

КОНКУРЕНЦИЯ ГЕНЕРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ С ОБЩИМ ВЕРХНИМ УРОВНЕМ

Г. В. Мелехин

Исследуются различные режимы генерации излучения в схеме с общим верхним уровнем в зависимости от характера уширения линий, расстройк генерируемых частот относительно центров линий усиления, отношения разностей населенностей связанных каналов с учетом вырождения рабочих уровней.

За последнее время появилось значительное число работ, посвященных исследованию воздействия двух резонансных полей на трехуровневую систему. При этом рассматривались как вопросы рассеяния [1, 2], так и генерации [6, 8].

Было выяснено, что в системах с общим верхним или нижним уровнем при взаимодействии двух бегущих в одном направлении волн могут проявляться резкие структуры в форме линии усиления, обусловленные провалами Беннета в распределении атомов по скоростям и так называемыми нелинейными интерференционными эффектами (НИЭФ) [1, 2].

Применение теории, развитой в [1, 2], к трехуровневому газовому лазеру позволило определить форму линии генерации [3] с учетом НИЭФ, а эксперименты, проведенные с лазером на Ne, подтвердили проявление НИЭФ в форме линии генерации трехуровневого лазера [3, 5].

Учет двухквантовых процессов при рассмотрении одновременной генерации в двух связанных общим уровнем каналах [6, 8, 9] показывает, что эти процессы существенно влияют на области различных режимов генерации. Изучение конкуренции генерации излучения ранее проводилось либо без учета движения атомов [6-8], либо для нулевой расстройки [9] генерируемых частот относительно центров линий усиления.

Целью данной работы является изучение различных режимов генерации лазеров для схемы с общим верхним уровнем в зависимости от расстройк с учетом вырождения рабочих уровней по магнитному квантовому числу.

Основные соотношения

Обобщая векторную теорию Лэмба [10, 11] на случай двух переходов с общим верхним уровнем (рис. 1) и предполагая, что излучение поляризовано в плоскости падения на окно Брюстера, для одночастотной генерации в каждом канале получаются следующие амплитудные уравнения:

$$\begin{cases} I_1 = 2I_1(a_1 - \beta_1 I_1 - \theta_{12} I_2), \\ I_2 = 2I_2(a_2 - \beta_2 I_2 - \theta_{21} I_1), \end{cases} \quad (1)$$

где I_1 и I_2 — интенсивности излучения на частотах ν_1 и ν_2 соответственно в первом (ac) и во втором (ab) каналах (рис. 1),

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{\nu_1}{2Q_1} + \frac{1}{2} \frac{\nu_1 A_1}{\epsilon_0 \hbar K_{1u}} N_{ac} Z_i(\zeta_1), \\ a_2 = -\frac{\nu_2}{2Q_2} + \frac{1}{2} \frac{\nu_2 A_2}{\epsilon_0 \hbar K_{2u}} N_{ab} Z_i(\zeta_2), \end{cases} \quad (2)$$

$$\beta_1 = \frac{\nu_1}{32\varepsilon_0\hbar^3} B_1 b_1, \quad \beta_2 = \frac{\nu_2}{32\varepsilon_0\hbar^3} B_2 b_2, \quad (3)$$

$$\theta_{12} = \frac{\nu_1}{32\varepsilon_0\hbar^3} C_{12} f_{12}, \quad \theta_{21} = \frac{\nu_2}{32\varepsilon_0\hbar^3} C_{21} f_{21}. \quad (4)$$

В выражениях (2)–(4) Q_1 и Q_2 — соответствующие добротности, K_1 и K_2 — волновые числа, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума

в системе СИ, $\hbar$ — постоянная Планка, $N_{ac} = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{N_a}{\gamma_a} - \frac{N_c}{\gamma_c} \right) dz$ и $N_{ab} =$

$= \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{N_a}{\gamma_a} - \frac{N_b}{\gamma_b} \right) dz$ — стационарные разности населенностей, усреднен-

ные по длине резонатора, Z_i — мнимая часть дисперсионной функции плазмы

$$Z(\zeta) = i \int_0^\infty \exp \left[-\left(\zeta y + \frac{y^2}{4} \right) \right] dy, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} b_1 = & \frac{N_{ac}}{2K_1^3 u^3} \operatorname{Im} \left\{ Z(\zeta_1) \left[\frac{1}{x_{a1}\zeta_1} - \frac{1}{(x_1 - x_{c1} + iy_1)^2} \right] - i \frac{dZ(\zeta_1)}{d\zeta_1} \times \right. \\ & \times \frac{y_1}{(x_1 - x_{c1})^2 + y_1^2} + \\ & + \frac{Z(\zeta_1) + Z(\zeta_1^*)}{\zeta_1 + \zeta_1^*} \left[\frac{1}{x_{a1}} - \frac{x_1}{(x_1 - x_{c1})^2 + y_1^2} \right] - \\ & - \left[\frac{dZ(\zeta_1)}{d\zeta_1} + \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_1^*)}{\zeta_1 - \zeta_1^*} \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{x_{a1}} - \frac{x_1 - x_{c1}}{(x_1 - x_{c1})^2 + y_1^2} \right] + 2 \frac{Z(x_{c1})(x_1 - x_{c1})^2}{[(x_1 - x_{c1})^2 + y_1^2]^2} \Big\} + \\ & + \text{то же самое с заменой } x_{a1} \leftrightarrow x_{c1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение для b_2 получается из (6) заменой индексов $1 \rightarrow 2$, $c \rightarrow b$.

$$\begin{aligned} f_{12} = & \frac{N_{ab}}{2K_1^2 K_2 u^3 x_{a1}} \operatorname{Im} \left\{ \frac{Z(\zeta_1) + Z(\zeta_2)}{\zeta_1 + \zeta_2} + \frac{Z(\zeta_1) + Z(\zeta_2^*)}{\zeta_1 + \zeta_2^*} - \right. \\ & - \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_2)}{\zeta_1 - \zeta_2} - \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_2^*)}{\zeta_1 - \zeta_2^*} \Big\} + \\ & + \frac{N_{ab}}{K_1 K_2 (K_1 + K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_1 - \zeta_2^*} \left[\frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_+)}{\zeta_1 - \zeta_+} - \frac{Z(\zeta_2^*) - Z(\zeta_+)}{\zeta_2 - \zeta_+} \right] \right\} + \\ & + \frac{N_{ab}}{K_1 K_2 (K_1 - K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_1 + \zeta_2^*} \left[\frac{Z(\zeta_2^*) + Z(\zeta_-)}{\zeta_2^* + \zeta_-} - \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_-)}{\zeta_1 - \zeta_-} \right] \right\} + \\ & + \frac{N_{ac}}{K_1^2 (K_1 + K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_1 - \zeta_+} \left[\frac{dZ(\zeta_1)}{d\zeta_1} - \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_+)}{\zeta_1 - \zeta_+} \right] \right\} + \\ & + \frac{N_{ac}}{K_1^2 (K_1 - K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_1 - \zeta_-} \left[\frac{dZ(\zeta_1)}{d\zeta_1} - \frac{Z(\zeta_1) - Z(\zeta_-)}{\zeta_1 - \zeta_-} \right] \right\}, \quad (7) \\ f_{21} = & \frac{N_{ac}}{2K_2^2 K_1 u^3 x_{a2}} \operatorname{Im} \left\{ \frac{Z(\zeta_1) + Z(\zeta_2)}{\zeta_1 + \zeta_2} + \frac{Z(\zeta_2) + Z(\zeta_1^*)}{\zeta_2 + \zeta_1^*} - \right. \\ & - \frac{Z(\zeta_2) - Z(\zeta_1)}{\zeta_2 - \zeta_1} - \frac{Z(\zeta_2) - Z(\zeta_1^*)}{\zeta_2 - \zeta_1^*} \Big\} + \\ & + \frac{N_{ac}}{K_1 K_2 (K_1 + K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_2 - \zeta_1^*} \left[\frac{Z(\zeta_2) - Z(\zeta_+^*)}{\zeta_2 - \zeta_+^*} - \frac{Z(\zeta_1^*) - Z(\zeta_+^*)}{\zeta_1^* - \zeta_+^*} \right] \right\} + \\ & + \frac{N_{ac}}{K_1 K_2 (K_1 - K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_2 + \zeta_1^*} \left[\frac{Z(\zeta_2) + Z(\zeta_-^*)}{\zeta_2 + \zeta_-^*} - \frac{Z(\zeta_1^*) - Z(\zeta_-^*)}{\zeta_1^* - \zeta_-^*} \right] \right\} + \end{aligned}$$

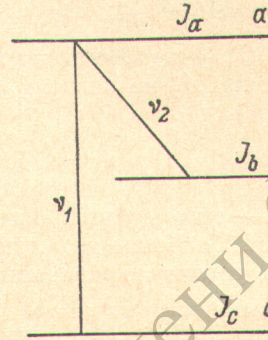


Рис. 4. Схема расположения рабочих уровней.

$$+ \frac{N_{ab}}{K_2^2 (K_1 + K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_2 - \zeta_+^*} \left[\frac{dZ(\zeta_2)}{d\zeta_2} - \frac{Z(\zeta_2) + Z(\zeta_+^*)}{\zeta_2 - \zeta_+^*} \right] \right\} -$$

$$- \frac{N_{ab}}{K_2^2 (K_1 - K_2) u^3} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\zeta_2 + \zeta_-^*} \left[\frac{dZ(\zeta_2)}{d\zeta_2} - \frac{Z(\zeta_2) + Z(\zeta_-^*)}{\zeta_2 + \zeta_-^*} \right] \right\}, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{\gamma_{ac}}{K_1 u}, & x_2 &= \frac{\gamma_{ab}}{K_2 u}, & x_{a1} &= \frac{\gamma_a}{2K_1 u}, & x_{c1} &= \frac{\gamma_c}{2K_1 u}, \\ x_{a2} &= \frac{\gamma_a}{2K_2 u}, & x_{b2} &= \frac{\gamma_b}{2K_2 u}, & x_+ &= \frac{\gamma_{bc}}{(K_1 + K_2) u}, & x_- &= \frac{\gamma_{bc}}{(K_1 - K_2) u}, \\ y_1 &= \frac{\omega_{ac} - \nu_1}{K_1 u}, & y_{1+} &= \frac{\omega_{ac} - \nu_1}{(K_1 + K_2) u}, & y_{1-} &= \frac{\omega_{ac} - \nu_1}{(K_1 - K_2) u}, \\ y_2 &= \frac{\omega_{ab} - \nu_2}{K_2 u}, & y_{2+} &= \frac{\omega_{ab} - \nu_2}{(K_1 + K_2) u}, & y_{2-} &= \frac{\omega_{ab} - \nu_2}{(K_1 - K_2) u}, \\ \zeta_+ &= x_+ + i(y_{1+} - y_{2+}); & \zeta_- &= x_- + i(y_{1-} - y_{2-}); & \zeta_i &= x_i + iy_i; & i &= 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

A_i, B_i, C_{ik} — коэффициенты, учитывающие вырождение уровней. Оказывается, что A_i не зависят от квантового числа полного углового момента и имеют вид

$$A_1 = \frac{1}{3} |P_{ac}|^2,$$

где P_{ac} — приведенный матричный элемент дипольного момента перехода (ac). Значения величин $B_i, C_{ik} = C_{ki}$ для различных схем с общим верхним уровнем приведены в таблице.

Возможные типы переходов для схемы с общим верхним уровнем и значения параметров B_1, B_2, C_{12}, C'

	I	II	III	IV
$\frac{15B_1}{ P_{ac} ^4}$	$\frac{4J^2 + 8J + 5}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$	$\frac{3J^2 + 3J - 1}{J(J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 8J + 5}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$
$\frac{15B_2}{ P_{ab} ^4}$	$\frac{4J^2 + 8J + 5}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$	$\frac{3J^2 + 3J - 1}{J(J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$
$\frac{15C_{12}}{ P_{ac}P_{ab} ^2}$	$\frac{4J^2 + 8J + 5}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$	$\frac{3J^2 + 3J - 1}{J(J+1)(2J+3)}$	$\frac{2}{2J+1}$
C'	1	1	1	$\frac{4J(J+1)(2J-2)(2J+3)}{(4J^2 + 8J + 5)(4J^2 + 1)}$

Продолжение

	V	VI
$\frac{15B_1}{ P_{ac} ^4}$	$\frac{3J^2 + 3J - 1}{J(J+1)(2J+3)}$	$\frac{3J^2 + 3J - 1}{J(J+1)(2J+3)}$
$\frac{15B_2}{ P_{ab} ^4}$	$\frac{4J^2 + 8J + 5}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$	$\frac{4J^2 + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$
$\frac{15C_{12}}{ P_{ac}P_{ab} ^2}$	$\frac{2J^2 + 7J + 6}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$	$\frac{2J^2 - 3J + 1}{J(2J-1)(2J+1)}$
C'	$\frac{J(2J^2 + 7J + 6)^2}{(2J+1)(3J^2 + 3J - 1)(4J^2 + 8J + 5)}$	$\frac{(2J^2 - 3J + 1)^2(J+1)(2J+3)}{(3J^2 + 3J - 1)(4J^2 + 1)(2J-1)(2J+1)}$

Уравнения (1) описывают обычную двухмодовую работу лазера [9, 11, 12]. Поведение лазера существенно зависит от величины так называемого параметра связи [12]

$$C = \frac{\theta_{12}\theta_{21}}{\beta_1\beta_2} = \frac{C_{12}C_{21}}{B_1B_2} \frac{f_{12}f_{21}}{b_1b_2}. \quad (10)$$

Выражения для величины

$$C' = \frac{C_{12}C_{21}}{B_1B_2}, \quad (11)$$

входящей множителем в параметр связи, приведены в таблице в последней строке.

Оказывается, что учет вырождения по магнитному квантовому числу не приводит к изменению величины параметра связи для схем, у которых не общие уровни имеют одинаковые J , так как для них $C' = 1$.

На рис. 2 приведены зависимости величины C' от квантового числа J общего уровня для различных типов переходов. Для схем, помещенных в 1—3 столбцах таблицы, $C' = 1$ (кривая 1). Кривые 2, 3, 4 относятся соответственно к 4, 5 и 6 столбцам. Из рис. 2 видно, что для всех типов переходов, приведенных в 4—6 столбцах, учет вырождения приводит к уменьшению параметра связи, за исключением схемы пятого столбца при $J = 1/2$, где $C' = 2$. С увеличением числа J величина C' стремится к постоянному пределу, равному единице для схем, у которых квантовые числа не общих уровней отличаются на 2, и к пределу $1/6$ для схем, у которых $\Delta J = 1$. При этом учет вырождения дает нулевую связь для схемы с кван-

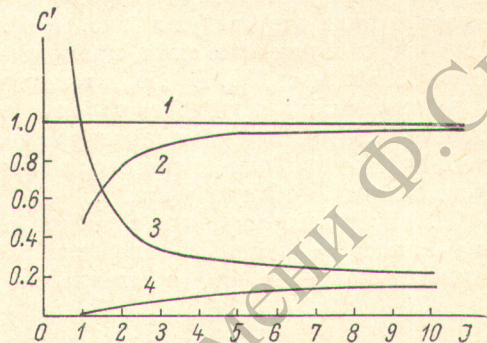


Рис. 2. Зависимость параметра C' от J .

1 — для схем 1—3 столбцов таблицы, 2 — для 4 столбца, 3 — для 5 столбца, 4 — для 6 столбца.

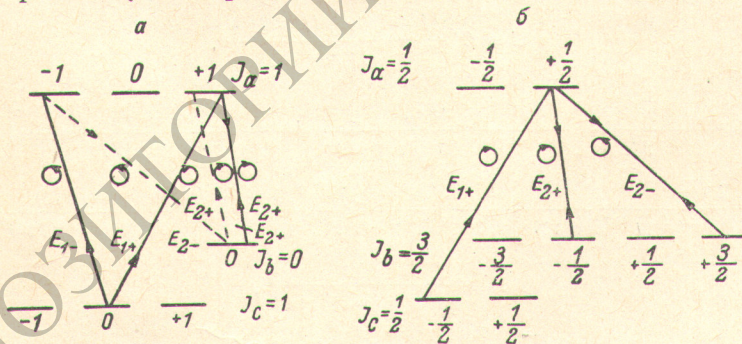


Рис. 3. Схемы переходов.

а — $J_a = J_c = 1$, $J_b = 0$; б — $J_a = J_c = 1/2$, $J_b = 3/2$.

товыми числами $J_a = J_c = 1$, $J_b = 0$. Это означает, что в данной схеме генерация в одном канале не влияет на генерацию в другом. Величина C' в схемах $J_a = J_c = J_b + 1$ при $J_a > 1$ также мала и, следовательно, при прочих равных условиях меньше, чем в других схемах.

Разберем подробнее образование нулевой связи. Поляризуемость третьего порядка в первом канале, обусловленную взаимодействием с электромагнитными волнами на обоих переходах, можно представить в виде суммы поляризуемостей для право- и левоциркулярных поляризаций ($P_{1+}^{(3)} + P_{1-}^{(3)}$).

Вклады в поляризуемость $P_{lk}^{(3)}$ дают взаимодействия с волнами E_{1q} , E_{2l} , E_{2m} , где индексы k, q, l, m суть (+) и (-) и подчиняются условию $q+m-l=k$. Поэтому для схемы переходов $J_a=J_c=1$, $J_b=0$ (рис. 3, а) вклады в поляризуемость $P_{lk}^{(3)}$ дают взаимодействия с волнами E_{1+} , E_{2+} , E_{2-} и E_{1-} , E_{2-} , E_{2+} . (Эти взаимодействия показаны на рис. 3, а сплошными и штриховыми линиями соответственно). Вклад от первого слагаемого оказывается противоположным вкладу от второго слагаемого в силу того, что матричные элементы $(P_{+})_{J-1, m-1}^{J, m}$ и $(P_{-})_{J-1, m-1}^{J, m-2}$ при $J=1$ противоположны по знаку.¹ Это приводит к тому, что поляризуемости $P_{lk}^{(3)}$, обусловленные такими взаимодействиями, противофазны и в данной схеме полностью компенсируют друг друга. Аналогичные рассуждения можно провести и для $P_{lk}^{(3)}$.

Такие же взаимодействия наблюдаются во всех схемах, у которых квантовые числа полного углового момента не общих уровней отличаются на единицу, за исключением схемы: $J_a=J_c=1/2$, $J_b=3/2$, где взаимодействия второго вида отсутствуют (рис. 3, б).

При этом для всех схем, кроме схемы рис. 3, а, появляются взаимодействия с волнами E_{1+} , E_{2-} , E_{2+} , также дающие положительный вклад в $P_{lk}^{(3)}$.

Полная поляризуемость обусловлена вкладами всех трех типов взаимодействий. Это объясняет некоторое увеличение связи для схем 6-го столбца таблицы и уменьшение связи для схем 5-го столбца с увеличением квантового числа J общего уровня.

Следует отметить, что в задаче о рассеянии сильной бегущей волны с учетом вырождения уровней для схемы $J_a=J_c=1$, $J_b=0$ также получено нулевое влияние одного канала на другой [13].

Влияние когерентности не общих уровней

Доплеровский предельный случай. Точные выражения (6)–(8) являются сложными функциями расстроек генерируемых частот относительно центров контуров линий усиления. Они несколько упрощаются в предельных случаях однородного или неоднородного уширения.

Используя разложение $Z(\zeta)$ по степеням ζ , для $|\zeta| \ll 1$ выражение (10) для параметра связи примет вид

$$C = C' \frac{(f + \xi^{-1}e_1)(f + \xi e_2)}{b'_1 b'_2}, \quad (12)$$

где

$$f = \frac{\sqrt{\pi}}{K_1^2 K_2 u^3 a_{a1}} \left[\frac{x_1 + x_2}{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} + \frac{x_1 + x_2}{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right] + \frac{2\sqrt{\pi}}{K_1 K_2 (K_1 - K_2) u^3} \frac{(x_1 + x_2)(x_2 + x_-) - (y_2 - y_1)(y_2 + y_{2-} - y_{1-})}{[(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2][(x_2 + x_-)^2 + (y_2 + y_{2-} - y_{1-})^2]}, \quad (13)$$

$$e_1 = \frac{2\sqrt{\pi}}{K_1 (K_1^2 - K_2^2) a^3}, \quad (14)$$

$$e_2 = \frac{2\sqrt{\pi}}{K_2^2 (K_1 - K_2) u^3} \frac{(x_2 + x_-)^2 - (y_2 + y_{2-} - y_{1-})^2}{[(x_2 + x_-)^2 + (y_2 + y_{2-} - y_{1-})^2]^2}, \quad (15)$$

$$b'_1 = \frac{\sqrt{\pi} x_1}{2 K_1^3 u^3} \left(\frac{1}{x_{a1}} + \frac{1}{x_{c1}} \right) \frac{2x_1^2 + y_1^2}{x_1^2 (x_1^2 + y_1^2)}, \quad (16)$$

$$b'_2 = \frac{\sqrt{\pi} x_2}{2 K_2^3 u^3} \left(\frac{1}{x_{a2}} + \frac{1}{x_{b2}} \right) \frac{2x_2^2 + y_2^2}{x_2^2 (x_2^2 + y_2^2)}, \quad (17)$$

$$\xi = N_{ab}/N_{ac}. \quad (18)$$

¹ За матричные элементы P_+ и P_- приняты $P_x + iP_y$ и $P_x - iP_y$ соответственно.

При вычислении (14) в разложении $Z(\zeta)$ учтены члены, содержащие ζ^2 , ввиду того что первые члены не дают вклада в e_1 , в то время как при $N_{ac} \gg N_{ab}$ это слагаемое играет существенную роль.

Первые два слагаемые в выражении для f описывают влияние провалов в распределении атомов по скоростям при взаимодействии со стоячими электромагнитными волнами.

При $y_1 = \pm y_2$ происходит перекрытие провалов, образованных бегущими волнами на разных переходах. В случае центральной настройки $y_1 = y_2 = 0$ перекрываются все четыре провала и взаимодействие волн в этом случае наиболее сильное.

Последнее слагаемое в выражении (13) и функции e_1 и e_2 появляются вследствие отличных от нуля элементов матрицы плотности второго порядка $\rho_{bc}^{(2)}$, описывающих корреляцию уровней b и c , являются сложными функциями расстройек генерируемых частот относительно центров доплеровских контуров.

В соответствии с терминологией, принятой в [1-5], последнее слагаемое в (13) можно считать проявлением нелинейного интерференционного эффекта.

Как показано в [2, 4], при комбинационном рассеянии сильно бегущей волны форма линии рассеяния имеет анизотропию по отношению к направлению рассеяния. Для схемы с общим верхним уровнем рассеяние вперед является «интерференционным», где эффект проявляется ярче. Если при этом частота рассеиваемой волны больше рассеянной, то в форме линии усиления проявляется эффект «расщепления» уровней сильным полем накачки [2, 4].

Поскольку структура выражения (15) идентична члену, описывающему эффект расщепления при рассеянии бегущей волны [4], то мы можем считать, что асимметричное влияние каналов генерации друг на друга отражает анизотропию формы линии рассеяния типа «расщепления». При равных стационарных разностях населенностей ($\xi \approx 1$) и центральной настройке насыщение длинноволнового канала излучением коротковолнового сильнее, чем обратное, так как отношение $e_1/e_2 = K_2^2(x_2 + x_-)/K_1(K_1 + K_2)$ является малой величиной. С увеличением расстройки величина e_2 уменьшается и вблизи $|y_2 + y_{2-} - y_1| = x_2 + x_-$ e_1 и e_2 могут быть сравнимы по величине. При дальнейшем увеличении расстройки e_2 становится отрицательной и корреляция не общих уровней способствует ослаблению насыщения генерации излучения длинноволнового канала.

Однородное уширение. Используя разложение $Z(\zeta)$ по обратным степеням ζ в пределе однородного уширения, имеем

$$f = \frac{4\gamma_{ac}\gamma_{ab}}{\gamma_a[\gamma_{ab}^2 + (\omega_{ab} - \nu_2)^2][\gamma_{ac}^2 + (\omega_{ac} - \nu_1)^2]} + \frac{\gamma_{ac}\gamma_{ab}\gamma_{bc} + \gamma_{bc}(\omega_{ac} - \nu_1)(\omega_{ab} - \nu_2) - [\gamma_{ab}(\omega_{ac} - \nu_1) - \gamma_{ac}(\omega_{ab} - \nu_2)](\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)}{[\gamma_{ac}^2 + (\omega_{ac} - \nu_1)^2][\gamma_{ab}^2 + (\omega_{ab} - \nu_2)^2][\gamma_{bc}^2 + (\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)^2]}, \quad (13)$$

$$e_1 = 2 \frac{\gamma_{ac}\gamma_{bc} - \gamma_{bc}(\omega_{ac} - \nu_1)^2 - 2\gamma_{ac}(\omega_{ac} - \nu_1)(\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)}{[\gamma_{ac}^2 + (\omega_{ac} - \nu_1)^2]^2[\gamma_{bc}^2 + (\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)^2]}, \quad (14)$$

$$e_2 = 2 \frac{\gamma_{ab}\gamma_{bc} - \gamma_{bc}(\omega_{ab} - \nu_2)^2 + 2\gamma_{ab}(\omega_{ab} - \nu_2)(\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)}{[\gamma_{ab}^2 + (\omega_{ab} - \nu_2)^2]^2[\gamma_{bc}^2 + (\omega_{bc} - \nu_1 + \nu_2)^2]}, \quad (15)$$

$$b'_1 = \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_c}\right) \frac{6\gamma_{ac}^2}{[\gamma_{ac}^2 + (\omega_{ac} - \nu_1)^2]^2}, \quad (16)$$

$$b'_2 = \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b}\right) \frac{6\gamma_{ab}^2}{[\gamma_{ab}^2 + (\omega_{ab} - \nu_2)^2]^2}. \quad (17)$$

Второе слагаемое в выражении (14) и функции e_1 и e_2 также появляются в результате корреляции не общих уровней b и c . Но в случае однородного уширения влияние одного канала на другой равноправно, так как урав-

нения (14) и (15) симметричны относительно перемены индексов $1 \leftrightarrow 2$ и $b \leftrightarrow c$. В частности, для центральной настройки отношение $e_1/e_2 = (\gamma_{ab}/\gamma_{ac})^2$ определяется только отношением лорентцовских ширин линий.

Исследование различных режимов

Рассмотрим сначала случай центральной настройки $\omega_{ac} = \nu_1$, $\omega_{ab} = \nu_2$. Анализ выражения (12) показывает, что C имеет минимум при $\xi_{\min} = \sqrt{e_1/e_2}$, равный

$$C_{\min} = C' \frac{(f + \sqrt{e_1 e_2})^2}{b'_1 b'_2}. \quad (18)$$

При изменении ξ от $\xi_{\min}$ в ту или другую сторону параметр связи будет увеличиваться. Если при этом $C_{\min} < 1$, то C будет меньше единицы (слабая связь) в области $\xi_{1k} < \xi < \xi_{2k}$ и больше единицы (сильная связь) в областях $\xi < \xi_{1k}$, $\xi > \xi_{2k}$, где ξ_{1k} и ξ_{2k} являются корнями уравнения $C=1$ и определяются выражением

$$\xi_k = \frac{(A - f^2 - e_1 e_2) \pm \sqrt{(A - f^2 - e_1 e_2)^2 - 4 e_1 e_2 f^2}}{2 e_2 f}, \quad (19)$$

где $A = b'_1 b'_2 / c'$.

В случае слабой связи ($C < 1$) система уравнений (1) допускает три стационарных решения

$$\left. \begin{aligned} 1) I_1 &= 0, \quad I_2 = \alpha_2 / \beta_2; \\ 2) I_2 &= 0, \quad I_1 = \alpha_1 / \beta_1; \\ 3) I_1 &= (\beta_2 \alpha_1 - \theta_{12} \alpha_2) / (\beta_1 \beta_2 - \theta_{12} \theta_{21}); \quad I_2 = (\beta_1 \alpha_2 - \theta_{21} \alpha_1) / (\beta_1 \beta_2 - \theta_{12} \theta_{21}). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Исследование на устойчивость этих режимов [9, 11, 12] показывает, что первый режим устойчив при

$$\alpha_{1\text{эфф.}} = \alpha_1 - \theta_{12} \frac{\alpha_2}{\beta_2} < 0, \quad (21)$$

второй при

$$\alpha_{2\text{эфф.}} = \alpha_2 - \theta_{21} \frac{\alpha_1}{\beta_1} < 0, \quad (22)$$

третий при

$$\alpha_{1\text{эфф.}} > 0, \quad \alpha_{2\text{эфф.}} > 0. \quad (23)$$

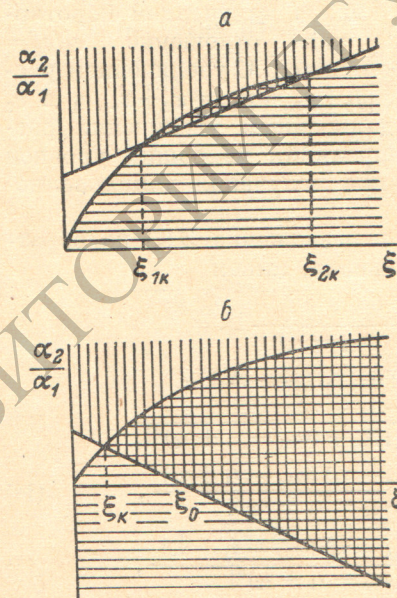


Рис. 4. Области различных режимов генерации.

a — центральная настройка, b — случай больших расстрой.

При изменении α_2/α_1 мы последовательно проходим все три режима [9].

В случае сильной связи ($C > 1$) устойчивы только первые два режима при выполнении условий (21) и (22) соответственно. Третий режим неустойчив.

Как отмечалось в работе [9], в этом случае возможен гистерезисный режим. При увеличении α_2/α_1 от нуля до $\alpha_2/\alpha_1 = \theta_{21}/\beta_1 = C_{21}/B_1 \cdot \nu_2/\nu_1 \cdot (f + \xi e_2)/b_1$ генерация существует только в первом канале, затем происходит скачок и при дальнейшем увеличении α_2/α_1 , отлично от нуля только I_2 . При обратной уменьшении α_2/α_1 происходит обратный скачок, но уже в другой точке $\alpha_2/\alpha_1 = \beta_2/\theta_{12} = B_2/C_{12} \cdot \nu_2/\nu_1 \cdot b'_2/(f + \xi^{-1} e_1) < \theta_{21}/\beta_1$.

На рис. 4, a представлены графически области различных режимов работы лазера на двух переходах в зависимости от параметров ξ и α_2/α_1 для случая центральной настройки. Горизонтальной штриховкой от-

мечена область, где происходит генерация на коротковолновом переходе ($I_1 \neq 0$), вертикальной — область генерации на длинноволновом переходе ($I_2 \neq 0$). Перекрывающаяся область соответствует случаю слабой связи, где возможна генерация на обоих переходах одновременно, незаштрихованные области соответствуют сильной связи, где возможна генерация либо на одном переходе, либо на другом.

Следует отметить, что область сильной связи $\xi < \xi_k$ при переходе от случая однородного уширения к доплеровскому пределу сужается и влияние когерентности на общих уровнях на генерацию в обоих каналах становится различным.

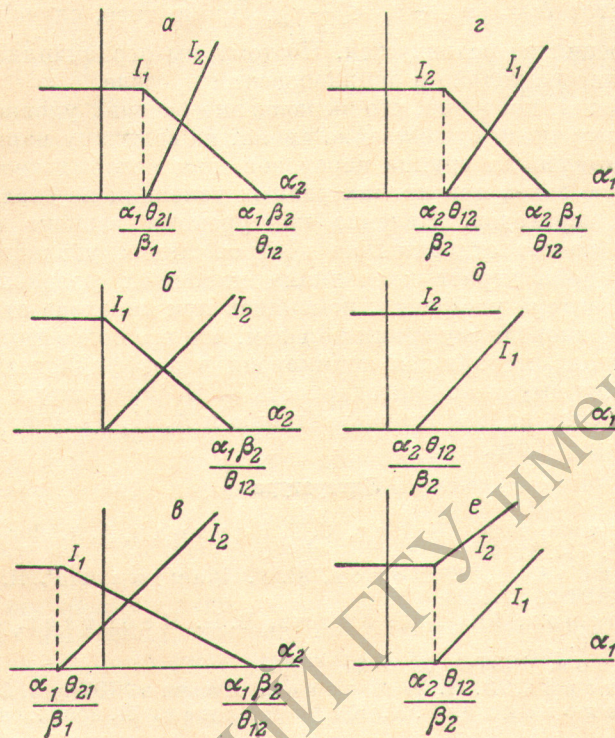


Рис. 5. Зависимость интенсивностей линий от параметров α_1 и α_2 .

α, β, ϵ — при постоянном α_1 ; $г, д, е$ — при постоянном α_2 ;
 $\alpha, г, е$ — $\xi_k < \xi < \xi_0$; $\beta, д$ — $\xi = \xi_0$; $\epsilon, е$ — $\xi > \xi_0$.

Увеличение расстройки приводит к уменьшению величины параметра связи. В доплеровском пределе при расстройке $|y_2 + y_3 - y_1| > x_2 + x_1$ величина e_2 становится отрицательной, при этом наклон прямой $\alpha_2/\alpha_1 = \theta_{21}/\beta_1 = C_{21}/B_1 \cdot v_2/v_1 \cdot (f + \xi_2)/b_1'$ изменяется и область слабой связи значительно расширяется (рис. 4, б). Сильная связь существует только в области $\xi < \xi_k$, где ξ_k определяется выражением (19), в котором нужно брать верхний знак.

В точке $\xi_0 = f/|e_2|$, $\theta_{21} = 0$ и генерация в первом канале не влияет на генерацию во втором. При $\xi > \xi_0$ θ_{21} становится отрицательным. Это приводит к тому, что увеличение интенсивности излучения в первом канале (коротковолновом) способствует увеличению интенсивности во втором.

На рис. 5, α, β, ϵ приведены качественные зависимости интенсивностей линий от параметра α_2 при постоянном α_1 , а на рис. 5, $г, д, е$ — от α_1 при постоянном α_2 .

Из рисунков видно, что при $\xi_k < \xi < \xi_0$ влияние превышения усиления над потерями для обоих каналов одинаково. С увеличением α_2 (α_1) интенсивность I_1 (I_2) остается неизменной до тех пор, пока эффективный коэффициент усиления α_2 эфф. (α_1 эфф.) не станет положительным. При даль-

нейшем увеличении α_2 (α_1) I_2 (I_1) увеличивается, а I_1 (I_2) уменьшается. В области $\xi \geq \xi_0$ влияние одного канала на другой различно. Так, при $\xi = \xi_0$ увеличение α_1 не влияет на I_2 , а увеличение α_2 уменьшает I_1 и увеличивает I_2 . При $\xi > \xi_0$ с увеличением α_1 обе интенсивности растут, а с увеличением α_2 I_1 падает, I_2 растет. При этом генерация в канале 2 начинается с отрицательных α_2 .

Как отмечалось в предыдущем разделе, для однородного уширения влияние когерентности на общих уровней симметрично воздействует на оба канала. Так что теоретически с увеличением расстройки может измениться знак как у e_1 , так и у e_2 , но на практике перестройка резонатора возможна в области частот $\Delta\nu = |\omega_{ac} - \nu_1| < \frac{1}{2} \gamma_{ac}$. Кроме того, случай чисто однородного уширения не реализуется. Поэтому мы ограничились рассмотрением работы лазера только в доплеровском пределе.

Таким образом, показано, что вырождение рабочих уровней по магнитному квантовому числу существенно влияет на величину параметра связи, выявлена определенная группа переходов, для которых теория предсказывает меньшую связь при прочих равных условиях по сравнению с другими типами переходов. Явление конкуренции зависит от расстройек генерируемых частот относительно центров линий усиления; при этом значительную роль играет корреляция на общих уровнях. Последняя зависит от характера уширения, изменяясь при переходе от однородного уширения к неоднородному таким образом, что все более нарушается равноправие каналов [появляется асимметрия в коэффициентах (4)].

В заключение выражаю благодарность Э. Е. Фрадкину и Ю. М. Голубеву за обсуждение работы и консультацию и А. Н. Текучеву за постоянное внимание к работе.

Литература

- [1] Т. Я. Попова, А. К. Попов, С. Г. Раутиан, А. А. Феокистов. ЖЭТФ, 57, 444, 1969.
- [2] Т. Я. Попова, А. К. Попов, С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский. ЖЭТФ, 57, 850, 1969.
- [3] И. М. Бетеров, Ю. А. Матюгин, В. П. Чеботаев. Опт. и спектр., 28, 357, 1970.
- [4] А. К. Попов. ЖЭТФ, 58, 1623, 1970.
- [5] И. М. Бетеров, В. П. Чеботаев. Письма в ЖЭТФ, 9, 216, 1969.
- [6] А. Ф. Банковский, Р. А. Карамалиев. Ж. прикл. спектр., 12, 217, 1970.
- [7] H. Naken, R. Agobian, M. Pauthier. Phys. Rev., 140, A437, 1965.
- [8] Т. Я. Попова, А. К. Попов. ЖЭТФ, 52, 1517, 1967.
- [9] И. В. Рогова. Опт. и спектр., 25, 401, 1968.
- [10] M. Sargent III, W. E. Lamb, R. L. Fork. Phys. Rev., 164, 436, 1967.
- [11] M. Sargent III, W. E. Lamb, R. L. Fork. Phys. Rev., 164, 450, 1967.
- [12] W. E. Lamb. Phys. Rev., 134, 1429, 1964.
- [13] И. М. Бетеров, Ю. А. Матюгин, С. Г. Раутиан, В. П. Чеботаев. ЖЭТФ, 58, 1243, 1970.

Поступило в Редакцию 22 сентября 1970 г.