

В. Н. Капшай, Е. Д. Головин, А. А. Шамына  
УО «Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

## ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ О ГЕНЕРАЦИИ СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ В НЕЛИНЕЙНОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ, ОБЛАДАЮЩЕМ КИРАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ, НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ВЕНТЦЕЛЯ – КРАМЕРСА – БРИЛЛЮЭНА

### Введение

Генерация суммарной частоты активно используется при исследовании поверхностей и тонких слоев, нелинейных оптических свойств частиц, а также для исследования физических и химических процессов, происходящих на поверхностях частиц малых размеров. В данной работе рассмотрим явление генерации суммарной частоты в приближении Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна (ВКБ) и проведем графический анализ полученных результатов. Альтернативными моделями для описания нелинейной генерации излучения являются модель на основе приближения Релея – Ганса – Дебая (РГД) и модель на основе точного решения задачи Ми.

### 1. Постановка задачи и теоретическая часть

Пусть на сферическую частицу радиуса  $a$ , покрытую нелинейным слоем толщиной  $d_0$ , падает две плоские электромагнитные волны с циклическими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и волновыми векторами  $\mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}^{(2)}$  в плоскости  $Oyz$  под углами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  к оси  $Oz$  соответственно (рисунок 1). Пусть  $\mathbf{e}^{(1)}$  и  $\mathbf{e}^{(2)}$  – единичные векторы, характеризующие поляризацию падающего излучения;  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – величины, характеризующие эллиптичность падающих волн и равные отношению длины меньшей полуоси эллипса поляризации к длине большей для частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте  $\omega_1$  обозначим  $\eta_1$ , на частоте  $\omega_2$  –  $\eta_2$ .

В результате прохождения через частицу электромагнитных волн в поверхностном слое будет генерироваться излучение с частотой  $\omega_{12}$  и волновым вектором  $\mathbf{k}^{(12)}$ . Отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте  $\omega_{12}$  обозначим через  $\eta_{12}$ . Компоненты вектора напряжённости электрического поля генерируемой волны можно найти из следующего выражения:

$$E_i^{(12)}(\mathbf{x}) = \mu_{12} \frac{(\omega_{12})^2 \exp(ik_{12}r)}{c^2 r} d_0 a^2 E_1 E_2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) X_{mjk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}, \quad (1)$$

где  $X_{ijk}^{(12)}$  – тензор эффективной восприимчивости, который можно определить с помощью выражения

$$X_{ijk}^{(12)} = \left( \frac{2}{\eta_1 + 1} \right) \left( \frac{2}{\eta_2 + 1} \right) \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{x}' + i(\eta_{12} - 1)(-\mathbf{k}^{(12)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(12)}\mathbf{x}'|)) \times \\ \times \exp(i(\eta_1 - 1)(\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{x}'|) + i(\eta_2 - 1)(\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{x}'|)) \times \\ \times \chi_{ijk}^{(2)}(\theta', \varphi') d\Omega_{\mathbf{x}'}. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{q}$  – вектор рассеяния, который может быть вычислен по формуле  $\mathbf{q} = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(12)}$ ,  $\chi_{ijk}^{(2)}$  – тензор диэлектрической восприимчивости второго порядка, который для данной задачи задается следующим выражением [1]:

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_1^{(2)} n_i n_j n_k + \chi_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + \chi_3^{(2)} n_j \delta_{ki} + \chi_4^{(2)} n_k \delta_{ij} + \\ + \chi_5^{(2)} n_m n_i \varepsilon_{mjk} + \chi_6^{(2)} n_m n_k \varepsilon_{ijm} + \chi_7^{(2)} n_m n_j \varepsilon_{imk}. \quad (3)$$

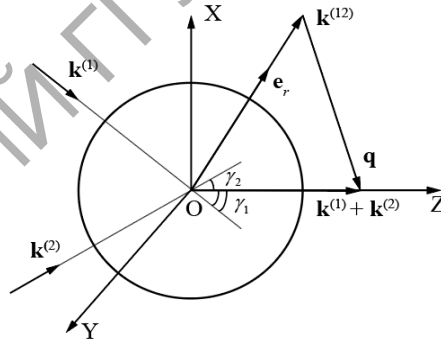


Рисунок 1 – Схема задачи о генерации суммарной частоты

Введем вектор  $\mathbf{f}^{(12)}$  ( $\theta, \varphi$ ), квадрат модуля которого пропорционален вектору Умова-Пойтинга. Компоненты вектора  $\mathbf{f}^{(12)}$  ( $\theta, \varphi$ ) рассчитываются по формуле

$$f_1^{(12)} = (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) X_{ijk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}. \quad (4)$$

## 2. Графический анализ полученного решения

Для графического анализа построим трехмерную диаграмму направленности мощности генерируемого излучения для приближения ВКБ, а также двумерную диаграмму направленности для приближений РГД и ВКБ, когда тензор диэлектрической восприимчивости  $\chi_{ijk}^{(2)}$  содержит только киральные слагаемые:  $\chi_{1-4}^{(2)} = 0$ ,  $\chi_{5-7}^{(2)} \neq 0$ . Выберем следующие значения параметров:  $k_1a = 0,1$ ;  $k_2a = 0,1$ ;  $\gamma = 0,5$ ;  $\sigma_1 = 0,5$ ;  $\sigma_2 = 0,5$ ;  $\varphi_1 = 1$ ;  $\varphi_2 = -1$ ;  $\xi = 1,34/1,33$ ;  $\eta_1 = 1,3$ ;  $\eta_2 = 1,3$ ;  $\eta_{12} = 1,3$ . Диаграммы направленности представлены на рисунке 2.

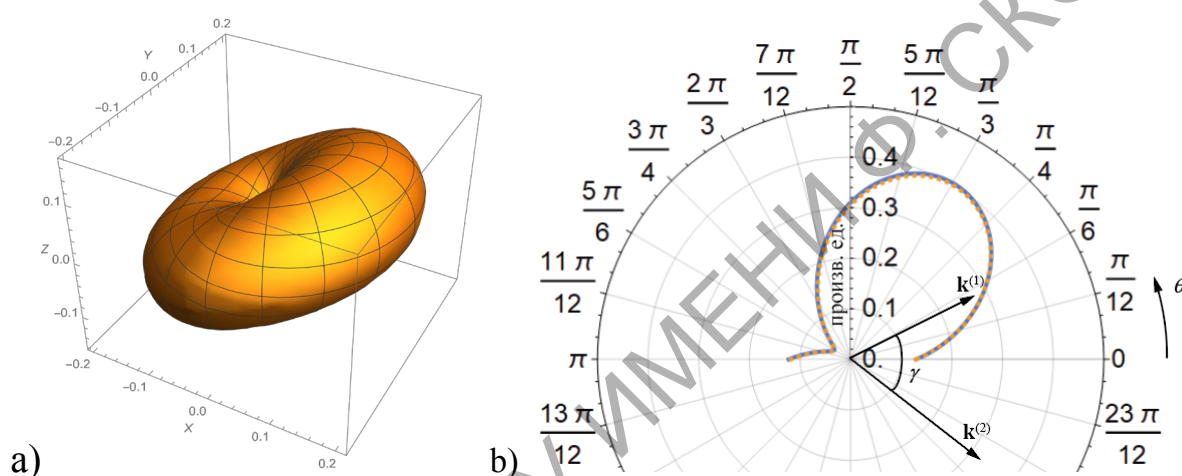


Рисунок 2 – а) трехмерный график зависимости функции  $|\mathbf{f}^{(12)}|^2$  от углов  $\theta$  и  $\varphi$  в сферических координатах; б) двумерный график зависимости функции  $|\mathbf{f}^{(12)}|^2$  от угла наблюдения  $\theta$  в полярных координатах: штриховая линия – зависимость для модели ВКБ, сплошная линия – для модели РГД; азимутальный угол:  $\varphi = 0$

Форма трехмерной диаграммы направленности распределения мощности генерируемого излучения для модели ВКБ (рисунок 2, а)) подобна форме диаграммы направленности, соответствующей модели РГД [2]. Двумерные диаграммы направленности для указанных моделей (рисунок 2, б)) также имеют близкую форму. Максимальные значения плотности мощности на графиках практически совпадают. Отношение этих значений для моделей ВКБ и РГД приблизительно равно 0,98 во всех направлениях. Причиной различия полученных диаграмм является разница в показателях преломления среды и частицы.

Далее рассмотрим частицы большего размера:  $k_1a = 1,0$ ;  $k_2a = 1,0$ . Построим трехмерные диаграммы направленности для моделей ВКБ и РГД. Значения остальных параметров выберем такими же, как и для

предыдущих диаграмм. Соответствующие диаграммы направленности представлены на рисунке 3.

В этом случае формы диаграмм направленности для обеих моделей различаются более существенно, чем в случае частицы меньшего размера. Отсюда можно заключить, что при увеличении размера частицы, а также при увеличении отношения показателей преломления, отличия в диаграммах для обеих моделей становятся более выраженными.

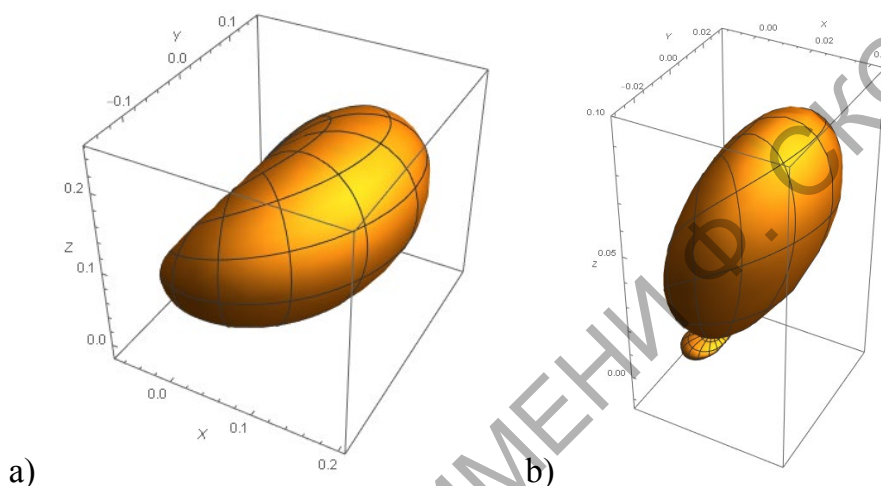


Рисунок 3 – а) трехмерный график зависимости функции  $|f^{(12)}|^2$  от углов  $\theta$  и  $\varphi$  в сферических координатах для модели РГД; б) трехмерный график зависимости функции  $|f^{(12)}|^2$  от углов  $\theta$  и  $\varphi$  в сферических координатах для модели ВКБ

### Заключение

В работе рассмотрено явление генерации суммарной частоты в поверхностном слое диэлектрической сферической частицы для приближения ВКБ, построены трехмерные и двумерные диаграммы направленности генерируемого излучения для моделей РГД и ВКБ. Выявлено, что факторами, влияющими на степень различия полученных диаграмм, являются размер частицы и разница в показателях преломления частицы и окружающей среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф20М–011).

### Литература

1. Шамына, А. А. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / А. А. Шамына,

В. Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.

2. Капшай, В. Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. II. Анализ решения / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 125, № 1. – С. 71–78.