УДК 535.37

О КРИТЕРИЯХ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ

А. С. Агабекян и *А. О. Меликян*

Указаны критерии, зависящие от параметров (времен жизни, ширины линий величины взаимодействия между донором и акцептором) рассматриваемой системы примесных ионов, позволяющие определить границы применимости теории индуктивно-резонансной передачи энергии Ферстера—Декстера—Галанина.

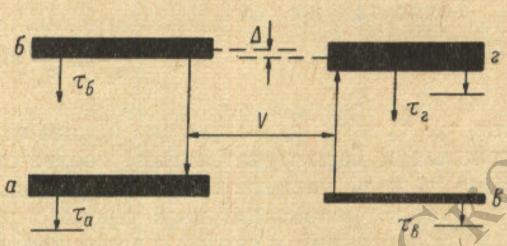
Из всего многообразия механизмов безызлучательной передачи энергии наиболее часто обсуждаемым и экспериментально исследуемым является, несомненно, индуктивно-резонансный механизм. Однако, хотя со времени формулировки основных положений теории индуктивно-резонансной передачи энергии Ферстера—Декстера—Галанина (ФДГ) [1-3] прошло более двадцати лет, до сих пор, по-видимому, существуют неясности относительно пределов ее применимости. Появляются экспериментальные работы, в которых эта теория применяется без достаточного обоснования, а в работах [4, 5] высказываются сомнения в правильности применения первого порядка теории возмущений для вычисления вероятности передачи (и соответственно времени передачи) энергии в теории ФДГ.

Вопрос применимости теории резонансной передачи энергии (одним из предельных случаев которой является теория ФДГ) качественно рассматривался Ферстером [6] и Декстером [2]. Пределы применимости теории подробно исследовались в работах Робинсона и Фроша [7, 8]. Однако в них рассматривалась передача энергии лишь в системе молекул с дискретными колебательными уровнями, что меняет критерии применимости различных предельных случаев. В частности, в такой системе появляется дополнительный (не необходимый для ионов с достаточно широкими спектральными линиями) критерий применимости теории ФДГ

$$\Delta \gg \frac{1}{\tau_{\text{vib.}}},$$

где Δ — расстройка резонанса между донором и акцептором, $\tau_{\text{vib.}}$ — время колебательной релаксации возбуждения, накладывающий ограничения на величину расстройки Δ. К тому же использование волновых функций состояний (вместо матрицы плотности системы) не позволило авторам естественно ввести времена релаксации системы донор+акцептор+решетка в применяемую ими математическую модель процесса, вследствие чего на разных этапах вычислений появилась необходимость в многочисленных качественных рассуждениях.

В решении вопросов, связанных с передачей энергии, основная роль, как нам кажется, принадлежит различным диссипативным процессам, принимающим участие в процессе передачи энергии. Значение этих процессов при безызлучательной передаче энергии между примесными ионами в твердом теле уже подчеркивалось некоторыми авторами [9, 10]. Диссипативные процессы, будучи обусловленными взаимодействиями со случайными фононными и фотонными полями, являются по своей природе статистическими, что позволяет использовать метод матрицы плотности для исследования передачи энергии. Настоящее рассмотрение позволит, как это будет видно из дальнейшего изложения, определить критерии так называемой сильной и слабой связи, долгое время обсуждающиеся в литературе [8–10], рассмотреть с единой точки зрения передачу энергии при однородных спектральных линиях, уширение которых может быть вызвано различными по своей природе диссипативными процессами [11, 12], а также получить критерии применимости теории ФДГ.[1]



Рассмотрим систему из двух примесных ионов (донор+акцептор), связанных кулоновским взаимодействием V и находящихся в твердотельной матрице. Предположим, что каждый из ионов имеет два энергетических уровня (см. рисунок) и учтем, как это делается обычно [12], влияние среды введением релаксационных членов в уравнения для матрицы плотности. Целью нашего рассмотрения является процесс передачи энергии возбуждения от донора к акцептору. Исходные уравнения имеют следующий вид:

$$\dot{\rho}_{11} = -\frac{\rho_{11}}{\tau_1} + iV_{21}\rho_{12} - iV_{12}\rho_{21}, \tag{1}$$

$$\dot{\rho}_{22} = -\frac{\rho_{22}}{\tau_2} - iV_{21}\rho_{12} + iV_{12}\rho_{21}, \tag{2}$$

$$\dot{\rho}_{12} = -\rho_{12}\left(-i\Delta + \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2} + \frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{2\tau_2}\right) + iV_{12}\rho_{11} - iV_{12}\rho_{22}, \tag{3}$$

$$\dot{\rho}_{21} = -\rho_{21}\left(i\Delta + \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2} + \frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{2\tau_2}\right) - iV_{21}\rho_{11} + iV_{21}\rho_{22} \tag{4}$$

с начальными условиями $\rho_{11}=1$, $\rho_{22}=\rho_{12}=\rho_{21}=0$ при $t=0$, где ρ_{11} — вероятность того, что реализуется начальное состояние (донор возбужден, акцептор находится в основном состоянии), ρ_{22} — вероятность того, что реализуется конечное состояние (донор находится в основном состоянии, акцептор возбужден), V_{12} и V_{21} — матричные элементы переходов соответственно из начального состояния в конечное, и наоборот, Δ — энергетическая расстройка между начальным и конечным состоянием.

Вследствие того что диссипативная система обладает непрерывным энергетическим спектром и бесконечным числом степеней свободы, изменение состояния диссипативной системы из-за рассматриваемых процессов передачи не будет учитываться.

В системе донор+акцептор+решетка имеют место как различного рода взаимодействия каждого иона со случайными возмущениями в среде, так и резонансное взаимодействие донора с акцептором. Взаимодействие каждого иона со случайными возмущениями (колебания решетки в кристаллах, безызлучательные переходы со спонтанным излучением фононов, спонтанное излучение фотонов) приводит к двум релаксационным процессам и соответственно описывающим их двум временам релаксации [12]. Первый релаксационный процесс приводит к уменьшению времен жизни состояний и связан с недиагональными матричными элементами случайных возмущений (спонтанное излучение фотонов и (или) спонтанное излучение фононов с переходом на другие энергетические уровни, не участвующие в резонансном взаимодействии). Поскольку нижний уровень

[1] Здесь не будут рассматриваться критерии применимости теории ФДГ, связанные с макроскопическим учетом среды, т. е. с пространственным усреднением различных величин. По этому вопросу см. работы [1–3, 6].

рассматриваемой системы (донора или акцептора) может быть квазистационарным (например, является одним из уровней мультиплета основного состояния), а ρ_{11} есть вероятность нахождения донора на уровне *б* (см. рисунок) и одновременно акцептора на уровне *в*, то время релаксации состояния определяется следующим соотношением:

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{\tau_б} + \frac{1}{\tau_в}. \tag{5}$$

Точно так же

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_a} + \frac{1}{\tau_г}, \tag{6}$$

где $\tau_б$, τ_a и $\tau_г$, $\tau_в$ — времена жизни верхних и нижних уровней (излучательные и безызлучательные) соответственно донора и акцептора. Времена τ_1 и τ_2 называют иногда временами продольной релаксации.

Второй релаксационный процесс не приводит к изменению времен жизни состояний и связан с возмущениями энергетических уровней ионов диагональными матричными элементами случайных возмущений [12]. Эти возмущения вызывают уширение линии, не оказывая никакого влияния на времена жизни возбужденных состояний (к таким процессам можно отнести, например, температурное уширение бесфононных линий примесных ионов из-за рассеяния на них фононов). Эти процессы подробно обсуждались многими авторами [11, 13], поэтому здесь не будут детально описаны. Для последующего рассмотрения важно лишь то, что наблюдаемая (однородная) результирующая ширина линии определяется как конечным временем жизни состояний, так и вышеупомянутыми процессами уширения. Величина, обратная ширине, связанной со вторым релаксационным процессом, называется иногда временем поперечной релаксации.

Затухание недиагональных элементов матрицы плотности определяется как продольным, так и поперечным временами релаксации. Из определения матрицы плотности следует, что если $\gamma_1/2$ есть обратное время поперечной релаксации донора, а $\gamma_2/2$ — обратное время поперечной релаксации акцептора, то они входят аддитивно в выражение для тока перехода ρ_{12} и ρ_{21}.

Интересующее нас решение системы уравнений (1)—(4) в общем виде довольно громоздко, поэтому рассмотрим несколько предельных случаев.

$$I. \quad \left| i\Delta + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \right| \gg \frac{1}{\tau_1}, \ \frac{1}{\tau_2}, \ V. \tag{7}$$

Этот случай можно назвать случаем слабой связи,[2] поскольку по определению связь называется слабой, если в системе имеется какой-нибудь характеристический параметр, много больший, чем энергия взаимодействия между ионами (в нашей задаче этими параметрами являются τ_1, τ_2, γ_1 и γ_2). Условие (7) означает, что расфазировка тока перехода («диссипация фазы») ρ_{12} из-за поперечной релаксации или расстройки Δ происходит быстрее, чем изменение населенностей ρ_{11} и ρ_{22}. Тогда, считая постоянными ρ_{11} и ρ_{22} и разрешая (3) относительно ρ_{12}, получим

$$\rho_{12} = \frac{iV_{12}(\rho_{22} - \rho_{11})}{i\Delta - \Gamma}, \tag{8}$$

где

$$\Gamma \equiv \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \frac{1}{2\tau_1} + \frac{1}{2\tau_2}. \tag{9}$$

---

[2] Нетрудно видеть, что полученный в работе [8] критерий применимости теории ФДГ $\Delta \gg 1/\tau_{vib}$ является частным случаем неравенства (7) при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$.

Учитывая, что $\rho_{12} = \rho_{21}^*$, и подставляя (8) в (1), (2), получим кинетические уравнения для населенностей ρ_{11} и ρ_{22}

$$\dot{\rho}_{11} = \rho_{11}\left(-\frac{1}{\tau_1} - W\right) + \rho_{22}W, \tag{10}$$

$$\dot{\rho}_{22} = \rho_{11}W + \rho_{22}\left(-\frac{1}{\tau_2} - W\right), \tag{11}$$

где величина

$$W \equiv \frac{2\,|V|^2\,\Gamma}{\Delta^2 + \Gamma^2} \tag{12}$$

имеет смысл вероятности перехода в единицу времени системы из начального состояния в конечное, т. е. скорости передачи возбуждения от донора к акцептору (и наоборот). Эта вероятность в частном случае, когда спектральные линии имеют лорентцеву форму, совпадает с вероятностью передачи энергии, вычисленной в работах [1, 2]. Действительно, резонансный знаменатель (12) есть не что иное, как интеграл перекрытия спектров донора и акцептора в случае, когда они имеют лорентцеву форму.[3] $|V|^2$ можно выразить через квадраты дипольных моментов перехода донора и акцептора, которые в свою очередь выражаются через время жизни и сечение поглощения [2].

Решение системы (10), (11) имеет следующий вид:

$$\rho_{11} = \frac{\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1} + \alpha}{2\alpha} \exp\left\{-W - \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1} + \alpha\right\} t + {}$$
$$+ \frac{\frac{1}{2\tau_1} - \frac{1}{2\tau_2} + \alpha}{2\alpha} \exp\left\{-W - \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1} - \alpha\right\} t, \tag{13}$$

$$\rho_{22} = \frac{W}{2\alpha}\left\{\exp\left[-W - \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1} + \alpha\right] t - \exp\left[-W - \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1} - \alpha\right] t\right\}, \tag{14}$$

где $\alpha = \sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1}\right)^2}$.

Рассмотрим некоторые предельные случаи в (13), (14).

Пусть

$$W^2 \gg \left(\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1}\right)^2, \tag{15}$$

тогда

$$\rho_{11} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{t}{2\tau_1} - \frac{t}{2\tau_2}\right)[1 + \exp(-2Wt)], \tag{16}$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{t}{2\tau_1} - \frac{t}{2\tau_2}\right)[1 - \exp(-2Wt)]. \tag{17}$$

В зависимости от соотношения величин W, τ_1 и τ_2 выражения (16), (17) описывают разные процессы:

при $W \gg 1/\tau_1,\ 1/\tau_2$ происходит быстрое равномерное перераспределение возбуждения внутри динамической системы с медленным уходом энергии в решетку (или излучение),

при $W \sim 1/\tau_1,\ 1/\tau_2$ перераспределение возбуждения в динамической системе идет параллельно диссипации энергии возбуждения в решетку (или излучение) с той же скоростью,

при $W \ll 1/\tau_1,\ 1/\tau_2$ уход энергии в решетку (или излучение) происходит быстрее, чем передача энергии от донора к акцептору.

---

[3] Свертка двух лорентцовых линий есть также лорентцова линия с суммарной шириной линии.

Пусть теперь имеет место неравенство, обратное (15). Тогда

$$\rho_{11} = \exp\left(-Wt - \frac{t}{\tau_1}\right), \tag{18}$$

$$\rho_{22} = \frac{W}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}\left[\exp\left(-Wt - \frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-Wt - \frac{t}{\tau_2}\right)\right]. \tag{19}$$

Условием применимости теории ФДГ является фактически условие применимости кинетических уравнений для односторонней передачи энергии от донора к акцептору, которые обычно используются при исследовании передачи энергии. Выражения (18), (19) при $W \ll 1/\tau_2$ представляют собой решения этих уравнений и, следовательно, условия

$$\left| i\Delta + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \right| \gg \frac{1}{\tau_1},\ \frac{1}{\tau_2},\ V;\ \ \frac{1}{\tau_2} \gg W \tag{20}$$

являются условиями применимости теории ФДГ к процессам передачи энергии между примесными ионами в твердом теле (случай очень слабой связи). Пользуясь (6), легко видеть, что условие $1/\tau_2 \gg W$ означает быстрое излучение или уход в решетку части или всей энергии акцептора и (или) быструю релаксацию нижнего уровня перехода донора.

II. Пусть величинами γ_1 и γ_2 можно пренебречь по сравнению с V, $1/\tau_1$ и $1/\tau_2$. Тогда $\Gamma = 1/2\tau_1 + 1/2\tau_2$, т. е. ширина определяется только временем жизни состояний. Нетрудно показать, что этот случай разобран в работе Перлина и сотрудников [9], и поэтому не нуждается в подробном рассмотрении. Действительно, если исходить из определения матрицы плотности, то уравнения (1)—(4) (при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) идентичны с исходными уравнениями работы [9] для амплитуд вероятности локализации возбуждения. В этой же работе установлены критерии сильной и слабой связи для рассматриваемого случая. Поскольку при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ вычисления удобнее проводить с амплитудами вероятности локализации возбуждения c_1 и c_2, чем с матрицей плотности, можно воспользоваться выражениями для c_1 и c_2 из работы [9] для получения одного интересного вывода. Из этих выражений легко видеть, что в случае слабой связи $|V|^2 \ll (1/2\tau_2 - 1/2\tau_1)^2 + \Delta^2$ вероятность передачи энергии в единицу времени в общем случае не определяется интегралом перекрытия спектров донора и акцептора, а имеет вид[4]

$$W = \frac{|V|^2 \left|\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right|}{\Delta^2 + \left(\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1}\right)^2}. \tag{21}$$

Как будет видно ниже, то обстоятельство, что передача энергии может идти только с достаточно долгоживущих уровней донора и при заселенном основном уровне акцептора, очень часто сводит (21) к обычному выражению вероятности передачи с интегралом перекрытия спектров. Действительно, из (5), (6) видно, что для часто встречающейся схемы уровней при передаче энергии между редкоземельными (РЗ) ионами [а) нижний уровень перехода в доноре является квазистационарным с очень малым временем релаксации, б) верхний уровень перехода в акцепторе также очень быстро распадается] $\tau_1 \gg \tau_2$. Тогда в (21) можно пренебречь $1/\tau_1$ по сравнению с $1/\tau_2$ и выражение (21) примет вид

$$W = \frac{|V|^2 \frac{1}{\tau_2}}{\Delta^2 + \left(\frac{1}{\tau_2}\right)^2} \tag{22}$$

---

[4] Отметим, что введенные в [9] времена продольной релаксации больше τ_1 и τ_2 в два раза.

откуда с учетом (6) видно, что (22) приближенно есть вероятность передачи энергии в теории ФДГ с интегралом перекрытия спектров. Однако не исключены случаи, когда условия а) и б) не выполняются. В подобных случаях использование формулы ФДГ с интегралом перекрытия спектров конечно некорректно и необходимо пользоваться формулой (21).

III. Рассмотрим решение системы (1)—(4) в частном случае идентичных доноров и акцепторов. Для $\Delta=0$, $\tau_1=\tau_2=\tau$ и $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$, т. е. $\Gamma=\gamma+1/\tau$ это решение элементарно и при условии $2V \gg \gamma/2$ (это одно из условий сильной связи [5]) имеет следующий вид:

$$\rho_{11}=\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\left[1+\exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)\sin 2Vt\right], \tag{23}$$

$$\rho_{22}=\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\left[1-\exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)\cos 2Vt\right], \tag{24}$$

$$\rho_{12}=\frac{i}{2}\exp\left(-\frac{\gamma t}{2}-\frac{t}{\tau}\right)\sin 2Vt. \tag{25}$$

При выполнении обоих условий сильной связи

$$2V \gg \frac{\gamma}{2},\ \frac{1}{\tau} \tag{26}$$

решения (23), (24) описывают быстрые осцилляции возбуждения между донором и акцептором с медленным перераспределением возбуждения в системе донор—акцептор и медленной диссипацией энергии возбуждения из динамической системы в излучение или решетку.

Исходя из указанных предельных случаев, можно попытаться перечислить некоторые возможные схемы передачи энергии для примесных ионов переходных и РЗ элементов. «Поперечные» ширины спектральных линий ионов переходных элементов в твердом теле достаточно велики (из-за сильного взаимодействия оптических электронов с колебаниями решетки). Поэтому можно считать, что при передаче энергии между ионами переходных элементов, а также между переходными и РЗ ионами для малых концентраций реализуется случай I.

Ширины линий РЗ ионов (трехвалентных) в твердом теле достаточно узки из-за хорошей экранировки $4f$ оболочки, и ширина спектральных линий определяется [с учетом условий а) и б)] временеми жизни состояний. В этом случае с учетом (6) применима теория ФДГ.

Особый интерес представляет передача энергии при достаточно близких расстояниях между ионами (большие концентрации либо парное вхождение ионов в матрицу с малым расстоянием между ними), когда выполняются одновременно условия (7) и (15) или условие (26), т. е. случай, когда теория ФДГ неприменима. При выполнении условий (7) и (15), как было уже отмечено выше, имеет место быстрое по сравнению с временами жизни ионов уравнивание населенностей ρ_{11} и ρ_{22}. Физически ясно, что при наличии цепочки ионов возбуждение равномерно (если не учитывать «концевых эффектов») распределяется между ионами без осцилляций. Это состояние является одной из форм коллективного возбуждения в конденсированных средах, сводящееся к миграции энергии быстрыми по сравнению с временем жизни последовательными перескоками возбуждения (локализованный экситон). Такая миграция энергии возбуждения в тепловом равновесии с решеткой хорошо описывается уравнениями диффузии [14].

Иной характер передача энергии носит при выполнении условия (26). Наличие быстрых осцилляций возбуждения между донором и акцептором (взаимодействия, расфазирующие ток перехода, очень малы) делает невозможным описание процесса передачи энергии в первом порядке теории возмущений (вероятностью передачи в единицу времени) и кинетическими уравнениями для населенностей. Физически ясно, что при наличии це-

[5] Случаем сильной связи называется тот, при котором величина взаимодействия V много больше всех характеристических параметров системы ($1/\tau_1$, $1/\tau_2$, γ_1, γ_2 и Δ).

почки ионов сильная связь приведет к образованию в среде коллективного возбуждения с сохранением фазовых соотношений (свободный экситон), что накладывает дополнительные требования на цепочку (идентичность и периодичность ионов, определенная направленность дипольных моментов переходов).

В связи с рассмотрением случая сильной связи уместно остановиться несколько подробнее на дискуссии по поводу того, что следует называть временем передачи возбуждения от донора к акцептору [4, 5, 10, 16]. По-видимому, эта дискуссия является следствием недостаточного разграничения вышеуказанных предельных случаев. Действительно, из проведенного нами рассмотрения следует, что для случаев слабой связи теорию возмущений можно применять, определяя время передачи возбуждения как величину, обратную вероятности передачи в единицу времени. При сильной связи расщепление уровней и обмен энергией возбуждения представляют собой две стороны одного и того же явления. С одной стороны, взаимодействие донор—акцептор проявляется при спонтанном излучении системы, приводя к излучению двух частот ω_0+V и ω_0-V, где ω_0 — максимум частоты излучения донора (акцептора) при отсутствии взаимодействия. С другой стороны, при сильной связи взаимодействие приводит к реальным осцилляциям возбуждения между донором и акцептором, а полупериод осцилляции можно считать временем передачи возбуждения от донора к акцептору.

В свете всего изложенного представляется некорректным называть временем передачи возбуждения от донора к акцептору время, определяемое соотношением (при $\tau_1 \to \infty$)

$$\tau = \int\limits_0^\infty \rho_{11}(t)\, dt \text{ или } \tau = \int\limits_0^\infty \rho_{22}(t)\, dt,$$

как это делается в некоторых работах [15, 16]. Определяемое таким образом время τ является временем жизни возбуждения в системе донор+ +акцептор, а не временем передачи энергии от донора к акцептору.

Методы обеспечения начальных условий $\rho_{11}=0$, $\rho_{22}=\rho_{12}=0$ при $t=0$ здесь не будут обсуждаться, хотя они могут иметь особое значение при очень сильной связи. По-видимому, такие начальные условия всегда можно обеспечить, если время возбуждения донора меньше всех других характеристических времен задачи.

В заключение коротко перечислим основные результаты работы.

1. Значения параметров системы донор+акцептор+решетка, для которых применима теория ФДГ, определяются одним из следующих условий:

$$\text{а) } \left| i\Delta + \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2} \right| \geqslant \frac{1}{\tau_2},\ \frac{1}{\tau_1},\ V;\ W \ll \frac{1}{\tau_2},$$

$$\text{б) } \gamma_1 = \gamma_2 = 0;\ \frac{1}{\tau_2} \geqslant V,\ \frac{1}{\tau_1};\ \Delta^2 \ll \left(\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1}\right)^2,$$

где $1/\tau_2$ — сумма ширин спектральных линий излучения донора и поглощения акцептора (с точностью до величины $1/\tau_1$).

2. Существует широкая область параметров рассматриваемой системы, где теория ФДГ неприменима:

а) если ширины спектральных линий ионов определяются временем жизни состояний, т. е. $\gamma_1=\gamma_2=0$, то в общем случае теория ФДГ неприменима, и для вероятности передачи энергии следует использовать выражение (21);

б) в случае выполнения неравенств (7) и (15)

$$\left| i\Delta + \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2} \right| \geqslant \frac{1}{\tau_2},\ \frac{1}{\tau_1},\ V;\ W^2 \geqslant \left(\frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{2\tau_1}\right)^2;$$

в) в случае сильной связи [выполняется неравенство (26)]

$$2V \gg \frac{\gamma}{2}, \ \frac{1}{\tau}.$$

Таким образом, из результатов исследования индуктивно-резонансной передачи энергии для однородно уширенных спектральных линий взаимодействующих примесных ионов следует, что для правильного выбора предельного случая, описывающего данный конкретный процесс передачи энергии, необходимо исходить из соотношения между временами жизни, ширинами линий и величиной взаимодействия между донором и акцептором.

Литература

[1] Th. Forster. Ann. Physik, *2*, 55, 1948.
[2] D. L. Dexter. J. Chem. Phys., *21*, 836, 1953.
[3] М. Д. Галанин. ЖЭТФ, *28*, 485, 1955.
[4] A. S. Davydov. Phys. Stat. Sol., *30*, 357, 1968.
[5] А. С. Давыдов. Изв. АН СССР, сер. физ., *34*, 483, 1970.
[6] Th. Forster. In Radiation Research, Supplement, 2, 326, 1960.
[7] G. W. Robinson, R. P. Frosch. J. Chem. Phys., *37*, 1962, 1962.
[8] G. W. Robinson, R. P. Frosch. J. Chem. Phys., *38*, 1187, 1963.
[9] В. Я. Гамурарь, Ю. Е. Перлин, Б. С. Цукерблат. ФТТ, *11*, 1193, 1969.
[10] D. L. Dexter, Th. Forster, R. S. Knox. Phys. Stat. Sol., *34*, K159, 1969.
[11] D. E. McCumber, M. D. Sturge. J. Appl. Phys., *34*, 1682, 1963.
[12] Н. Бломберген. Нелинейная оптика, М., 1966.
[13] М. А. Кривоглаз. ФТТ, *6*, 1707, 1964.
[14] В. М. Агранович. Теория экситонов. М., 1968.
[15] Е. Д. Трифонов, В. Л. Шехтман. ФТТ, *11*, 2984, 1969.
[16] В. П. Копышев, А. И. Бурштейн. ТЭХ, *4*, 192, 1968.

Поступило в Редакцию 4 августа 1970 г.