение плотностей потока света, достаточных для превышения порога ВКР в газе, а следовательно, и для наблюдения обсуждаемого эффекта.

Интересно, что в случае сжатого водорода уже при двукратном превышении интенсивности накачки над порогом ВКР ( $m_{0\text{вх.}} = 2m_{\text{ВКР}}$ ) фокусное расстояние ( $\bar{X}_\phi = 0.5X_\phi$ ) довольно мало ( $\bar{X}_\phi = L_d/640$ , или при  $k_h = 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $a \approx 0.3 \text{ см}$ ,  $\bar{X}_\phi = 16 \text{ см}$ ). При  $m_{0\text{вх.}}/m_{\text{ВКР}} \approx 10$  величина  $\bar{X}_\phi \approx 6 \text{ см}$ . Отсюда видно, что при расчете ВКР в случае многокаскадных преобразований уже в обычных условиях необходимо учитывать влияние ВКР-самофокусировки.

7. Выясним условия справедливости приближения «тонкой линзы». Потребуем, чтобы толщина нелинейной линзы  $\sim L_{\text{ВКР}}$  (7) была меньше фокусного расстояния  $X_\phi$  (17), откуда следует условие на входной радиус пучка  $a$

$$a^2 > A^2 = \frac{L_0}{k_h m_x} = \frac{L_0}{2\pi k_h^2} \frac{\hbar^2 \tau (x_2 - x_1)}{Nr^2 T} \quad (25)$$

и на величину входной интенсивности накачки в центре пучка  $m_{0\text{вх.}}$ .

$$m_{0\text{вх.}} > M = \frac{m_{\text{ВКР}}}{1 - A^2/a^2}. \quad (26)$$

При нарушении любого из этих условий приближение тонкой линзы становится неприменимым. Однако расчет дает, например, для бензола  $A \approx 10^{-4} \text{ см}$ , для сжатого водорода  $A \approx 10^{-1} \text{ см}$ , так что условие (25) практически можно считать выполненным с большим запасом. При этом (26) можно также считать выполненным всегда, кроме узкой области  $m_{\text{пор.}} < m < M$  (если  $m_{\text{пор.}} < M$ ); уже при небольшом превышении мощности над величиной  $\max\{m_{\text{пор.}}, M\}$  ВКР-линза становится тонкой.

Если входная интенсивность накачки сильно превышает порог ВКР, то можно ожидать появления ряда почти равнотостоящих ВКР-линз, образованных при последовательном преобразовании одних стоковых компонент в другие, более высоких порядков. Такая система линз аналогична квазиоптическому волноводу, способному канализировать узкие пучки света.

8. Рассмотрим теперь эффект авторефракции света при ВКР, аналогичный самоискривлению асимметричных пучков света в обычных нелинейных средах [7, 8]. В данном случае эффект будет заключаться в следующем. Если интенсивность накачки на входе распределена по сечению не квадратично (15), а линейно

$$m_{\text{вх.}} = \begin{cases} 0.5m_{0\text{вх.}}(1 + y/a), & |y| < a \\ 0 & |y| \geq a \end{cases} \quad (27)$$

(интенсивность пучка считается изменяющейся лишь по одному направлению  $-y$  в поперечном сечении), то вместо ВКР-линзы образуется «ВКР-призма», вследствие чего должна наблюдаться не фокусировка, а отклонение луча стоковой компоненты на угол  $\varphi_p$  по отношению к исходному лучу

$$\varphi_p = \frac{d(\Delta l)}{dy} \quad (28)$$

[ $\Delta l$  по-прежнему определяется формулами (10), (11), (14)]. Подставляя (27) в (10), получаем, что при  $m_{\text{ВКР}} = 0$  угол ВКР-рефракции равен

$$\varphi_p = \frac{1}{4ka} \frac{E_{0\text{вх.}}^2}{\mathcal{E}_z^2} = \frac{1}{4} \varphi_n \frac{E_{0\text{вх.}}^2}{\mathcal{E}_z^2}, \quad (29)$$

где  $\varphi_n$   
Учет  
фокус  
в кот  
 $\varphi_p = 2$   
правле  
со ст  
другой  
часть  
чением  
средот  
Ес  
порог  
ционн  
интен  
ВКР-с  
Мы  
результат

[1] R.  
[2] C.  
[3] B.  
[4] B.  
[5] Г.  
[6] А.  
[7] А.  
[8] М.

где  $\varphi_d = (ka)^{-1}$  — полураствор дифракционной расходимости входного пучка. Учет порога ВКР (аналогично тому, как это делалось при ВКР-самофокусировке) показывает, что при  $m_{\text{ВКР}} < m_{0 \text{ вх.}} < 2m_{\text{ВКР}}$  та часть пучка, в которой порог ВКР превышен ( $m_{\text{вх.}} > m_{\text{ВКР}}$ ), отклоняется под углом  $\tilde{\varphi}_p = 2\varphi_p$ , а «подпороговая» часть ( $m_{\text{вх.}} < m_{\text{ВКР}}$ ) не изменяет своего направления. При  $m_{0 \text{ вх.}} > 2m_{\text{ВКР}}$  образуются два отклоняющихся луча со стоксовой компонентой — один ( $m_{\text{вх.}} > 2m_{\text{ВКР}}$ ) отклоняется на угол  $\varphi_p$ , другой ( $m_{\text{ВКР}} < m_{\text{вх.}} < 2m_{\text{ВКР}}$ ) — на угол  $\tilde{\varphi}_p$  и, наконец, подпороговая часть пучка по-прежнему распространяется без изменения. С увеличением мощности накачки на входе вся преобразованная мощность сосредотачивается в первом луче.

Если говорить о пороге ВКР-рефракции, то, условившись определять порог по превышению угла рефракции  $\varphi_p$  над величиной порядка дифракционного угла (например,  $\sim \frac{1}{4} \varphi_d$ ), нетрудно получить, что пороговая интенсивность накачки для ВКР-рефракции совпадает с порогом для ВКР-самофокусировки (18), (21).

Мы благодарны Г. А. Аскарьяну за полезные дискуссии и обсуждение результатов работы.

#### Литература

- [1] R. Y. Chiao, M. A. Johnson, S. Krinsky, H. A. Smith, C. H. Townes, E. Garmire. IEEE J. Quant. Electron., QE-2, 9, 467, 1966.
- [2] С. А. Ахманов. А. П. Сухоруков, Р. В. Ходоб. Усп. физ. наук, 93, 19, 1967.
- [3] В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопул. ЖЭТФ, 59, 921, 1970.
- [4] В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопул. Изв. вузов, радиофизика, 12, 1792, 1969.
- [5] Г. Л. Гуревич, Ю. А. Отмаков. Изв. вузов, радиофизика, 9, 1164, 1966.
- [6] А. Е. Каплан. Изв. вузов. радиофизика, 12, 869, 1969.
- [7] А. Е. Каплан. Письма в ЖЭТФ, 9, 58, 1969.
- [8] М. С. Бродин, А. М. Камуз. Письма в ЖЭТФ, 9, 577, 1969.

Поступило в Редакцию 24 августа 1970 г.