УДК 621.373 : 535.01

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВНЕШНЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ, НАХОДЯЩИМСЯ В РЕЗОНАТОРЕ. II

Ю. М. Голубев и А. Н. Шацев

На основе ранее полученного кинетического уравнения для электромагнитного поля [1] в присутствии резонансной среды и внешнего сигнала изучено поведение спектрального состава входного сигнала в корреляционном приближении. Получено, что в этом случае каждая Фурье-компонента взаимодействует со средой таким образом, как будто она единственная. Рассмотрен также стационарный режим для очень слабых входных сигналов.

В первой части этой работы [1] записано уравнение для матрицы плотности электромагнитного поля внутри конечного объема при наличии резонансной среды и внешнего сигнала. При этом не делалось каких-либо ограничений на величину внешнего сигнала. Однако анализ уравнения в таком общем случае затруднен. Здесь будем считать, что поле внутри объема настолько мало, что коэффициенты R_{nm}, фигурирующие в кинетическом уравнении, могут быть разложены по степеням величин $|g|^2 n/\gamma_1\gamma_2$. В работе [3] мы ограничились первым порядком по указанной малости. Здесь учтем и следующий порядок. Тогда получим

$$R_{nm}^{(1)} = \frac{1}{2} A_1 - \frac{1}{8} B_1 \left[\frac{2\gamma_1 (m+1) + \gamma_2 (m+n+2)}{\gamma_{12}} - \frac{\Delta^2}{\gamma_{12}^2} \frac{\gamma_2}{\gamma_{12}} (n-m)\right] + \\ + \frac{i\Delta}{\gamma_{12}} \left[\frac{1}{2} A_1 - \frac{1}{4} B_1 \frac{\gamma_1 (m+1) + \gamma_2 (n+1)}{\gamma_{12}}\right].$$

Здесь обозначено

$$A_1 = \frac{2N_1 |g|^2 \gamma_{12}}{\Delta^2 + \gamma_{12}^2}; \quad B_1 = \frac{4|g|^2}{\gamma_1\gamma_2} \frac{A_1 \gamma_{12}}{\Delta^2 + \gamma_{12}^2}; \quad \Delta = \omega_{12} - \omega.$$

В дальнейшем будем использовать еще такие обозначения:

$$A = A_1 - A_2; \quad B = B_1 - B_2,$$

а величины A_2 и B_2 получены из A_1 и B_1 заменой населенности верхнего рабочего уровня на населенность нижнего уровня, т. е. при $N_1 \to N_2$; C — величина, определяющая затухание поля внутри пустого резонатора; ω_{12} — частота атомного перехода; ω — собственная частота резонатора.

Напомним вид уравнения

$$\dot{\rho}_{nm} = -R_{nm}^{(1)} (n+1) \rho_{nm} + R_{n-1, m-1}^{(1)} \sqrt{nm}\, \rho_{n-1, m-1} - R_{n-1, m-1}^{(2)} n \rho_{nm} + \\ + R_{n, m}^{(2)} \sqrt{(n+1)(m+1)}\, \rho_{n+1, m+1} - \frac{1}{2} C n \rho_{nm} + \\ + \frac{1}{2} C \sqrt{(n+1)(m+1)}\, \rho_{n+1, m+1} + [\alpha_0 a^+, \rho]_{nm} + \text{э. с.},$$

α_0 — пропорционально амплитуде внешнего поля и определяет изменение полевой матрицы внутри резонатора за счет этого внешнего поля. Величина $R_{nm}^{(2)}$ получается из $R_{nm}^{(1)*}$ заменой $N_1 \to N_2$ и $\gamma_1 \rightleftarrows \gamma_2$ и определяет изменение полевой матрицы за счет атомов, накачиваемых на нижний рабочий уровень.

Для получения конечных результатов нужны некоторые дальнейшие упрощения.

Корреляционное приближение

Наиболее прост случай, когда можно предположить, что число фотонов в резонаторе лишь слабо флуктуирует около своего среднего значения. Та же техника, что и в работе [5], дает матрицу плотности в диагональном представлении в виде

$$P(\alpha,\ t) = \int d^2\alpha' P(\alpha',\ 0) \frac{1}{\pi q \lambda} e^{-\frac{1}{q\lambda}|\alpha - v(t) - \alpha'\sqrt{p}|^2}, \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} &q = e^{-\gamma t},\quad p = 1 - e^{-\gamma t}, \\ &\gamma = C - A + B\langle n\rangle,\quad \lambda = \frac{A_1}{C - A + B\langle n\rangle}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$\langle n\rangle$ — число фотонов, запасенное в резонаторе в стационарном режиме ($t \to \infty$),

$$v(t) = \int_0^t \alpha_0(t') e^{-\left(i\Delta' + \frac{\gamma}{2}\right)(t-t')} dt', \tag{3}$$

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\gamma_{12}} \frac{A - B\langle n\rangle}{2}. \tag{4}$$

Матрица плотности $\rho(t)$ связана с диагональным своим представлением $P(\alpha,\ t)$ посредством соотношения [4]

$$\left.\begin{aligned} &\rho(t) = \int P(\alpha,\ t)\,|\alpha\rangle\langle\alpha|\, d^2\alpha, \\ &d^2\alpha = d\alpha_1 d\alpha_2,\quad \alpha_1 = \operatorname{Re}\alpha,\quad \alpha_2 = \operatorname{Im}\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Техника перехода от уравнения для ρ к уравнению для P дана, например, в работе [2].

Записанные выше формулы дают возможность указать, как динамику процесса, так и стационарные его характеристики. Конечно, о последних имеет смысл говорить лишь в случае стационарного внешнего сигнала.

В соответствии с [3] стационарный спектр излучения определится Фурье-образом величины

$$\lim_{t\to\infty} e^{-i\omega\tau} v(t)\, v^*(t-\tau) + \lambda e^{-\frac{1}{2}\gamma\tau - i(\omega+\Delta')\tau}.$$

Используя (3), получим спектральную плотность в виде

$$I(\omega') = \frac{A_1}{(\omega' - \omega - \Delta')^2 + \frac{\gamma^2}{4}} + \frac{|f|^2}{\hbar^2} \frac{I_{\text{вх}}(\omega')}{(\omega' - \omega - \Delta')^2 + \frac{\gamma^2}{4}}. \tag{6}$$

Величина f определяет способность внешнего поля проникнуть внутрь резонатора и может быть найдена в [1, 3]

$$|\alpha_0(\omega)|^2 = \frac{|f|^2}{\hbar^2} I_{\text{вх}}(\omega).$$

Требование корреляционной теории по существу состоит в том, что хотя бы одна Фурье-компонента когерентной части сигнала должна быть много больше амплитуды спонтанного излучения A_1. Таким образом, первый член можно и вообще отбросить. Как видно, спектр определяется входным спектром с некоторым искажающим фактором. В том случае, когда входной сигнал детерминирован, это искажение может быть значительным (так как в этом случае нет ограничений на ширину спектра входного сигнала). Если же на входе системы случайный (однако, когерентный) сигнал, то рассматриваемая теория [1] верна только в случае, когда ширина спектра входного сигнала много меньше величины γ. Поэтому на выходе спектр исказится незначительно по сравнению со входным.

Сравнение (6) с соответствующим выражением из работы [5] показывает, что в наших приближениях каждая Фурье-компонента входного сигнала усиливается так, как если бы она была единственной. Напомним, что для этого нужен достаточно большой входной сигнал (требование корреляционного приближения). Для случайного входного сигнала еще нужно, чтобы он менялся со временем достаточно медленно по сравнению с процессами, проходящими внутри резонатора.

Случай больших дисперсий

Теперь не будем предполагать, что внешний сигнал велик по сравнению со «спонтанным» излучением среды. Это приводит к тому, что относительная дисперсия числа фотонов в резонаторе не мала. В этом случае не удается найти временное решение задачи. Однако и стационарные решения представляют значительный интерес. Дело в том, что в полуклассической теории [7] подобной ситуации вообще не возникает. Поэтому даже такая величина, как коэффициент усиления, которая в корреляционном приближении в точности соответствует полуклассическому, должна быть здесь определена заново. Мы рассмотрели случай монохроматического входного сигнала и точной настройки резонатора (т. е. при $\Delta=0$). Стационарное выражение для матрицы плотности запишется в виде

$$P(\alpha) = G e^{-\frac{B}{2A_1}|\alpha|^4 + \frac{A-C}{A_1}|\alpha|^2 + \frac{2}{A_1}(\alpha_0\alpha^* + \alpha_0^*\alpha)}, \tag{7}$$

G — нормировочная константа.

Моменты этого распределения в общем случае очень сложны. Мы будем полагать, что входной сигнал настолько мал, что выполняется соотношение

$$|\alpha_0|^2 \ll \sqrt{A_1^3 B} \tag{8}$$

и тогда (7) можно приближенно переписать в виде

$$P(\alpha) = G\left[1 + \frac{2}{A_1}(\alpha_0\alpha^* + \alpha_0^*\alpha)\right] e^{-\frac{B}{2A_1}|\alpha|^4 + \frac{A-C}{A_1}|\alpha|^2}. \tag{9}$$

Определяя коэффициент усиления обычным образом [3] получим для него с помощью (9) вблизи порога классической генерации (т. е. при A близком к C)

$$k = \frac{8}{\pi}\frac{|f|^2}{\hbar^2}\frac{1}{A_1 B}\left(1 + \frac{2(\pi-2)}{\sqrt{\pi}}\frac{C+A}{\sqrt{2A_1B}}\right). \tag{10}$$

При $C=A$ эта формула совпадает с аналогичной с точностью до множителя $2/\pi$ в работе [5], хотя при выводе последней там была допущена ошибка. Как уже указывалось в [5], коэффициент усиления (10) аномально велик (порядка 10^9 по сравнению с 10 в корреляционном приближении).

В заключение авторы пользуются случаем, чтобы поблагодарить Э. Е. Фрадкина за ценные советы и полезные замечания.

Литература

[1] Ю. М. Голубев. Опт. и спектр., *32*, в. 2, 1972.
[2] J. P. Gordon. Phys. Rev., *161*, 367, 1967.
[3] Ю. М. Голубев. Опт. и спектр., *32*, < 125, 1972.
[4] Р. Глаубер. Сб. «Квантовая оптика и квантовая радиофизика». Изд. «Мир», М., 1966.
[5] Ю. М. Голубев. Опт. и спектр., *29*, 148, 1970.
[6] Ю. М. Голубев. Опт. и спектр., *28*, 342, 1970.
[7] Р. Ф. Бойкова. Канд. дисс., ЛГУ, 1970.

Поступило в Редакцию 17 мая 1971 г.