

УДК 621.165.62-192

Методы расчета динамических характеристик циклических систем

В. В. Орлов

В работе рассматриваются методы расчета динамических характеристик венцов и пакетов рабочих лопаток паровых и газовых турбомашин как циклических систем. Предложенные методы позволяют проводить исследования как циклически симметричных систем лопаток, так и систем лопаток с нарушением симметрии. Разработанные и программно реализованные алгоритмы предназначены для расчета свободных колебаний циклических систем лопаток и для расчета вынужденных колебаний венцов и пакетов рабочих лопаток с произвольным числом проволочных связей и различными типами бандажей под воздействием нестационарной аэродинамической нагрузки. Учитывается нелинейное демпфирование как вследствие поверхностного трения в соединениях лопаток с проволоками, так и вследствие рассеивания энергии в материале лопаток. При расчетах также учитывается податливость хвостовиков, диска и соединений диска с хвостовиками и влияние поля центробежных сил на жесткость системы.

Модель отдельной секции – сектора диска с укрепленной в нем лопаткой и участками связей формируется на основе метода конечных элементов (МКЭ) с использованием имеющихся и вновь разработанных элементов. Для моделирования бандажной полки разработан треугольный призматический элемент 1-го порядка на основе треугольного плоского элемента. Элемент стержня модифицирован в элемент, позволяющий моделировать как сплошную, так и разрезанную демпферную проволоку. Модель пера лопатки основана на суперпараметрических криволинейных элементах различного порядка, а области соединения пера с бандажом и хвостовиком аппроксимируются модифицированными переходными элементами 2-го порядка. Для учета податливости заделки разработан метод формирования суперэлементов-хвостовиков, получаемых из конечно-элементных моделей хвостовиков с выбором суперузлов для связи с пером лопатки и диском. Метод практически не лимитирует число степеней свободы моделей хвостовиков и предполагает выполнение минимального объема вычислений.

Сокращение числа степеней свободы моделей производится методом динамических суперэлементов, основанном на разложении по формам свободных колебаний исследуемой конструкции. Для разрешения обобщенной проблемы собственных значений, порождаемой уравнениями свободных колебаний отдельной лопатки, программно реализованы алгоритмы приведения обобщенной проблемы к проблеме собственных значения для одной матрицы, приведения симметричной матрицы к трехдиагональному виду и определения собственных значений трехдиагональных матриц.

Результаты расчетного исследования свободных колебаний цилиндрической консольной пластины постоянной толщины (таблица 1) свидетельствуют о том, что для относительно коротких лопаток, когда возможны пластиночные формы колебаний, модели должны содержать не менее трех элементов по хорде. В расчетных моделях предполагается равенство нулю деформации в направлении нормали к плоскости пластины.

Таблица 1.

Результаты расчетов свободных колебаний цилиндрической консольной пластины постоянной толщины

МОДЕЛЬ	Частота колебаний, Гц				
	1	2	3	4	5
Элемент СКОЭ2 (2 элемента по хорде) МЖ-2х2х2, МИ-2х2х2	118,872	165,367	741,319	805,381	845,132

Элемент СКОЭ2 (3 элемента по хорде) МЖ-2х2х2, МИ-3х3х3	73,34	190,90	243,20	333,70	398,33
Элемент СКОЭ2 (3 элемента по хорде) МЖ-2х2х2, МИ-2х2х2	83,72	138,45	255,12	346,48	413,12
Эксперимент	85,6	135,5	258,9	350,6	395,2

Расчеты свободных колебаний рабочей лопатки длиной 165 мм 8-ой ступени турбины К6-30П проводились с использованием элементов суперпараметрических криволинейных оболочечных элементов 2-го порядка (СКОЭ2) и (ПКЭ2) переходных элементов 2-го порядка. Лопатка является закрученной, переменного поперечного сечения; имеет хвостовик елочного типа с торцевой заводкой в диск. Все модели имели три элемента по хорде. В экспериментах лопатки зажималась в тисках по зубчикам хвостовика. Результаты расчетов (таблица 2) свидетельствуют о достаточной точности разработанной методики и подтверждают вывод о том, что использование схем сокращенного численного интегрирования при получении характеристик элементов СКОЭ2 повышает точность моделей.

Таблица 2.

МОДЕЛЬ	Частота колебаний, Гц				
	1	2	3	4	5
6 элементов СКОЭ2, один слой ПКЭ2, закрепление жесткое МЖ, МИ-2х2х2	583,77	1397,45	2343,23	2515,41	4578,03
9 элементов СКОЭ2, закрепление жесткое МЖ, МИ-2х2х2	530,78	1347,75	2334,45	2442,21	4494,80
9 элементов СКОЭ2, суперэлемент-хвостовик МЖ, МИ-2х2х2	460,21	1099,71	2091,88	2413,66	4256,06
Эксперимент	574	1334	–	2384	4500

Венец с Z однотипными лопатками как циклически симметричную систему можно интерпретировать в виде совокупности Z секций с одинаковыми геометрическими, инерционными и жесткостными свойствами, где Z определяет порядок симметрии системы. Секция такой системы включает в себя в общем случае сектор диска и укрепленную в нем лопатку с участками связей.

Воспользовавшись конечно-элементным подходом и методом динамических суперэлементов, получим уравнения движения k -ой секции

$$M_{ij}\ddot{U}_j + C_{ij}U_j = Q_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где M_{ij} и C_{ij} – элементы матриц инерции и жесткости, U_j – узловые перемещения, Q_i – известные узловые нагрузки, n – число степеней свободы секции (здесь и далее предполагается суммирование по повторяющимся индексам). Переходя к частотному уравнению, после очевидных преобразований можно получить следующую зависимость

$$H_a = D \cdot H_b, \quad (2)$$

где H_a и H_b – векторы, содержащие неизвестные нагрузки и перемещения узлов левой и правой границы секции, D – динамическая матрица перехода через секцию. На основании свойств циклической симметрии венца с учетом соотношения (2) получаем матричное уравнение

$$(D^z - E)H_a = 0, \quad (3)$$

где E – единичная матрица. Условие нетривиальности решения системы (3) дает частотное уравнение колебаний венца рабочих лопаток с замкнутыми на круг связями как циклически симметричной системы

$$|D^z - E| = 0. \quad (4)$$

Анализ уравнений (3) подтверждает наличие форм колебаний венца с m узловыми диаметрами, где $m=1, 2, \dots, (z/2-1)$ – для четного z и $m=1, 2, \dots, (z-1)/2$ – для z нечетного. При этом частоты колебаний являются кратными, за исключением случая $m=0$. Определение частот проводится методом проб с использованием процедуры вычисления определителя, являющейся модификацией прямого хода метода исключения Гаусса и не допускающей переполнения разрядной сетки компьютера. После определения частот производится вычисление форм свободных колебаний венца рабочих лопаток.

Пусть на диске установлено z рабочих лопаток, причем $(z-\ell)$ из них имеют одинаковые свойства, а ℓ – с различными характеристиками. Снова представим рабочее колесо в виде совокупности z секций. Воспользовавшись конечно-элементным подходом и методом динамических суперэлементов, получим уравнения движения каждой из неоднородных и одной однородной секции с учетом условий закрепления диска на роторе и без учета влияния соседних секций

$$M_{ij}^{(k)} \ddot{U}_j + C_{ij}^{(k)} \dot{U}_i = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, r, s, t, \quad (5)$$

где n – число степеней свободы секции; r, s, t – номера неоднородных секций. Методом динамических суперэлементов производим сокращение числа степеней свободы сформированных моделей, выбирая в качестве суперузлов граничные узлы секций. В результате получаем соотношения типа (5), где индексы i и j принимают значения от 1 до n_c , n_c – число суперстепеней свободы.

Рассмотрим k соседних секций, начиная, например, с первой. Величина k должна быть выбрана с учетом следующих требований. Во-первых, число степеней свободы k соседних секций не должно превышать предельного значения для используемого компьютера; во-вторых, с целью унификации процесса вычислений величину k желательно выбрать из делителей z . Пусть, например, $z = k \cdot p$. После перестановки элементов матрицы инерции и жесткости моделей секций приводятся к следующему виду

$$\begin{pmatrix} M^{aa} & M^{af} & M^{ab} \\ M^{fa} & M^{ff} & M^{fb} \\ M^{ba} & M^{bf} & M^{bb} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C^{aa} & C^{af} & C^{ab} \\ C^{fa} & C^{ff} & C^{fb} \\ C^{ba} & C^{bf} & C^{bb} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где символы a, b, f означают элементы матриц, соответствующие узлам левой, правой границы секции и связанным с формами колебаний степеням свободы.

Уравнения движения выделенной конструкции из k секций получаем по правилам

метода динамических суперэлементов, причем система имеет $k(n_G + n_f) + n_G$ степеней свободы, где n_G – число степеней свободы каждой границы, n_f – число форм колебаний. Далее производится сокращение этого числа до уровня n_c с выбором суперузлов на правой границе секции 1 и левой границе секции k . На основании супермоделей выделенных p совокупностей из k секций получаем уравнения движения всей конструкции.

Учет податливости диска и соединения хвостовиков с диском производится на основе модели МКЭ сектора диска с вырезом под хвостовик. С использованием разработанной методики проведено расчетное исследование свободных колебаний венца рабочих лопаток с $D_{cp}/\ell=3,77$ 8-ой ступени турбины К6-ЗОП. Лопатки соединены двумя замкнутыми на круг демпферными проволоками, разрезанными на две части в плоскости диска. На рис.1 представлены результаты экспериментального и расчетного исследования колебаний данного венца рабочих лопаток в рабочем диапазоне скоростей вращения ротора.

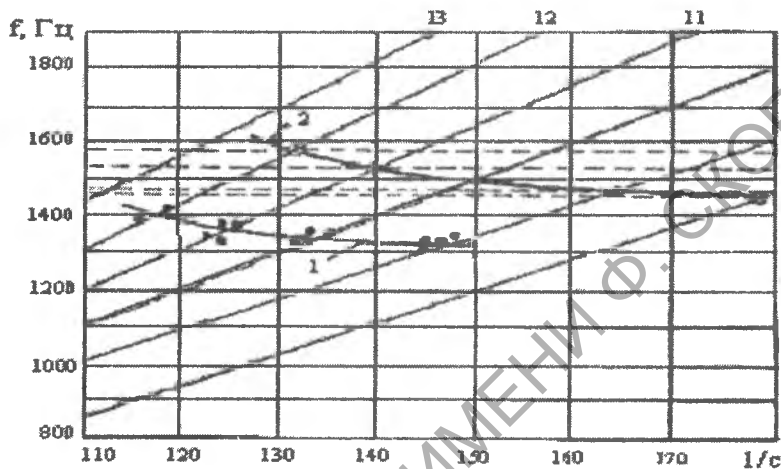


Рис.1

Метод расчета вынужденных колебаний венцов и пакетов рабочих лопаток при воздействии нестационарной аэродинамической нагрузки с учетом нелинейного внутреннего и поверхностного демпфирования основан на использовании соответствующей линейной системы (СЛ – системы), которую получают из исходной нелинейной удалением всех источников нелинейности. Оценка уровня рассеиваемой энергии материалом лопатки получена в следующем виде

$$W_1 = \frac{m-1}{m+1} \left(\frac{E \cdot \Delta \varepsilon}{2\sigma_k} \right)^{m+1} \cdot \frac{(2\sigma_k)^2}{E}, \quad (7)$$

где параметры m и n входят в закон пластического деформирования, принимаемого в виде

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma_k}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} \right)^m, \quad (8)$$

σ_k – постоянная материала типа предела текучести, $\Delta \varepsilon$ – размах деформации в цикле.

При оценке величины конструкционного демпфирования в месте контакта неприпаянной проволоки и лопатки необходимо рассмотреть случай полного и неполного проскальзывания контактирующих поверхностей. В первом случае получена оценка

$$W_3 = \frac{4}{3} \left[\frac{2f_c E \tau_0}{(1 + \ell/h)^2} \right]^{1/2} \cdot U^{3/2}, \quad (9)$$

где f_c – площадь поперечного сечения, $\tau_0 = Hq$, H – коэффициент трения, q – интенсивность нагрузки, h – ширина зоны контакта, U – относительное смещение сечения проволоки на расстоянии ℓ от лопатки. В случае полного проскальзывания

$$W_3 = \frac{N_{10}^2 h}{f_c E} \left[\frac{4}{3} + 4 \left(1 + \frac{\ell}{h} \right) \right] + 4N_{10} U, \quad (10)$$

где $N_{10} = 2h\tau_0$.

Для получения конечных амплитуд \bar{U} резонансных колебаний в СЛ-систему введено малое пропорциональное скорости демпфирование. Амплитуды околорезонансных колебаний системы с нелинейным трением получаем следующим образом

$$\tilde{U} = \alpha \bar{U}, \quad (11)$$

где коэффициент α определяется из уравнения энергетического баланса

$$W_c = W_1 + W_2 + W_3, \quad (12)$$

в котором $W_c(\alpha)$ – работа возмущающей силы, $W_1(\alpha)$ и $W_2(\alpha)$ – работа сил внутреннего трения и $W_3(\alpha)$ – работа сил поверхностного трения за период колебаний.

Проведено расчетное исследование вынужденных колебаний венца рабочих лопаток 8-ой ступени турбины К6-ЗОП при нестационарной аэродинамической нагрузке, вызванной технологической неоднородностью сопловой решетки, с учетом нелинейного внутреннего и конструкционного демпфирования. На рис. 2 показана расчетная зависимость максимальных амплитуд перемещений и напряжений резонансных колебаний от величины $\chi = \Delta q / q_0$, где Δq – переменная составляющая внешнего усилия, q_0 – номинальное значение аэродинамического усилия.

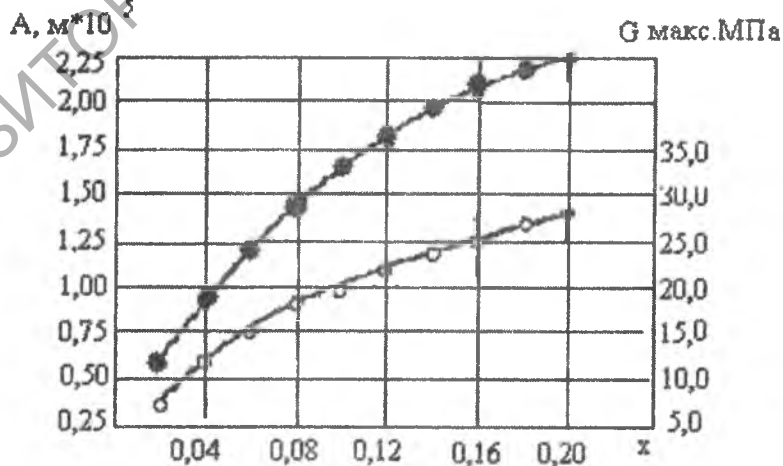


Рис.2

Abstract

The author considers some methods of calculation of dynamic characteristics of cyclic systems.