

**И. А. Шершень, Т. В. Шишкина**  
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

**ПРОБЛЕМА РАСЧЕТА ТОРМОЗНОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ В КОНТЕКСТЕ ПОИСКА  
ФИЗИКИ ЗА РАМКАМИ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРОЦЕССОВ РАССЕЯНИЯ  
ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОН-ФОТОННЫХ ПУЧКОВ**

**Введение**

Трудно переоценить роль лоренц-инвариантного подхода в исследованиях процессов физики высоких энергий, предложенного в работах академика Ф. И. Федорова. Значительный постоянный рост энергии современных экспериментов и увеличение точности измерений делают проблему получения прецизионных расчетов критически важной. За прошедшие десятилетия ковариантный подход позволил получить точные выражения радиационных эффектов, учитывать сложную конфигурацию экспериментов, с предельной точностью рассматривать рассеяние поляризованных частиц и анализировать спиновые состояния продуктов реакции, учесть эффекты слабого взаимодействия как на базе Стандартной Модели, так и в рамках расширенных

калибровочных групп. Все это стало предметом исследований целого поколения физиков-теоретиков и сделало данный метод незаменимым в процессе поиска явлений и процессов «новой физики», выходящих за пределы теории Вайнберга-Салама.

Поиск «новой физики», связанной с существованием более сложной структуры взаимодействий, нежели диктуемой Стандартной Моделью, требует прецизионных вычислений физических наблюдаемых с учётом радиационных поправок. Проблемы, связанные с В-вкладом (вкладом виртуальных частиц), существенно разрешены. Отчасти это связано с тем фактом, что расчет вклада относительно прост за счет отсутствия ограничений на энергии виртуальных частиц. В связи с этим возможно стандартизировать возникающие в расчетах интегралы, а также разработать программное обеспечение, позволяющее производить численные расчеты последних, и даже автоматизировано вычислять контрчлены [1, 2].

Учет вклада реальных фотонов является более сложной проблемой, требующей исключительного подхода к каждому отдельному процессу и его кинематике. За счет этого, подобного рода задачи сложно алгоритмизировать. Особенности кинематики таких процессов не позволяют полноценно и с легкостью производить их численный анализ, из-за чего задача учета Р-вклада (вклада реальных фотонов) требует намного большего числа уникальных аналитических результатов. Важную роль в разработке действенных методов ковариантных аналитических расчетов Р-вклада для различного рода процессов сыграли и белорусские ученые [3, 4], опираясь на концепцию расчетов в терминах релятивистских инвариантов, восходящую к работам академика Ф. И. Федорова.

В данной работе получен ряд результатов, касающихся проблем, возникающих при расчетах Р-вклада в различного рода процессах. В соответствии с наиболее распространенными методами, приводится расчет вклада мягких фотонов на основе метода размерной регуляризации ИК-расходимостей, а также разбор алгоритма вычисления вклада жестких тормозных фотонов с выделением ИК-расходящейся части для процессов на базе электрон-фотонных столкновений [5–10], которые будут иметь место на Международном Линейном Коллайдере (МЛК) [11–13] и важны для исследования отклонений от Стандартной Модели.

## 1. Мягкое тормозное излучение

Учет вклада мягкого тормозного излучения необходим для устранения ИК-расходимости при учете В-вклада. В мягкофотонном приближении считается, что тормозное излучение изотропно, а энергия реальных фотонов достаточно низка, чтобы не учитывать ее в законах сохранения. Таким образом, вклад мягких фотонов может быть факторизован с дифференциальным сечением/квадратном матричного элемента в борновском приближении:

$$|M_{\text{мягк}}|^2 = \delta_{\text{мягк}} |M_{\text{борн}}|^2 = -\frac{\alpha}{2\pi^2} \left( \sum_i^m I_i + \sum_{i>j}^m A_{ij}^{\text{zap}} A_{ij}^{\text{cosm}} I_{ij} \right) |M_{\text{борн}}|^2, \quad (1)$$

где суммирование производится по индексам импульсов заряженных реальных частиц, а  $A_{ij}^{\text{zap}}$ ,  $\{A_{ij}^{\text{cosm}}\}$  – коэффициенты зарядовой асимметрии и асимметрии состояния, соответственно. Функции  $I_i$  и  $I_{ij}$  выражаются как  $I_i = m_i^2 I(p_i)$ ,  $I_{ij} = x_{ij} I(p_i, p_j)$ , а величины  $I(p_i)$  и  $I(p_i, p_j)$ :

$$I(p_i) = \int_0^{\Delta E} \frac{dq}{(2\pi)^3 2q^0} \frac{1}{(p_i, q)^2}, \quad (2)$$

$$I(p_i, p_j) = \int_0^{\Delta E} \frac{dq}{(2\pi)^3 2q^0} \frac{1}{(p_i, q)(p_j, q)}. \quad (3)$$

Решение задачи в общем случае было получено т'Хофтом и Велтманом [14]. В их работе параметризация ИК-расходимости осуществлялась посредством введения массы фотона  $\lambda$ . Современные расчеты требуют также и современных методов регуляризации расходимостей, таких как метод размерной регуляризации. Вычисления интеграла (3) было произведено при аналитическом продолжении до размерности  $n = 3 - \varepsilon$ . В конечном итоге, были получены выражения:

$$I_i = \pi \left[ -\Delta^{IR} + \log \frac{4\Delta E^2}{\mu^2} + \frac{p^0}{|\vec{p}|} \ln \frac{p^0 - |\vec{p}|}{p^0 + |\vec{p}|} \right], \quad (4)$$

$$I_{ij} = 2\pi \frac{\zeta^2 x_{ij}}{\zeta^2 m_i^2 - m_j^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{\zeta^2 m_i^2}{m_j^2} \left( -\Delta^{IR} + \ln \frac{4\Delta E^2}{\mu^2} \right) + \left. \left\{ \frac{1}{4} \ln^2 \frac{u^0 - |\vec{u}|}{u^0 + |\vec{u}|} + \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{u^0 + |\vec{u}|}{v} \right) + \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{u^0 - |\vec{u}|}{v} \right) \right\} \right]_{u=p_j}^{u=\zeta p_i}, \quad (5)$$

где

$$\zeta = \frac{x_{ij} + \sqrt{x_{ij}^2 - 4m_i^2 m_j^2}}{2m_i^2}, \quad v = \frac{\zeta^2 m_i^2 - m_j^2}{2(\zeta p_i^0 - p_j^0)}, \quad x_{ij} = 2p_i \cdot p_j. \quad (6)$$

## 2. Жесткое тормозное излучение

Вклад жестких фотонов «склеивается» с вкладом мягких фотонов при энергии фотона  $\Delta E$  и отделяются друг от друга лишь потому, что затруднительно параметризовать ИК-расходимость в терминах размерной или иной другой удобной регуляризации в общем случае. Это суть следствие сложности новой кинематической задачи, диктуемой наличием дополнительного фотона в конечном состоянии. По этой причине расчет этого вклада крайне сложен и производится для каждого процесса в отдельности.

В работах Д. Ю. Бардина и Н. М. Шумейко [3] было показано, что фактически сама тензорная структура матричных элементов тормозных процессов позволяет вполне естественно разделить ИК-расходящуюся и конечную части на уровне квадратов матричных элементов процессов:

$$|M_{\text{жест}}|^2 = |M_{\text{жест}}^{\text{ИК}}|^2 + |M_{\text{жест}}^{\text{кон}}|^2. \quad (7)$$

Вклад конечной части слишком сложен для аналитических расчетов и может быть учтен численно. Вклад расходящейся части факторизуется с вкладом низшего порядка  $|M_{\text{жест}}^{\text{ИК}}|^2 = \delta_{\text{жест}}^{\text{ИК}} |M_{\text{борн}}|^2$ , а множитель  $\delta_{\text{жест}}^{\text{ИК}}$  может быть записан для обобщенного процесса одиночного рождения калибровочного бозона  $e^-(m_e) + \gamma \rightarrow C^-(m_1) + N^0(M) + (\gamma)$  как:

$$\delta_{жест}^{НК} = -\frac{\alpha}{\pi^2} \int \left[ \frac{m_e^2}{(t_2 - m_e^2)^2} + \frac{m_1^2}{(s_1 - m_1^2)^2} + \frac{m_e^2 + m_1^2 - t_1}{(s_1 - m_1^2)(t_2 - m_e^2)} \right] \frac{ds_1 dt_2 ds_2}{4\sqrt{-\Delta_4}}. \quad (8)$$

В результате после интегрирования было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \delta_{жест}^{НК} = \frac{\alpha}{\pi^2} & \left\{ \left( 2 \ln \frac{2\Delta E m_1}{s_1^+ - m_1^2} + \ln \frac{s_1^+}{m_1^2} - \frac{1}{\sqrt{\beta_t}} \ln x_t \ln \frac{2\Delta E m_1}{s_1^+ - m_1^2} \right) - \right. \\ & - 2 \ln \frac{s_1^+ - m_1^2}{m_1^2} \ln \frac{m_1^2}{s_1^+} - 4 \ln \frac{s_1^+ - m_1^2}{m_1^2 - t_1} \ln \frac{s_1^+ - t_1}{m_1^2 - t_1} - \\ & \left. - 2 \left[ \ln(m_e^2 s_1) \ln \frac{s_1 - t_1}{-t_1} - \ln^2(s_1 - t_1) + \text{Li}_2 \frac{s_1}{t_1} - \text{Li}_2 \frac{s_1}{m_1^2} + 2 \text{Li}_2 \frac{s_1 - t_1}{m_1^2 - t_1} \right] \right\}_{s_1=m_1^2}^{s_1=s_1^+}, \quad (9) \end{aligned}$$

где введены следующие обозначения [15]

$$\begin{aligned} \lambda_t = \lambda(t_1, m_e^2, m_1^2), \quad \beta_t = \sqrt{\lambda_t} / (m_e^2 + m_1^2 - t_1), \quad x_t = \frac{1 - \beta_t}{1 + \beta_t}, \\ s_1^+ = \frac{(s + t_1 - m_e^2 - M^2)(m_e^2 M^2 - s t_1)}{(s - m_e^2)(M^2 - t_1)}. \end{aligned} \quad (10)$$

### 3. Аномальные трехбозонные взаимодействия

Аномальные трех- и четырехбозонные взаимодействия являются фундаментальными глобальными расширениями Стандартной Модели. Очевидно, именно подобные расширения являются наиболее вероятными претендентами на «новую физику». Расчет вклада аномальных взаимодействий может быть произведен с учетом эффективного лагранжиана аномального взаимодействия. Дополнительный вклад вносят:  $W^* W \gamma$ -взаимодействие в сечение процесса  $e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$  и  $V^* Z \gamma$ -взаимодействия в сечение процесса  $e^- \gamma \rightarrow e^- Z$  [16]. Аномальный вклад в сечение будет давать следующий квадрат матричного элемента:

$$|M_{аном}|^2 = |M_{зрСМ}|^2 + 2 \text{Re}(M_{зрСМ} \cdot M_{борн}^*). \quad (11)$$

Из анализа симметрии форм-факторов и численного анализа было получено, что из 8 параметров  $V^*Z\gamma$ -взаимодействий имеет смысл рассматривать лишь 2, а для  $W^*W\gamma$ -взаимодействия вклады можно разбить на  $CP$ -симметричные/антисимметричные пары. В результате, подбор ограничений на аномальные константы связи (АКС) осуществлялся посредством двухмерного фитирования. Среднеквадратичное отклонение считалось равным  $\sigma^{nozp} = 100$  фбарн +  $0,01 \cdot \sigma_0(s)$ .

В результате анализа были получены  $2D$ -области возможных значений параметров на различных доверительных интервалах. Значения из этих интервалов были взяты для построения возможных вкладов АКС в экспериментах на ILC (рисунок 1).

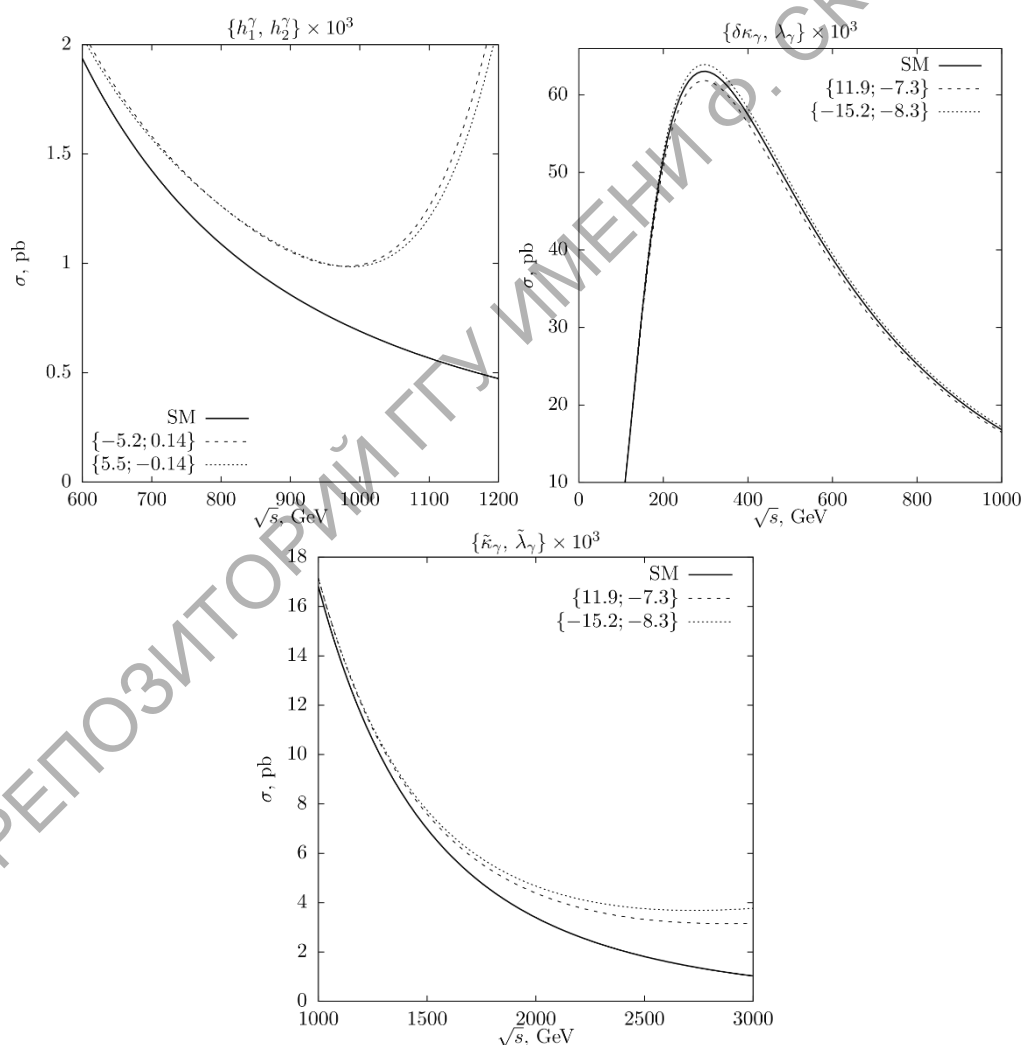


Рисунок 1 – Графики полных сечений процессов  $e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$  и  $e^- \gamma \rightarrow e^- Z$  с учетом радиационных поправок и вкладом аномальных трехбозонных взаимодействий со значениями АКС в  $2\sigma$ -интервале

## Заключение

В данной работе рассмотрены обновленные подходы к проблеме тормозного излучения, необходимого при учете радиационных поправок к процессам в рамках Стандартной Модели. Радиационные поправки необходимы для наиболее точного теоретического учета вклада, диктуемого минимальной калибровочной теорией для отделения от него аномального вклад расширенной части калибровочной теории.

Расписана схема учета вклад мягкофотонного излучения, рассчитываемого в любой системе отсчета в терминах размерной регуляризации ИК-расходимостей. Нековариантность полученного выражения снимается после учета жесткой части тормозного излучения, параметризация ИК-расходимости, в которой должна быть произведена в той же эквивалентной системе отсчета. Использование размерной регуляризации позволяет параметризовать ИК- и УФ-расходимости единым образом и является стандартом современных вычислений.

На основании возможности разделения вклада тормозного излучения на ИК-расходящуюся и конечные части, в котором первое факторизуется с дифференциальным сечением исходного процесса в борновском приближении, соответствующий вклад был рассчитан для процессов рождения одиночных калибровочных бозонов в результате столкновения электрон-фотонных пучков высоких энергий аналитически с минимально возможным количеством приближений. Аналитический учет этого вклада позволяет обойтись без численного расчета ИК-расходящейся области фазового пространства, что экстремально хорошо сказывается на сходимости численного интегрирования.

Проведен численный анализ дифференциальных и полных сечений рассматриваемых процессов в рамках Стандартной Модели с учетом радиационных поправок. В качестве неминимальной калибровочной модели была выбрана модель с аномальными трехбозонными взаимодействиями. В терминах подхода эффективного лагранжиана был рассчитан вклад аномальных связей в процессы рождения массивных калибровочных бозонов. Показано, что для рассматриваемых процессов можно редуцировать количество нейтральных АКС до двух, а заряженные рассматривать попарно относительно комбинированной четности. Также были определены наилучшие области поиска ограничений на АКС:  $CP$ -симметричные АКС могут быть оптимально найдены или исключены при энергии в окрестности пика рождения  $W$ -бозона, остальные АКС должны исследоваться на как можно

большем масштабе энергий взаимодействия электрон-фотонных пучков.

## Литература

1. Passarino, G. One-loop corrections for  $e^+ e^-$  annihilation into  $\mu^+ \mu^-$  in the Weinberg model / G. Passarino, M. Veltman // Nuclear Physics B. – 1979. – Т. 160, №. 1. – С. 151–207.
2. Hahn, T. Automatic loop calculations with FeynArts, FormCalc, and LoopTools / T. Hahn // Nuclear Physics B-Proceedings Supplements. – 2000. – Т. 89, №. 1-3. – С. 231–236.
3. Bardin, D. Y. On an exact calculation of the lowest-order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering / D. Y. Bardin, N. M. Shumeiko // Nuclear Physics B. – 1977. – Т. 127, №. 2. – С. 242–258.
4. Kuchto, T. V. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons / T. V. Kuchto, N. M. Shumeiko // Nuclear Physics B. – 1983. – Т. 219, №. 2. – С. 412–436.
5. Shershan, I. A. Single Gauge Boson Production in  $e\gamma$  interaction as a Modern Tool for Standard Model Test / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2018. – Т. 21. – С. 199–205.
6. Shershan, I. A. Gauge Boson Production in High Energy Electron-Photon Collisions as a Modern Tool of Searching Effects beyond the Standard Model / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2019. – Т. 22. – С. 98–103.
7. Shershan, I. A. Single gauge boson production in electron-photon collisions in the set of Standard Model extensions / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2019. – Т. 25. – С. 225–230.
8. Shershan, I. A. The Triple Anomalous Gauge Couplings Investigation on Linear  $e\gamma$ -Collider / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2019. – Т. 22, №. 4. – С. 318–329.
9. Шершень, И. А. Рождение одиночных калибровочных бозонов в процессах высоко энергетических лептон-фотонных столкновений / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2018. – №. 2. – С. 125–132.
10. Шершень, И. А. Исследование фермионов различных поколений в процессах столкновения с фотонами высокой энергии / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2017. – №. 1. – С. 67–72.



11. Colliding  $\gamma e$  and  $\gamma\gamma$  beams based on the single-pass  $e^+e^-$  colliders (VLEPP type) / I. F. Ginzburg [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 1983. – Т. 205, №. 1–2. – С. 47–68. DOI: 10.1016/0167-5087(83)90173-4.

12. Colliding  $\gamma e$  and  $\gamma\gamma$  beams based on single-pass  $e^+e^-$  accelerators. II. Polarization effects, monochromatization improvement.) / I. F. Ginzburg [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 1984. – Т. 219, №. 1. – С. 5–24. DOI: 10.1016/0167-5087(84)90128-5.

13. H. Baer [et al.] The International Linear Collider Technical Design Report, 2013.

14. t` Hooft, G. Scalar one-loop integrals / G. t` Hooft, M. Veltman // Nuclear Physics B. – 1979. – Т. 153. – С. 365–401. DOI: 10.1016/0550-3213(79)90605-9.

15. Шершень, И. А. Современные методы расчета тормозного излучения в процессах взаимодействия элементарных частиц / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-математических наук. – 2021. – Т. 56, №. 4. – С. 436–448.

16. Anomalous moments of quarks and leptons from nonstandard  $WW\gamma$  couplings / F. Boudjema [et al.] // Physical Review D. – 1991. – Т. 43, №. 7. – С. 2223.