фотонов. Если ограничиться отрезками времени, удовлетворяющими условиям: $\alpha t \ll 1$, $At \ll 1$, то для характеристической функции $f(t, \nu)$ конечного распределения найдем следующее выражение:

$$f(t, \nu) = (p + re^{i\nu} + qe^{2i\nu})^n,$$

где $p = Bt$ — вероятность поглощения фотона; $q = At$ — вероятность того, что в результате вынужденного процесса возникнет еще один фотон, r — вероятность, что фотон не провзаимодействует со средой. При $n=1$ число фотонов на выходе будет случайной величиной, меняющейся от нуля до двух. Когда $n \gg 1$, число фотонов на выходе представляет собой сумму одинаково распределенных независимых случайных величин. В силу центральной предельной теоремы числа фотонов на выходе будут распределены по нормальному закону с дисперсией $\sigma^2 = (A+B)nt$.

Экспериментальное изучение уширения как пуассоновского, так и близких к нему распределений в слабо поглощающих средах позволяет судить о матричных элементах оптических переходов и о концентрации возбужденных атомов.

Авторы благодарят Б. И. Трошина за обсуждение работы.

Литература

[1] N. Chandra, H. Prakash. Phys. Rev. Lett., *22*, 1068, 1969.
[2] R. London. Phys. Rev., *A2*, 267, 1970.
[3] M. O. Scully, W. E. Lamb. J. Phys. Rev., *159*, 208, 1967.
[4] K. Karplus, J. Schwinger. Phys. Rev., *73*, 1020, 1948.
[5] Р. Курант. Уравнения с частными производными. Изд. «Мир», М., 1964.

Поступило в Редакцию 28 июня 1971 г.

УДК 535.39 : 537.311.33

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ПО СПЕКТРУ ОТРАЖЕНИЯ

Л. Д. Кисловский и *В. В. Пучков*

В [1, 2] предложены графические методы, облегчающие определение основных электрофизических характеристик сильно легированных полупроводников по результатам оптических измерений. Эти методы основаны на анализе спектрального хода коэффициента отражения вблизи области плазменной частоты свободных носителей заряда. Технику определения электрофизических параметров по кривым, представленным в указанных работах, можно упростить, если использовать соответствующим образом подобранную нормировку координат. Два семейства кривых, полученных в [1], преобразуются в пару кривых (рис. 1), а кривые, представленные в [2], описываются одним уравнением окружности

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 = 1, \tag{1}$$

где n, ω — текущие значения показателя преломления и частоты, n_0 — показатель преломления в недисперсионной области (т. е. показатель преломления, определяемый при условии, что его дисперсия мала, а свободные носители в данном веществе отсутствуют), $\omega_p = \sqrt{4\pi Ne^2/\varepsilon_0 m^*}$, $\varepsilon_0 = n_0^2$.[1]

Область применимости уравнения (1) иллюстрируется рис. 2, на котором по значениям $n_0 = 4$, $\omega_p = 0.91 \cdot 10^{14}$ сек.$^{-1}$, $\tau = 1.58 \cdot 10^{-14}$ сек. построен спектральный ход коэффициента отражения вблизи минимума (кривая *1*). Там же изображены кривые показателей поглощения и преломления (кривые *2* и *3*), а также спектральная зависимость коэффициента отражения, построенная в предположении малости k (кривая *4*). Из рисунка видно, что несмотря на нерезкость минимума отражения и относительно высокое значение R_m (что указывает на большую величину k вблизи минимума), по «коротковолновому» склону спектра отражения вблизи минимума отражения можно достаточно надежно определять ω_p, пользуясь уравнением (1) и соотношением

$$n(\omega) = \frac{1 + \sqrt{R(\omega)}}{1 - \sqrt{R(\omega)}}. \tag{2}$$

[1] ω_p равно плазменной частоте $\omega_p = \sqrt{\omega_p^2 - (1/\tau^2)}$ в случае бесконечно большого времени релаксации носителей τ. Напомним, что плазменной частотой называется частота, при которой действительная часть комплексной диэлектрической проницаемости проходит через нуль.

На том же рис. 2 видно, что значение R_m, вычисленное по исходным значениям и найденное по номограмме рис. 1, хорошо совпадают.

Кривые рис. 1 и уравнение (1) являются взаимодополнительными в случаях глубокого или плохо выраженного минимума отражения. В первом случае надежно фиксируется частота, соответствующая минимуму, но определение значения коэффициента отражения затруднительно из-за его малости. В этом случае, если известно n_0, ω_p можно определить из (1), используя «коротковолновый» склон спектра отражения вблизи минимума. Из-за малости k в этом случае ω_p определяется с высокой точностью. По этому значению ω_p и известной величине ω_m находим точку на оси координат a. По кривой A находим соответствующее значение нормированного коэффициента отражения R_m/R_0, а также сам коэффициент отражения R_m. Далее, по кривой B для полученной величины R_m/R_0 определяем на оси b значение $\omega_p \tau/n_0$ и находим время релаксации носителей τ. (Порядок определения величин обозначен на рис. 1 стрелками X).

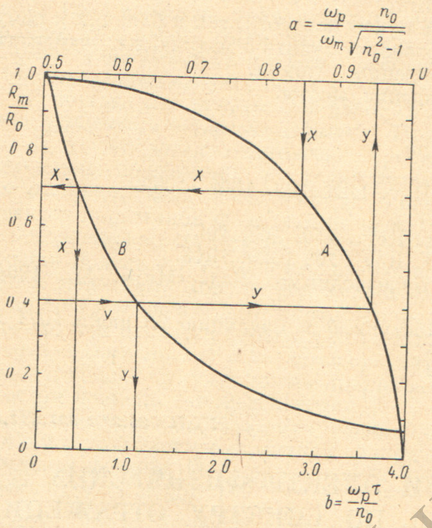

Рис. 1. Кривые для определения электрофизических параметров по значению минимума отражения.

Последовательность определения параметров в случае глубокого минимума показана стрелками X, в случае неглубокого и плохо выраженного минимума — стрелками Y.

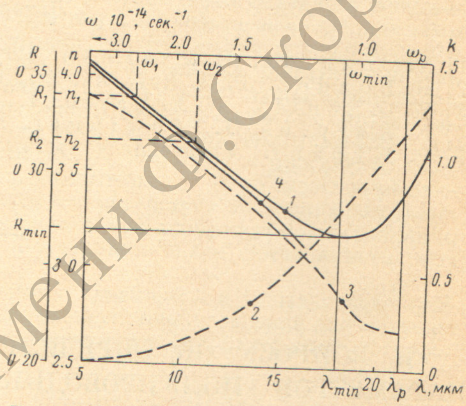

Рис. 2. Спектральный ход коэффициента отражения $R=[(n-1)^2+k^2]/[(n+1)^2+k^2]$ *(1)*, показателя поглощения k *(2)* и показателя преломления n *(3)*.

Кривая *4* построена для $R=(n-1/n+1)^2$. Кривая *1* построена при $n_0=4$, $\omega_p=0.91 \cdot 10^{14}$ сек.$^{-1}$, $\tau=1.58 \cdot 10^{-14}$ сек.

Если минимум плохо выражен, то надежно определяется значение коэффициента отражения в минимуме, но трудно найти частоту минимума. Тогда по значению нормированного коэффициента отражения R_m/R_0 и кривым A и B находим значения a и b (это показано стрелками Y). Далее по «коротковолновому» склону спектра отражения и уравнению (1) определяем значение ω_p и $\tau=bn_0/\omega_p$. Значения координат a и b связаны соотношением

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{\omega_m \tau} \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0 - 1}}, \qquad (3)$$

откуда находим величину ω_m. Если минимум хорошо выражен и значение R_m легко фиксируется, то для определения интересующих нас параметров достаточно рис. 1.

Таким образом, с помощью номограммы рис. 1 по спектру отражения вблизи минимума, связанного с плазменной частотой, определяются электрофизические параметры ω_p и τ при любых известных значениях n_0 материала.

Величину ω_p можно найти по измерению отражения в двух точках (R_1, λ_1), (R_2, λ_2) «коротковолнового» склона спектра отражения (рис. 2). В этом случае значение $\omega_p = 2\pi c/\lambda_p$ находится по формуле

$$\lambda_p^2 = \frac{n_1^2\lambda_2^2 - n_2^2\lambda_1^2}{n_1^2 - n_2^2}, \qquad (4)$$

а n_0 по соотношению (1). Значение n_1 и n_2 определяем по формуле (2).

Литература

[1] А. А. Кухарский, В. К. Субашиев. ФТТ, *8*, 753, 1966.

[2] Д. И. Биленко, Э. А. Попова, Б. С. Суровов. Вопросы радиоэлектроники, сер. IV. Технология производства и оборудования, № 3, 98, 1964.

Поступило в Редакцию 1 июля 1971 г.