член. Что касается 3-го и 4-го членов, то они важны для случая волн, частоты которых существенно отличны от резонансных. Последний член описывает экспоненциальное затухание волны с расстоянием z. Фазовая скорость волны — v — в заданной точке образца может быть найдена по формуле $v^{-1}=v_0^{-1}+\omega^{-1}\partial\Phi/\partial z$, где $v_0=v(z=0)$. Для лоренцовой линии имеем

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}=-NA\frac{(\omega-\Omega_0)}{\omega\{(\omega-\Omega_0)^2+(\delta^2+T_3^{-1})^2\}}, \tag{6}$$

т. е. учет переизлучения системы приводит к эффекту изменения скорости распространения световой волны в резонансной среде.

Б. Однородно-уширенная линия. Все решения этого случая, можно получить из (5), (6) при $\delta\to 0$. Тогда

$$ANz=\frac{1}{2}\gamma^2T_1(\mathscr{E}_0^2-\mathscr{E}^2)+T_2\{(\omega-\Omega)^2+T_2^{-2}\}\ln\frac{\mathscr{E}_0}{\mathscr{E}}. \tag{6a}$$

Из качественного анализа (так же как в [8, 9]) системы дифференциальных уравнений для флуктуаций напряженности электрического поля световой волны, ее фазы и компоненты эффективного спина нетрудно получить для лоренцовой линии следующее условие появления вышеуказанных флуктуаций ($\delta T_2>1$):

$$\mathscr{E}_0>\frac{1}{\gamma}\sqrt[6]{\delta^2T_1^{-3}T_2^{-1}}. \tag{7}$$

При выполнении неравенства (7) рост флуктуаций должен приводить к превращению стационарного сигнала в импульсный. Обсудим условия выполнения вышеуказанных неравенств. Рассмотрим, например, резонансную систему: лазер на CO_2 — газ SF_6 при резонансе на длине волны 10.6 мкм. Используя следующие известные значения физических величин: $P\sim10^{-20}$ ед. CGSE; $\mathscr{E}_0\sim0.1\div10$ ед. CGSE; $T_1\sim10^{-4}\div10^{-5}$ сек.; $T_2\sim10^{-6}$ сек. при 0.01 мм рт. ст., $\delta\sim10^7$ сек.$^{-1}$, получаем, что условие насыщения $\gamma^2\mathscr{E}_0^2T_1T_2>1$ и условие (7) вполне выполняются. Таким образом, описанные эффекты должны иметь место для этой системы. Аналогичные оценки для резонансной системы: вторая гармоника неодимового лазера—разреженные пары молекулярного иода также приводят к возможности наблюдения таких нелинейных эффектов.

В заключение авторы благодарят В. Р. Нагибарова, Н. К. Соловарова и Е. И. Штыркова за обсуждение работы и советы.

Литература

[1] S. L. McCall, E. L. Hahn. Phys. Rev. Lett., *18*, 908, 1967; Phys. Rev., *183*, 453, 1969.
[2] Н. Г. Басов, Р. В. Амбарцумян, В. С. Зуев, П. Г. Крюков, В. С. Летохов. ЖЭТФ, *50*, 23, 1966; А. И. Алексеев, А. С. Чернов. ЖЭТФ, *58*, 348, 1970.
[3] M. D. Crisp. Phys. Rev. Lett., *22*, 820, 1969.
[4] R. H. Dicke. Phys. Rev., *93*, 99, 1954.
[5] R. P. Feynman, F. L. Vernon, R. W. Hellwarth. J. Appl. Phys., *28*, 49, 1957.
[6] I. D. Abella, N. A. Kurnit, S. R. Hartmann. Phys. Rev., *141*, 391, 1966.
[7] В. Р. Нагибаров, В. В. Самарцев. Опт. и спектр., *27*, 275, 1969.
[8] В. Р. Нагибаров, В. В. Самарцев, Н. К. Соловаров. Матер. V Всесоюзн. конф. по квантовой акустике и акустоэлектронике, 11. Новосибирск, 1970.
[9] J. R. Fletcher. J. Phys. St. Solid, 3, 1349, 1970.

Поступило в Редакцию 25 февраля 1971 г.

УДК 533.9.082.5

О ГРАНИЦЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ЭЛЕКТРОННОГО УШИРЕНИЯ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ В ПЛАЗМЕ

В. И. Коган и *В. С. Лисица*

1. Теория штарковского уширения спектральных линий водорода в плазме строится, как известно [1, 2], на основе двух альтернативных приближений: квазистатического и ударного. Первое применяется для учета уширяющего влияния ионов, а второе — электронов. Квазистатическое и ударное приближения справедливы соот-

ветственно в областях больших и малых частотных сдвигов, причем характерной разграничительной частотой является (в бинарном случае) частота $\Omega = v_0^2/\alpha$ [1] (v_0 — наивероятнейшая скорость возмущающей частицы, α — штарковская постоянная компоненты линии). В последнее время в связи с повышением точности эксперимента [3, 4], возникла необходимость в количественном описании переходной области между ударным и квазистатическим пределами для электронного уширения [5–7]. Полное решение этого вопроса до настоящего времени отсутствует. Так, использованная в [5, 6] интерполяционная процедура носит по существу оценочный характер и потому при установлении «границы квазистатичности» (определяемой, скажем, как место заданного относительного отклонения от квазистатического предела) не может претендовать на правильный численный коэффициент. Анализ, предпринятый в [7], является гораздо более тщательным, однако, во-первых, его конкретные результаты относятся пока лишь к линии L_α а, во-вторых, в нем, на наш взгляд, не вполне корректно учтены эффекты неадиабатичности.

В свете сказанного, необходимым этапом теории остается рассмотрение вышеуказанной переходной области на основе адиабатического подхода. Такой подход достаточно прост в идейном отношении и, что весьма существенно, универсален — он позволяет единым образом описать все линии спектра. Соответствующие результаты были получены еще в [8], однако они в общем случае труднообозримы и потому неудобны для численных расчетов. Однако для интересующей нас области эти результаты удается существенно упростить.

2. Будем исходить из выражения для интенсивности $I(\omega)$ некоторой штарковской компоненты линии для положительных сдвигов частоты $\omega - \omega_0 \equiv \Delta\omega$. ([8], Приложение, формулы (30), (31), модифицированного в соответствии с [9]

$$I_k(\omega) = \frac{1}{\Omega} F_h\left(\frac{\Delta\omega}{\Omega}\right), \tag{1}$$

где

$$F_h(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-xz} \sin\left[4\sqrt{\pi}\, h f(z)\right] dz. \tag{2}$$

В формуле (2) $f(z)$— функция, приведенная в [8]; в дальнейшем нам понадобится лишь производная $f''(z)$, явное выражение для которой и будет выписано ниже; $h \equiv N(\alpha/v_0)^3$ (N — плотность электронов) — характерный безразмерный параметр задачи (сравни [1, 8]); в рассматриваемом бинарном случае $h \ll 1$.

Формулу (2) можно существенно упростить, если ограничиться областью $x \gg h$, что вполне достаточно для интересующих нас целей,[1] поскольку исследуемый переход происходит при $\Delta\omega \sim \Omega$, т. е. $x \sim 1$. При $x \gg h$ синус в (2) можно заменить его аргументом. Удобно, далее, проинтегрировать полученное выражение дважды по частям, что дает

$$F_h(x) = \frac{1}{\pi} h \frac{\gamma(x)}{x^2}, \tag{3}$$

где

$$\gamma(x) = 4\sqrt{\pi} \int_0^\infty e^{-xz} f''(z)\, dz; \tag{4}$$

$$f''(z) = \left(8 - \frac{6\pi^2}{b^2}\right) z - \left(4 - \frac{2\pi^2}{b}\right) + 1/\sqrt{z} \int_0^{2/\sqrt{z}} K_0(x)\, dx -$$
$$- 2K_0(2/\sqrt{z})(1/z + 8) - 8\sqrt{z}\, K_1(2/\sqrt{z})(1/z + 2) + 2\pi^2 K_0(2\sqrt{b/z})(1/z + 6/b) +$$
$$+ \frac{8\pi^2}{\sqrt{b}} \sqrt{z}\, K_1(2\sqrt{b/z})(1/z + 3/2b). \tag{5}$$

В формуле (5) K_0 и K_1 — функции Макдональда, $b \equiv \exp[1 + 2/\pi^2] \approx 3.33$.

Согласно (3), распределение интенсивности выражается через универсальную функцию $\gamma(x)$, играющую роль «переменной ширины линии»; ее характерный масштаб в шкале частот $\Delta\omega$ зависит только от температуры. Формулы (3)—(5) приводят к квазистатическому и ударному распределениям интенсивности при $x \gg 1$ и

---

[1] Указанная область соответствует так называемому одноэлектронному приближению [7].

$x \ll 1$ соответственно. Действительно, при $x \gg 1$ в (4), (5) существен лишь интегральный член, так что (4) дает

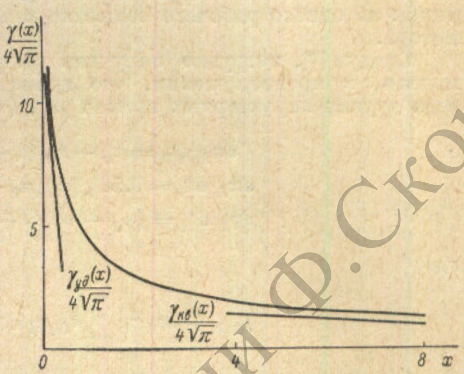
$$\gamma_{\text{кв.}}(x) = \frac{2\pi^2}{\sqrt{x}}, \tag{6}$$

т. е. после подстановки в (3) квазистатическое распределение в крыле линии.

При $x \ll 1$ соответствующее разложение в (5) приводит к

$$\gamma_{\text{уд.}}(x) = 2\pi^{5/2}\left[\ln\frac{1}{x} + \frac{3}{2} - 3C\right], \tag{7}$$

где $C=0.577\ldots$. Формула (7) совпадает с выражением для ударной ширины линии в адиабатической модели. Наличие логарифмического искажения $\gamma(x)$ в (7) отвечает учету неполноты пролетов при кулоновском взаимодействии, ср. [10, 11].



Таким образом, формулы (3)—(5) дают в адиабатическом одноэлектронном приближении общее выражение для профиля линии, не ограниченное приближениями ударной или квазистатической теорий. Эти формулы могут быть, очевидно, применены для анализа интересующей нас переходной области контура.

3. Расчеты универсальной функции $\gamma(x)$ были проведены по формулам (4)—(5) на ЭВМ. Результаты представлены на рисунке, где указаны также функции $\gamma_{\text{кв.}}(x)$ и $\gamma_{\text{уд.}}(x)$ из (6), (7). Эти результаты позволяют определить то «граничное» значение $\Delta\omega$, начиная с которого воздействие электронов можно считать квазистатическим. Естественно, эта условная граница зависит от требуемой точности совпадения значений $\gamma(x)$ со значениями $\gamma_{\text{кв.}}(x)$. Так, при точности совпадения порядка 20% границе электронной квазистатичности отвечают значения $x \sim 5\div6$. Как уже отмечалось, этот результат является общим для всех водородных линий. В частности, для линии L_α при температуре $T=12\,200°$ К, отвечающей условиям эксперимента [3], условная 20% граница квазистатичности в пересчете на длины волн составит $\Delta\lambda_{\text{кв.}} \sim 450$ Å. Это значение сильно отличается от границы квазистатичности $\Delta\lambda_{\text{кв.}} \sim 63$ Å, принятой в [5, 6]. Аналогичная ситуация имеет место и для условий эксперимента [4], где наше рассмотрение дает $\Delta\lambda_{\text{кв.}} \sim 770$ А,[2] тогда как, согласно [6], $\Delta\lambda_{\text{кв.}} \sim 105$ А. Приведенное сравнение указывает на необходимость осторожности при выборе условных границ квазистатичности. Отметим также, что поскольку формула (5) несет на себе отпечаток примененной в [8] интерполяции (хотя и существенно более аккуратной, чем в [5, 6]), остается актуальным получение точных аналитических выражений для $\gamma(x)$ при любых x, что, по-видимому, достижимо ценой отказа от содержащегося в [8] учета распределения электронов по скоростям.

Авторы благодарны Е. А. Оксу и Г. В. Шолину за стимулирующее обсуждение.

Литература

[1] И. И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. Физматгиз, М., 1963.
[2] Г. Грим. Спектроскопия плазмы. Атомиздат, М., 1969.
[3] G. Boldt, W. S. Cooper. Zs. Naturforsch., *19a*, 968, 1964.
[4] R. C. Elton, H. R. Griem. Phys. Rev., *135*, A1550, 1964.
[5] H. R. Griem. Ap. J., *136*, 422, 1962.
[6] H. R. Griem. Phys. Rev., *140*, A1140, 1965.
[7] C. R. Vidal, J. Cooper, E. W. Smith. JQSRT, *10*, 1011, 1970.
[8] В. И. Коган. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 4, стр. 258, 1958.
[9] V. I. Kogan, V. S. Lisitza. Proc. IX Int. Conf. Phen. Ionized Gases., Bucharest, 1969.
[10] В. И. Коган. ДАН СССР, *135*, 1374, 1960.
[11] M. Lewis. Phys. Rev., *121*, 501, 1961.

Поступило в Редакцию 5 марта 1971 г.

---

[2] Разумеется, в условиях экспериментов [3, 4] эти границы квазистатичности не могут быть достигнуты.