УДК 535.345.6+535.417

ПОВЫШЕНИЕ ПРОЗРАЧНОСТИ УЗКОПОЛОСНОГО СВЕТОФИЛЬТРА ТИПА ФАБРИ—ПЕРО

Г. П. Конюхов и *Е. А. Несмелов*

Рассмотрен метод повышения прозрачности светофильтров типа Фабри—Перо с равнослойными и разнослойными диэлектрическими зеркалами. Метод основан на сдвиге спектральной кривой одного из них в длинноволновую или коротковолновую область спектра; определяются толщины слоев «сдвигаемого» зеркала и толщина резонаторного слоя, близкого к полуволновому. Приведены расчетные спектральные кривые полос прозрачности и зависимости толщин слоев от показателя преломления подложки и вещества слоя.

Интерференционные диэлектрические узкополосные светофильтры типа Фабри—Перо не имеют высокой прозрачности в инфракрасной области спектра, когда в качестве подложек используются материалы с высоким показателем преломления (германий, кремний). Это связано с тем, что предельная прозрачность в максимуме полосы прозрачности светофильтра, наносимого на высокопреломляющую полубесконечную подложку, равна невысокой теоретической прозрачности подложки [1], а ошибки в слоях, допускаемые при изготовлении светофильтра [2], еще более снижают эту прозрачность.

Экспериментально замечено [3], что при контроле по различным (хотя и близким) длинам волн двух половин изготавливаемого светофильтра прозрачность в центре полосы пропускания иногда получается несколько большей, чем теоретическая прозрачность подложки. В этом случае небольшой эффект просветления имеет место, видимо, вследствие сдвига по спектру одного из диэлектрических зеркал.

В настоящей работе будет показано, как можно получить полную или заданную прозрачность в максимуме полосы пропускания светофильтра, не нанося на подложку просветляющего покрытия, а выбрав определенным образом толщины и число слоев одного из диэлектрических зеркал и толщину резонирующего слоя.

Обратная сторона реальной высокопреломляющей подложки может быть просветлена, например, симметричным покрытием, рассчитанным и осуществленным в работе [4].

1. Рассмотрим узкополосный светофильтр типа Фабри—Перо с диэлектрическими зеркалами и представим его структуру в операторном виде

$$D_0\,(g_1Hg_1L)^{m_1}\,g_sH_s\,(g_2Lg_2H)^{m_2}\,D, \tag{1}$$

где первое диэлектрическое зеркало слойности $2m_1$ граничит со средой D_0, показатель преломления которой n_0, второе диэлектрическое зеркало слойности $2m_2$ лежит на подложке D с показателем преломления n_D. Толщины слоев (в долях $\lambda/4$) первого зеркала — g_1, второго зеркала — g_2, толщина резонаторного слоя — g_s; H, L и H_s — слои с показателями преломления n_H, n_L и n_s.

Выражение для коэффициента прозрачности $T(\varphi)$ может быть записано, например, в виде [5]

$$T(\varphi) = 4n_0n_D\,[(n_0L_{11} + n_DL_{22})^2 + (L_{21} + n_0n_DL_{12})^2]^{-1}, \tag{2}$$

а элементы матрицы интерференции L_{11}, L_{22}, iL_{12}, iL_{21} фильтра структуры (1) нетрудно найти из матричного соотношения

$$\begin{pmatrix} L_{11} & iL_{12} \\ iL_{21} & L_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11}^{\mathrm{I}} & iM_{12}^{\mathrm{I}} \\ iM_{21}^{\mathrm{I}} & M_{22}^{\mathrm{I}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos g_s\varphi & \frac{i}{n_s}\sin g_s\varphi \\ in_s \sin g_s\varphi & \cos g_s\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}^{\mathrm{II}} & iM_{12}^{\mathrm{II}} \\ iM_{21}^{\mathrm{II}} & M_{22}^{\mathrm{II}} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Запишем M_{11}, M_{22}, iM_{12}, iM_{21} — элементы матрицы интерференции диэлектрического зеркала $(gHgL)^m$ [5]

$$\left.\begin{aligned} M_{11} &= \operatorname{ch} m\psi + \frac{\operatorname{sh} m\psi}{\operatorname{sh}\psi}\frac{s_{11}-s_{22}}{2}, \\ M_{22} &= \operatorname{ch} m\psi - \frac{\operatorname{sh} m\psi}{\operatorname{sh}\psi}\frac{s_{11}-s_{22}}{2}, \\ M_{12} &= s_{12}\frac{\operatorname{sh} m\psi}{\operatorname{sh}\psi}, \quad M_{21} = s_{21}\frac{\operatorname{sh} m\psi}{\operatorname{sh}\psi}, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

s_{11}, s_{22}, is_{12}, is_{21} — элементы матрицы интерференции двухслойника $(gHgL)$

$$\left.\begin{aligned} s_{11} &= \cos^2 g\varphi - \frac{n_L}{n_H}\sin^2 g\varphi, \quad s_{22} = \cos^2 g\varphi - \frac{n_H}{n_L}\sin^2 g\varphi, \\ s_{21} &= n_H n_L s_{12} = \sin g\varphi \cos g\varphi\,(n_H + n_L), \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\operatorname{ch}\psi = (s_{11}+s_{22})/2, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}\frac{\lambda_0}{\lambda}. \tag{6}$$

Теперь для первого и второго диэлектрических зеркал можем записать

$$\left.\begin{aligned} M_{ij}^{\mathrm{I}} &= M_{ij}(g_1, m_1), \\ M_{ij}^{\mathrm{II}} &= M_{ij}(g_2, m_2), \quad i, j = 1, 2. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

При нормальном падении излучения для тонкослойной системы любой структуры требование полного просветления при некотором φ удовлетворяется решением системы трансцендентных уравнений [4]

$$\left.\begin{aligned} n_0 L_{11} - n_D L_{22} &= 0, \\ L_{21} - n_0 n_D L_{12} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Система уравнений получена подстановкой условия

$$T(\varphi) = 1 \tag{9}$$

в (2) при учете равенства $L_{11}L_{22}+L_{12}L_{21}=1$. Решение системы уравнений (8) относительно любой пары свободных (варьируемых) параметров и обеспечивает нам выполнение условия (9).

Если в некоторых случаях [4] удается получить решение системы в явном виде, то в других случаях [5] из-за сложности системы уравнений мы вынуждены применять численные методы.

2. В рассматриваемом в настоящей работе случае узкополосного светофильтра типа Фабри—Перо мы хотим иметь полную прозрачность в максимуме полосы прозрачности, т. е.

$$T(\pi/2) = 1.$$

Будем решать систему (8) относительно двух неизвестных параметров g_s и g_1 (ниже будет показано, почему в качестве второго параметра выбрана толщина слоев первого зеркала g_1).

Уравнения (8) можно преобразовать и представить в виде более удобном для анализа (хотя и более громоздком)

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} g_s\varphi &= \frac{n_0(M_{11}^{\mathrm{I}}M_{22}^{\mathrm{II}} - M_{12}^{\mathrm{I}}M_{21}^{\mathrm{II}}) - n_D(M_{11}^{\mathrm{II}}M_{22}^{\mathrm{I}} - M_{12}^{\mathrm{II}}M_{21}^{\mathrm{I}})}{n_0(n_s M_{12}^{\mathrm{I}}M_{22}^{\mathrm{II}} + M_{11}^{\mathrm{I}}M_{21}^{\mathrm{II}}/n_s) - n_D(n_s M_{12}^{\mathrm{II}}M_{22}^{\mathrm{I}} + M_{11}^{\mathrm{II}}M_{21}^{\mathrm{I}}/n_s)}, \\ \operatorname{tg} g_s\varphi &= \frac{M_{21}^{\mathrm{I}}M_{22}^{\mathrm{II}} + M_{22}^{\mathrm{I}}M_{21}^{\mathrm{II}} - n_0 n_D(M_{11}^{\mathrm{I}}M_{12}^{\mathrm{II}} + M_{12}^{\mathrm{I}}M_{11}^{\mathrm{II}})}{M_{21}^{\mathrm{I}}M_{21}^{\mathrm{II}}/n_s - n_s M_{22}^{\mathrm{I}}M_{22}^{\mathrm{II}} + n_0 n_D(M_{11}^{\mathrm{I}}M_{11}^{\mathrm{II}}/n_s - n_s M_{12}^{\mathrm{I}}M_{12}^{\mathrm{II}})}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Благодаря тому что левые части уравнений (10) совпадают, мы можем исключить параметр g_s и свести решение системы уравнений к решению одного уравнения. После некоторых преобразований это уравнение при $\varphi = \pi/2$ может быть записано в такой форме [1]

$$T_з^{\mathrm{I}}\left(\frac{\pi}{2}\right) = T_з^{\mathrm{II}}\left(\frac{\pi}{2}\right), \tag{11}$$

где $T_з^{\mathrm{I}}$ и $T_з^{\mathrm{II}}$ — прозрачности первого и второго зеркал

$$\left.\begin{aligned} T_з^{\mathrm{I}}(\varphi) &= \frac{4n_0 n_s}{(n_0 M_{11}^{\mathrm{I}} + n_s M_{22}^{\mathrm{I}})^2 + (M_{21}^{\mathrm{I}} + n_0 n_s M_{12}^{\mathrm{I}})^2}, \\ T_з^{\mathrm{II}}(\varphi) &= \frac{4n_D n_s}{(n_D M_{11}^{\mathrm{II}} + n_s M_{22}^{\mathrm{II}})^2 + (M_{21}^{\mathrm{II}} + n_D n_s M_{12}^{\mathrm{II}})^2}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Вопрос о выборе искомого параметра (g_1 или g_2) при решении (11) разрешается следующим образом. Значение $T_з^{\mathrm{I}}(\pi/2)$ и $T_з^{\mathrm{II}}(\pi/2)$ системы (1) при $g_1 = g_2 = 1$ легко вычисляется по формулам (12) [6]

$$\left.\begin{aligned} T_з^{\mathrm{I}}(\pi/2) &= 1/\mathrm{ch}^2 Q_1, \\ T_з^{\mathrm{II}}(\pi/2) &= 1/\mathrm{ch}^2 Q_2, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

где $Q_1 = \ln\left(q^{m_1}\sqrt{\frac{n_s}{n_0}}\right)$, $Q_2 = \ln\left(q^{m_2}\sqrt{\frac{n_s}{n_D}}\right)$ и $q = n_H/n_L$.

При $n_D > n_0$ и $m_1 = m_2$ мы будем иметь $T_з^{\mathrm{I}}(\pi/2) < T_з^{\mathrm{II}}(\pi/2)$, а это означает, что для достижения равенства (11) необходимо «сдвинуть» спектральную кривую первого зеркала относительно спектральной кривой второго четвертьволнового зеркала. Сдвиг спектральной кривой можно осуществить как в длинноволновую область спектра ($g_1^{д} > 1$), так и в коротковолновую ($g_1^{к} < 1$), т. е. мы можем получить два решения уравнения (11). Имея $g_1^{д}$ и $g_1^{к}$, по любой из формул (10) можно вычислить и соответствующие значения $g_s^{д}$ и $g_s^{к}$.

Однако достаточно получить одно решение (например, $g_1^{к} < 1$ и $g_s^{к} > 2$), как второе решение (противоположный сдвиг) легко получается из первого $g_1^{д} = 2 - g_1^{к}$ и $g_s^{д} = 2(l+1) - g_s^{к}$ (l — порядок системы [5]).

3. Эффект полной прозрачности можно получить и не сдвигая спектральную кривую одного из зеркал. Действительно, положив $g_1 = g_2 = 1$, $g_s = 2l$ и $m_1 \neq m_2$, мы можем удовлетворить условию (11) при $Q_1 = Q_2$ или

$$q^{m_1 - m_2} = \sqrt{\frac{n_0}{n_D}}. \tag{14}$$

Если $n_D > n_0$ и $q > 1$, то для выполнения равенства нужно, чтобы $m_1 - m_2 < 0$, т. е. слойность первого зеркала должна быть меньше слойности второго зеркала. Наоборот, для $q < 1$ слойность второго зеркала будет меньше слойности первого зеркала.

Пусть число четвертьволновых слоев первого зеркала на два меньше числа слоев второго зеркала, т. е. $m_1 = m_2 - 1$, тогда из (14) получим условие, аналогичное условию полного просветления четвертьволновым двухслойником [7]

$$n_D = n_0 q^2 = n_0\left(\frac{n_H}{n_L}\right)^2. \tag{15}$$

Формула (14) дает простую связь между n_D, n_H, n_L, а также m_1 и m_2, которую весьма интересно знать при выборе узкополосной системы. Например, имея подложку с показателем преломления n_D, мы можем всегда подобрать из существующих такую пару веществ с показателями преломления n_H и n_L, которая дает нам $T(\pi/2) > 90\%$.

Можно привести простую формулу для оценки максимума полосы прозрачности, полученную из (2) при $g_1 = g_2 = 1$, $g_s = 2$, $n_s = n_H$ и $\varphi = \pi/2$

$$T = \frac{4n_0 n_D}{\left(n_0 q^{-(m_1-m_2)} + n_D q^{m_1-m_2}\right)^2}. \tag{16}$$

Если при выбранных q, n_D и $m_1 - m_2$ считать, что по (16) получено недостаточно высокое пропускание, тогда можно воспользоваться вышеизложенным методом сдвига одного из зеркал, нахождения соответствующего g_s и получить $T(\pi/2) = 1$.

Несложные вычисления по (16) показывают, что для пары веществ ZnS ($n_H = 2.2$) и MgF_2 ($n_L = 1.4$) при $m_1 - m_2 = -1$ полная прозрачность в максимуме полосы пропускания будет для подложки с $n_D = 2.46$. При всех $n_D > 1.6$ прозрачность $T(\pi/2)$ будет больше теоретической прозрачности подложки, причем для $n_D = 4.0$ значение $T(\pi/2) = 94\%$.

4. В результате реализации системы с толщинами (например, $g_1^к$ и $g_s^к$), являющимися решением системы уравнений (8), мы имеем возможность получать полную прозрачность в максимуме полосы пропускания светофильтра. Кроме того, можно получить определенную заданную прозрачность $T_{зад.}$, несколько видоизменив систему уравнений (8).

Задаваясь некоторыми параметрами ε_1 и ε_2, запишем систему уравнений [аналогичную (8)] в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} n_0 L_{11} - n_D L_{22} &= \pm 2\sqrt{\varepsilon_1 n_0 n_D}, \\ L_{21} - n_0 n_D L_{12} &= \pm 2\sqrt{\varepsilon_2 n_0 n_D}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Для $T(\varphi) = T_{зад.}$ выражение (2) с учетом (17) примет вид

$$T_{зад.} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 1)^{-1}. \tag{18}$$

Предположение о положительности ε_1 и ε_2 (17) и полученная связь между ними (18) говорят, что при

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{T_{зад.}} - 1 - \varepsilon_1$$

значение выбираемого параметра ε_1 не должно превосходить величины $(1 - T_{зад.})/T_{зад.}$.

Следует отметить, что смысл имеют все четыре пары уравнений (17) и выбор пары зависит от исследуемой (вообще говоря, произвольной) тонкослойной системы.

В нашем случае [системы структуры (1)] выбор ε_1 из интервала $[0 \div (1 - T_{зад})/T_{зад}]$ дает возможность проследить, например, за формой полосы пропускания (полушириной, симметричностью), а также выбрать наиболее подходящие для реализации толщины слоев.

Расчеты проведены нами только для случая полной ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$) прозрачности в полосе пропускания.

Результаты расчета

Алгоритм нахождения g_1 и g_s был записан нами на языке АЛГОЛ, с помощью транслятора ТА-1М составлена программа для машины БЭСМ-4 и проведен ряд расчетов [8].

При расчетах всюду бралось $n_s = n_H$.

На рис. 1 изображены расчетные спектральные кривые полос прозрачности систем вида (1) с зеркалами слойности $2m$ ($m = m_1 = m_2 = 4$), составленных из веществ ZnS ($n_H = 2.2$) и MgF_2 ($n_L = 1.4$) и нанесенных на германиевую подложку ($n_D = 4.0$). Полоса прозрачности системы с четвертьволновыми ($g_1 = g_2 = 1$) зеркалами и полуволновым ($g_s = 2$) средним слоем (кривая *1*) имеет максимум, равный 64%, и относительную полуширину, равную 0.016. При сдвиге первого зеркала в коротковолновую область спектра вид полосы прозрачности представлен кривой *2* ($g_1^к = 0.8495$, $g_s^к = 2.3159$, $g_2 = 1$), при сдвиге первого зеркала в длинноволновую область спектра — кривой *3* ($g_1^д = 2 - g_1^к$; $g_s^д = 4 - g_s^к$; $g_2 = 1$). Кри-

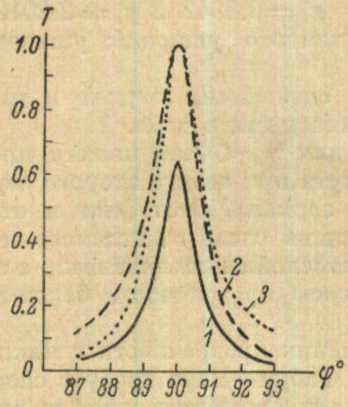

Рис. 1. Вид полос прозрачности 17-слойного узкополосного светофильтра с $n_H = n_s = 2.2$, $n_L = 1.4$ и $n_D = 4.0$. *1* — $g_1 = g_2 = 1$, $g_s = 2.0$; *2* — $g_1^к = 0.8495$, $g_2 = 1$, $g_s^к = 2.3159$; *3* — $g_1^д = 1.1505$, $g_2 = 1$, $g_s^д = 1.6841$.

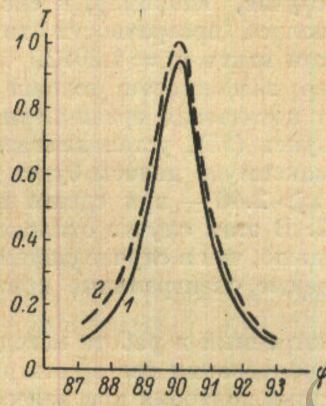

Рис. 2. Вид полос прозрачности узкополосного светофильтра с $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $n_H = n_s = 2.2$, $n_L = 1.4$ и $n_D = 4.0$. *1* — $g_1 = g_2 = 1$, $g_s = 2$; *2* — $g_1^к = 0.8842$; $g_s^к = 2.2012$, $g_2 = 1$.

вые *2* и *3* несколько асимметричны, максимум прозрачности равняется единице. Относительная полуширина равна 0.019. Однако увеличив при сдвинутом первом зеркале толщину среднего слоя на полуволновый слой, мы сможем уменьшить асимметрию полосы прозрачности и до 0.016 относительную полуширину.

Таблица 1

Зависимость $g_1^к$ и $g_s^к$ от n_H

а) $n_D = 4.0$ (германий), $m = 4$, $n_L = 1.4$

б) $n_D = 3.5$ (кремний), $m = 4$, $n_L = 1.4$

а			*б*		
n_H	$g_1^к$	$g_s^к$	n_H	$g_1^к$	$g_s^к$
2.2	0.8495	2.3158	2.2	0.8562	2.2948
2.4	0.8394	2.2208	2.6	0.8466	2.2071
3.0	0.8295	2.1718	3.0	0.8371	2.1616
3.4	0.8210	2.1418	3.4	0.8292	2.1336
3.8	0.8140	2.1213	3.5	0.8275	2.1281

Таблица 2

Зависимость $g_1^к$, $g_2^к$ и $g_s^к$ от n_D

$n_H = n_s = 2.2$, $n_L = 1.4$, $m_1 = 3$, $m_2 = 4$

n_D	$g_2^к$	$g_s^к$
1.5	0.9024	1.8247
2.0	0.9316	1.8839
2.4	0.9727	1.9556
	$g_1^к$	$g_s^к$
2.5	0.9812	2.0302
3.0	0.9257	2.1228
3.5	0.9011	2.1680
4.0	0.8842	2.2012

В табл. 1 для двух веществ германия ($n_D = 4$) и кремния ($n_D = 3.5$) при $m = 4$ и $n_L = 1.4$ дана зависимость решения $g_1^к$ и $g_s^к$ от показателя преломления n_H. При возрастании n_H требуется больший сдвиг первого зеркала в коротковолновую область, но при этом мы будем иметь и большую асимметрию полосы прозрачности.

Полоса прозрачности системы с неравнослойными зеркалами ($m_1 = 3$, $m_2 = 4$) иллюстрируется рис. 2. Здесь вновь выбрана германиевая подложка, зеркала составлены из слоев с показателями преломления $n_H = 2.2$, $n_L = 1.4$. Случай $g_1 = g_2 = 1$ и $g_s = 2$ дан кривой *1*.

Полоса прозрачности симметрична, максимум прозрачности, согласно (16), равен 94.5%. Желание иметь $T(\pi/2) = 1$ приводит нас в этом случае, например, к системе с $g_1^к = 0.8842$ и $g_s^к = 2.2012$ (кривая *2*), полоса прозрачности которой немного уширена; уширения не будет, если взять $g_s^к = 4.2012$.

Пример зависимости толщин слоев сдвигаемых зеркал и толщины слоя s от показателя преломления подложки дан в табл. 2.

Пользуясь (13), устанавливаем, что для $n_b < 2.46$ полная прозрачность в максимуме полосы будет достигнута при сдвиге второго зеркала, а для $n_b > 2.46$ — при сдвиге первого зеркала. Этот факт и отражен в табл. 2. В этом случае отклонение толщин слоев сдвигаемого зеркала от $\lambda/4$ меньше, чем в случае системы с равнослойными зеркалами, а отсюда и получаемые спектральные кривые полосы прозрачности более симметричны.

Рассмотренный в работе метод повышения прозрачности в максимуме полосы пропускания светофильтра типа Фабри—Перо требует специальной методики контроля при нанесении слоев. Описанию одной из возможных методик будет посвящена следующая работа.

В заключение авторы благодарят П. Г. Карда за внимание к работе и ряд существенных замечаний.

Литература

[1] Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. ГИФМЛ, М., 1958.
[2] Ш. А. Фурман. Опт.-мех. промышл., № 7, 1968.
[3] А. С. Валеев. Опт.-мех. промышл., № 7, 8, 1964.
[4] П. Кард, Е. Несмелов, Г. Конюхов, В. Иванов. Изв. АН ЭССР, *18*, 186, 1969.
[5] Г. П. Конюхов, Е. А. Несмелов. Ж. прикл. спектр., *11*, 468, 1969.
[6] П. Г. Кард. Опт. и спектр., *14*, 234, 1963.
[7] Физика тонких пленок, под ред. Г. Хасса, т. 2, стр. 197. Изд. «Мир», М., 1967.
[8] И. А. Боянжу. Транслятор ТА-1М., М., 1969.

Поступило в Редакцию 5 апреля 1971 г.