УДК 535.417 : 535.345.6

К ТЕОРИИ ОТРЕЗАЮЩИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

Е. А. Несмелов и *Г. П. Конюхов*

Рассмотрены условия выбора показателей преломления слоев и подложек, оптимизирующих отрезающий интерференционный фильтр. Толщины слоев могут быть отличными от четвертьволновых. Проведена оценка крутизны и фоновой прозрачности фильтра. Результаты расчетов представлены графически.

Несмотря на широкое применение отрезающих интерференционных систем в современной практике, до сих пор дано лишь качественное их описание [1]. Авторы работ [1, 2] показали, что четвертьволновые интерференционные системы с обрамляющими слоями вдвое меньшей оптической толщины могут служить хорошими фильтрующими системами, пропускающими длинноволновое излучение и отражающими коротковолновое. Теоретический анализ свойств таких систем, данный в работе [3], показывает, что при специальном выборе показателей преломления слоев, образующих интерференционную систему, свойства последней оказываются оптимальными, т. е. коэффициент пропускания в полосе прозрачности становится максимально возможным, крутизна перехода от большой прозрачности к большому отражению достаточно большой, коэффициент пропускания в полосе больших отражений мал, что обеспечивает получение фильтрующих систем с малым фоновым пропусканием.

В [1] указано, что небольшое изменение толщин слоев ведет к улучшению оптических свойств отрезающих систем. В настоящей работе строится теория оптимальных в смысле [3] отрезающих систем с учетом того, что толщины слоев могут быть отличными от четвертьволновых.

Обозначая, как и в [3], высокопреломляющий четвертьволновый при длине волны λ_0 слой через H, низкопреломляющий четвертьволновый слой через L, подложку через D, а отступление толщин слоев системы от четвертьволновости через множитель g, рассмотрим m-периодическую систему состава

$$D\,(g_1 H g_2 L g_3 H)^m, \tag{1}$$

где параметр m, характеризующий общее число N слоев в системе [2, 4], определяется из условия $N=2m+1$.

Для формулировки условий оптимизации в более общем случае неравнотолщинных слоев запишем коэффициент пропускания системы слоев (1)

$$T=\frac{4n}{(1+n)^2+\dfrac{\sin^2 m\psi}{\sin^2\psi}\,(a_{21}-a_{12})\,(a_{21}-n^2 a_{12})}, \tag{2}$$

$\cos\psi=a_{11}=a_{22}$, a_{ij} — элементы матрицы интерференции одного периода системы, n — показатель преломления подложки.

Анализ огибающих [5] семейства функций коэффициента пропускания T (m) в области высокой прозрачности, исходящий из требования, что огибающая минимумов не меньше прозрачности подложки T_0, показывает, что и периоды, и система (1) в целом дожны быть симметричны, т. е. $a_{11}=a_{22}$ и $g_1=g_3$ при $n_1=n_3=n_H$ (n_H — показатель преломления слоя H, $n_2=n_L$ в последующем изложении — показатель преломления слоя L).

Положив отношение толщин симметричного периода $g_2/g_1=l$ и $g_1=g_3=1$, запишем явный вид функций a_{12} и a_{21}

$$\left.\begin{aligned} a_{12}(\varphi) &= \frac{1}{n_1}\left(\sin 2\varphi\cos l\varphi + \frac{n_1^2+n_2^2}{2n_1n_2}\sin l\varphi\cos 2\varphi + \frac{n_1^2-n_2^2}{2n_1n_2}\sin l\varphi\right),\\ a_{21}(\varphi) &= n_1\left(\sin 2\varphi\cos l\varphi + \frac{n_1^2+n_2^2}{2n_1n_2}\sin l\varphi\cos 2\varphi - \frac{n_1^2-n_2^2}{2n_1n_2}\sin l\varphi\right),\\ \varphi &= \frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda_0}{\lambda}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

В работе [3] нами была рассмотрена оптимизация системы слоев типа (1) при $l=2$ и получены соотношения для показателей преломления n_2 и n.

Получим при $g_2/g_1=l$ более общие условия оптимизации и соотношения для n_2 и n.

Из выражения (2) следует, что величина T будет больше прозрачности подложки $T_0=4n/(1+n)^2$ при выполнении условий

$$a_{21} > a_{12}, \quad a_{21} < n^2 a_{12}, \tag{4}$$

и будет равна ей при $a_{21}=a_{12}$ и $a_{21}=n^2a_{12}$.

Для того чтобы область высокой прозрачности была наибольшей, необходимо и достаточно выполнения условий (4) внутри и на границах интервала $\psi_2 \leqslant \psi(\varphi) \leqslant \psi_1$, где по результатам работы [3]

$$\psi_1 = \pi - \psi_2, \quad \psi_2 = \pi/m. \tag{5}$$

Пользуясь (2) и (5), условия (6) представим как систему четырех уравнений

$$a_{12}(\varphi_1) = \sin\psi_1, \tag{6}$$

$$a_{21}(\varphi_1) = \sin\psi_1, \tag{7}$$

$$a_{12}(\varphi_2) = \frac{1}{n}\sin\psi_2, \tag{8}$$

$$a_{21}(\varphi_2) = n\sin\psi_2. \tag{9}$$

Систему уравнений (6), (7) можно преобразовать к более удобному для анализа и вычислений виду

$$n_{2\,\min} = n_1 e^{-v(\varphi_1)}, \tag{10}$$

при

$$\operatorname{sh} v(\varphi_1) = \frac{n_1^2+1}{2n_1}\cdot\frac{\sin\dfrac{\pi}{m}}{\sin l\varphi_1},$$

где φ_1 определяется из уравнения

$$\cos l\varphi_1 = \frac{n_1^2+1}{2n_1}\sin\frac{\pi}{m}\sin 2\varphi_1 - \cos\frac{\pi}{m}\cos 2\varphi_1. \tag{11}$$

Точное значение $n_{2\min}$ может быть получено из (10) только после численного решения относительно φ_1 уравнения (11) при заданных значениях n_1, l, m. Условия (4) показывают, что полученное таким образом значение n_2 минимально возможное для достижения оптимизации. Рассматривая (10), можно установить характер изменения n_2 в зависимости от параметра v. Как следует из определения параметра v, при малых и больших l показатель преломления n_2 оказывается малым. Причем n_2 при $\varphi_1=\pi/ml$ становится равным единице. В точке $\varphi_1=\pi/2l$

достигается экстремальное значение n_2. Значение l, при котором достигается экстремум n_2, определяется формулой

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{m}\operatorname{tg}\frac{\pi}{l}=\frac{2n_1}{n_1^2+1}, \tag{12}$$

полученной из (11) подстановкой $\varphi_1=\pi/2l$.

Решение уравнений (8), (9) с подстановкой найденного значения $n_{2\min}$ относительно n и φ, при котором $\psi=\pi/m$, дает минимальное значение показателя преломления $n_{\min}$, необходимое для получения оптимальной спектральной характеристики. Система уравнений (8), (9) может быть представлена в форме

$$n_{\min}=n_1 e^{-u(\varphi_2)}, \tag{13}$$

при

$$\operatorname{sh} u(\varphi_2)=\operatorname{sh} v(\varphi_1)\frac{\sin l\varphi_2}{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)},$$

где φ_2 можно найти из уравнения

$$\operatorname{tg} l\varphi_2=\frac{\cos\frac{\pi}{m}\sqrt{\operatorname{sh}^2 v\sin^2 2\varphi_2+\sin^2\frac{\pi}{m}-\operatorname{ch} v\cos 2\varphi_2\sin 2\varphi_2}}{\cos^2\frac{\pi}{m}-\operatorname{ch}^2 v\sin^2 2\varphi_2}. \tag{14}$$

Отметим, что найденные выражения (10) и (13) при значении $l=2$ совпадают с рассмотренными ранее в работе [3]. Полученное решение отличается большей общностью и пригодностью к самым разнообразным случаям практики. Для примера на рис. 1 показана зависимость $n_{2\min}$ и $n_{\min}$ от l при значениях $m=5$ и $n_1=2.5$. Этот рисунок подтверждает все сделанные выше выводы о характере зависимости n_2 и n от l.

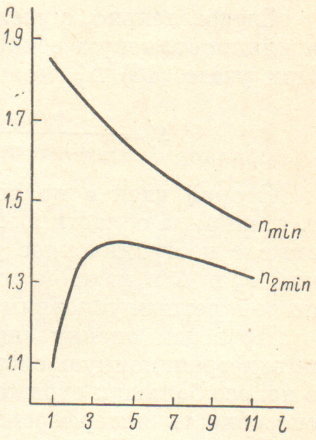

Рис. 1.

В том случае, когда используются величины n_2 и n, отличные от минимальных, область большой прозрачности не будет совпадать с интервалом $\psi_2\leqslant\psi\leqslant\psi_1$. Эта область может быть найдена по выражениям (10) и (13) при разрешении их относительно величин φ_1 и φ_2. Причем, если значения n_2 и n меньше, чем $n_{2\min}$ и $n_{\min}$, область большой прозрачности уменьшается и система оказывается не оптимальной, а если n_2 и n больше, чем $n_{2\min}$ и $n_{\min}$, то область большой прозрачности расширяется.

Качество отрезающего фильтра характеризуется крутизной перехода от большой прозрачности к большим отражениям. Определим крутизну как тангенс угла наклона касательной в области перехода, т. е. выражением

$$K=\frac{\pi}{2}\frac{T(\varphi_1)-T(\varphi_0)}{\varphi_0-\varphi_1}, \tag{15}$$

где φ_1 определяется уравнением $a_{11}=\cos\psi_1$, а φ_0 уравнением $a_{11}=-1$ ($\psi=\pi$). Величина K при известных $n_{2\min}$ и $n_{\min}$ определяется после нахождения φ_1 и φ_0 простым вычислением по формуле (15); пропускание вычисляется по формуле (2). Крутизна K зависит от m и l, входящих в (15) неявно через $n_{2\min}$ и $n_{\min}$; с ростом m и l крутизна растет. Отметим, кроме того, еще тот факт, что если n_2 и n выбирать несколько больше их минимальных значений, то крутизна несколько возрастет, но при этом за счет уменьшения разности в показателях преломления уменьшается ширина области высоких отражений [4], т. е. увеличение n_2 оказывается не выгодным. Пример зависимости крутизны от параметра l приводится на рис. 2 для случая $m=5$, $n_1=2.5$. Крутизна K, как следует из рисунка, растет почти линейно с l. Аналогична и зависимость K от m.

Рассмотрим изменение ширины полосы высоких отражений в зависимости от параметра l.

В точке перехода к высоким отражениям φ_0 достигается значение $\psi=\pi$, т. е. $a_{11}=-1$. В силу определения матричных элементов должно выполняться равенство $a_{11}^2+a_{12}a_{21}=1$. Если же $a_{11}^2=1$, то очевидно, что или $a_{12}=0$, или $a_{21}=0$. С длинноволновой стороны при $\varphi<\pi/2$ будет выполняться равенство $a_{21}=0$, а при $\varphi>\pi/2$ будет $a_{12}=0$. Используя эти соотношения, границы области больших отражений можно описать уравнениями

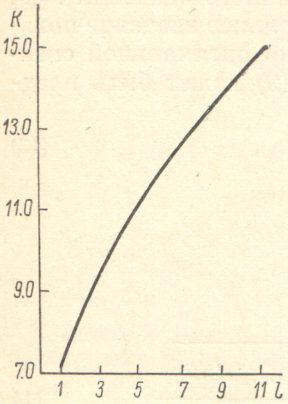

Рис. 2.

$$\sin l\varphi_0=\frac{\sin 2\varphi_0}{\operatorname{ch} v-\operatorname{sh} v\cos 2\varphi_0}, \tag{16}$$

$$\sin l(\Delta+\varphi_0)=\frac{\sin 2(\Delta+\varphi_0)}{\operatorname{ch} v+\operatorname{sh} v\cos 2(\Delta+\varphi_0)}. \tag{17}$$

Здесь принято, что ширина области высоких отражений равна Δ. Находя из (16) при $\operatorname{sh} v$ и $\operatorname{ch} v$, не зависящих от l, производную φ_{0l}', убеждаемся, что с увеличением l величина φ_0 уменьшается, так как

$$\varphi_{0l}'=-\frac{\varphi_0\sin 2\varphi_0}{2\sin l\varphi_0+l\sin 2\varphi_0}<0. \tag{18}$$

Следовательно, с увеличением l область высоких отражений смещается в длинноволновую область спектра. Далее из (17) найдем величину Δ_l'. При учете (18) Δ_l' можно выразить формулой

$$\Delta_l'=\frac{\varphi_0\sin 2\varphi_0}{2\sin l\varphi_0+l\sin 2\varphi_0}-\frac{(\Delta+\varphi_0)\sin 2(\Delta+\varphi_0)}{2\sin l(\Delta+\varphi_0)+l\sin 2(\Delta+\varphi_0)}. \tag{19}$$

Второй член в правой части (19) больше первого, поэтому $\Delta_l'<0$, т. е. ширина области высоких отражений с увеличением l убывает. В этом смысле неограниченное увеличение l не выгодно. Точное значение величин φ_0 и Δ в каждом случае следует получать из (16), (17) и оценивать по конкретным условиям задачи на применимость той или иной величины l.

Проведем оценку еще одного параметра, характеризующего данную интерференционную систему. Речь идет о «фоне», т. е. о прозрачности в полосе больших отражений. Этот параметр характеризует фильтрующую способность интерференционного светофильтра.

Для оценки прозрачности интерференционной системы в полосе отражения найдем основные экстремумы спектральной кривой $T(\varphi)$, выражаемой уравнением (2). При этом мы не будем обращать внимания на серию экстремумов, определяемую множителем $\sin^2 m\psi/\sin^2\psi$. Будем считать (2) функцией двух переменных $y=a_{21}$ и $z=a_{12}$ и, дифференцируя по y и z, найдем условие существования экстремумов. Такая операция возможна, поскольку a_{12} и a_{21} являются гладкими функциями φ и неизбежно существование их первых производных. Проводя дифференцирование (2) по y, z и используя свойство симметрии системы, требующее выполнения соотношения $\sin^2\psi=yz$, получим условия экстремумов функции $T(\varphi)$

$$a_{21}=\pm n a_{12}. \tag{20}$$

Верхний знак в (20) относится к полосе прозрачности, а нижний к полосе отражений. Максимальная прозрачность при $a_{21}=na_{12}$ будет наблюдаться при условии $\sin^2 m\psi=1$, что выполняется далеко не всегда и требует специального выбора параметров системы. В полосе отражения минимум определяется выражением $a_{21}=-na_{12}$ и обеспечивается независимо от всех параметров системы. Положение его определяется показателями преломления слоев и их толщинами. Выражение (20) для этого случая можно представить в виде

$$\operatorname{tg} l\varphi = \frac{2n_1 n_2 (n_1^2 + n) \sin 2\varphi}{(n_1^2 - n)(n_1^2 - n_2^2) - (n_1^2 + n)(n_1^2 + n_2^2) \cos 2\varphi}. \tag{21}$$

Величина же $T_{\min}$ зависит от числа слоев в системе, причем с увеличением числа слоев минимум углубляется.

Увеличение параметра l сдвигает минимум в длинноволновую область спектра, как и всю полосу больших отражений, и вместе с тем, в силу уменьшения абсолютного значения ψ, прозрачность в этой полосе повышается. При достаточно больших l прозрачность может оказаться весьма значительной, что и иллюстрируется рис. 3. Быстрый рост минимальной прозрачности определяется первым сомножителем второго слагаемого знаменателя (2). Это накладывает известные ограничения на возможность изменения толщин слоев системы. Для расчета кривой $T_{\min}(l)$, представленной на рис. 3, использован случай $m=5$ и $n_1=2.5$.

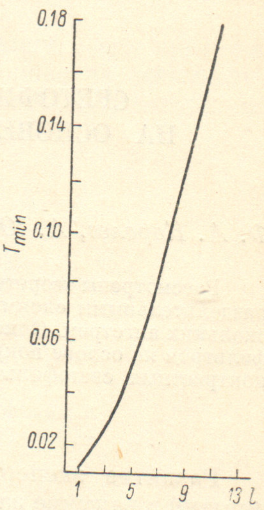

Рис. 3.

Построенная таким образом теория отрезающего интерференционного фильтра позволяет провести выбор необходимых параметров системы слоев для получения наилучшей спектральной характеристики.

В заключение остается добавить, что рассмотренные системы слоев могут найти широкое применение при конструировании фильтров, отражающих очень широкие участки коротковолновой области спектра. В самом деле ширина полосы отражения одной системы недостаточна для полного гашения коротковолновой прозрачности, что означает необходимость наслаивания систем друг на друга [6]. Рассмотренные выше системы оказываются довольно выгодными с двух точек зрения. Во-первых, толщина каждой системы в целом оказывается меньше толщины обычно употребляемых для наслаивания систем, что позволяет предполагать более высокую устойчивость относительно внутренних натяжений, неизбежно появляющихся в слоях при их изготовлении. Во-вторых, рассмотренные системы обладают несколькими полосами больших отражений (их число зависит от l), что позволяет уменьшить общее число систем, необходимых для изготовления фильтра.

Авторы выражают благодарность М. А. Валидову за внимание к работе.

Литература

[1] В. Ф. Сутин, М. Н. Черепанова, А. Ф. Первеев. Оптико-механич. промышл., № 6, 15, 1963.
[2] A. F. Turner, P. W. Baumeister. Appl. Optics, *5*, № 1, 1966.
[3] П. Г. Кард, Е. А. Несмелов, Г. П. Конюхов. Изв. АН ЭССР, № 3, 314, 1968.
[4] I. I. Vera. Optica Acta, *12*, 515, 1965.
[5] С. П. Фиников. Дифференциальная геометрия, 47. Изд. МГУ, 1961.
[6] М. А. Гисин, Оптико-механич. промышл., № 3, 37, 1969.

Поступило в Редакцию 15 июня 1970 г.