Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №5(32), 2005

УДК 683.1

Модель определения токов и напряжений в электрических цепях с использованием метода случайного поиска

В. С. Могила

При разработке математических моделей тягового электроснабжения возникает необходимость в составлении и решении систем алгебраических уравнений, исходными данными которых являются электрические параметры тяговой сети и результаты тяговых расчетов. Тяговые расчеты проводятся в предположении, что известно напряжение на токоприемнике электровоза. Оно принимается равным среднему значению за время движения подвижного состава по зоне питания.

В реальных условиях токи электровозов и напряжения на их токоприемниках связаны соотношениями

$$\underline{F(U,\ U_i,\ J_i,\ Z_{кс})} = 0,$$

где $\underline{U}$ – напряжение в узле питания,

$\underline{U_i}$ – напряжение на токоприемнике i-го электровоза,

$\underline{J_i}$ – ток i-го электровоза,

$\underline{Z_{кс}}$ – полные сопротивления элементов тяговой сети.

Особенностями тяговых нагрузок является высокая динамичность, случайный характер их возникновения и величины, зависимость от большого количества параметров, а также значительное влияние их друг на друга.

Вследствие вышеуказанных причин определение токов и напряжений в элементах тяговых цепей, связь между которыми является нелинейной, весьма затруднительно. Решение предлагается вести с использованием методов последовательных приближений. Как показали исследования [1], процесс итераций в разветвленных электрических цепях сходится плохо или не сходится вообще. Поэтому весьма актуальной является задача упрощения расчетов и увеличение их точности.

В любых электрических цепях связь между токами и напряжениями устанавливается системой уравнений, составленной с использованием правил Кирхгофа.

$$[A]\ [I] = [A]\ [J], \tag{1}$$

$$[B]\ [U] = [B]\ [E], \tag{2}$$

где $[A]$ и $[B]$ – известные матрицы инциденций узлов и контуров;
$[I]$; $[U]$; $[J]$; $[E]$ – векторы соответственно токов в ветвях схемы, падения напряжения на них, векторы задающих ЭДС и токов узлов питания.

При этом токи электровозов представлены генераторами токов, знак которых противоположен знаку напряжения. Элементы всех матриц для электрических дорог переменного тока являются комплексными числами.

Кроме того, в цепи должен удовлетворяться баланс мощности

$$([U]^{T}\ [\overset{*}{I}] - [E]^{T}\ [\overset{*}{I}\ ] - (\ [E]-[Z][I])^{T}[\overset{*}{J}]))[1] = 0 \tag{3}$$

где $[U]^{T}$;$[E]^{T}$;([E]- [Z][I])^{T} – соответственно транспонированные матрицы падения напряжения в ветви, ЭДС и напряжения на токоприемниках электровозов; элементами векторов $[\overset{*}{I}]$ и $[\overset{*}{J}]$) являются комплексные сопряженные числа.

Анализ выражений (2, 3) показывает, что для цепи, содержащей n ветвей, решением является точка пересечения n-мерных поверхностей, описываемых этими выражениями.

Учитывая, что прямое решение этих уравнений затруднительно после некоторых преобразований, задача поиска токов и напряжений может быть представлена следующим образом.

Найти

$$\min W=[B][R][I]-[E][1]-[\delta_U]; \tag{4}$$

при ограничениях:

$$[A]\,[I]-[A]\,[J]-[\delta_I]\leq 0; \tag{5}$$

$$([U]^{T}\,[\overset{*}{I}]-[E]^{T}\,[\overset{*}{I}]-(\,[E]-[Z][I])^{T}[\overset{*}{J}]))[1]-[\delta_P]\leq 0; \tag{6}$$

$$I \in I_{доп};$$

$$U(I) \in U_{доп}; \tag{7}$$

где $[\delta_U]$, $[\delta_I]$, $[\delta_P]$ – матрицы заданная точность определения напряжений, токов и мощности; $I_{доп}$, $U_{доп}$ – соответственно множество токов и напряжений, удовлетворяющих технически допустимым решениям.

Задача, поставленная таким образом, является типичной задачей математического программирования. Выбор метода ее решения зависит от вида целевой функции и ограничивающих условий.

Проведенные исследования показали, что в общем случае целевая функция не линейна, а ограничивающие условия образуют невыпукулую область осуществляемых решений. Следовательно, определение токов в нелинейных электрических цепях тягового электроснабжения относится к разряду многоэкстремальных задач невыпуклого программирования. Одним из методов решения таких задач является метод случайного поиска (метод Монте-Карло), суть которого изложена в [2], а приложение к поиску оптимальных решений в области электротехнических задач в [3].

Для электрической цепи, содержащей n ветвей, потребное число случайных испытаний N для достижения потребной точности δ_I с вероятностью P определяется

$$N=\frac{\ln(1-P)}{\ln(1-\delta_I^{\,n})}.$$

Как показали исследования, для типичных задач электроснабжения железных дорог N достигает значительных величин, что делает, с учетом динамичности нагрузки тяговой сети, применение этого метода, даже на современных вычислительных машинах, затруднительным. Исходя из этого, предлагается использовать модифицированные методы МК с сокращением объема поиска, которые подробно изложены в [3]. Их применение позволяет значительно, на несколько порядков, сократить время, затраченное на поиск решений.

В качестве иллюстрации в статье определены область осуществимых решений и вид целевой функции для простейшей электрической цепи постоянного тока с двумя источниками питания и одной нагрузкой, которая соответствует схеме двухстороннего питания контактной сети с одним электровозом на фидерной зоне. Схема представлена на рис. 1.

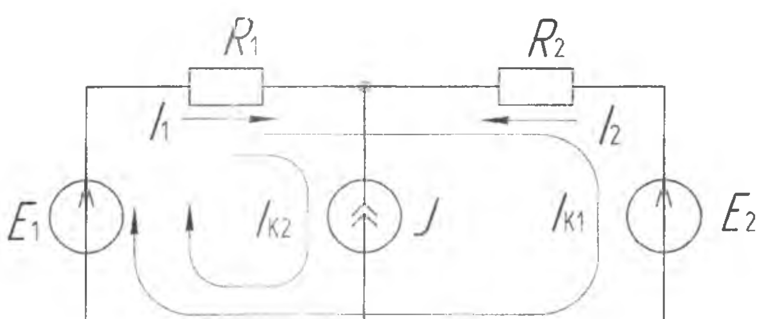

Рис. 1. Схема электрической цепи.

Для схемы, изображенной на рис. 1, основные матрицы имеют вид:

$$[A]=[-1,\,-1];\ [B]=\begin{bmatrix}1,-1\\1,\ 0\end{bmatrix};\ [R]=\begin{bmatrix}R_1,0\\0,\ R_2\end{bmatrix};\ [E]=\begin{bmatrix}E_1\\E_2\end{bmatrix};\ [J]=\begin{bmatrix}-J\\0\end{bmatrix};\ [I]=\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}. \tag{8}$$

С учетом (8) целевая функция определяется выражением:

$$W = [B]\,[R]\,[I] - [E] - [\delta_U] = R_1 I_1 - R_2 I_2 - E_1 + E_2. \tag{9}$$

Ограничивающие условия имеют вид

$$\begin{gathered} [A]\,[I] - [A]\,[J] = -I_1 - I_2 + J_1 \le \delta_I; \\ ([R]\,[I])^{\mathrm{T}}\,[I] - [E]^{\mathrm{T}}[I] - ([E] - [R]\,[I])^{\mathrm{T}}[J] = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 - E_1 I_1 - E_2 I_2 + (E_1 - R_1 I_1) J_1 \le \delta_P. \end{gathered} \tag{10}$$

Вид области осуществимых решений и целевой функции в системе варьируемых параметров I_1, I_2 для конкретных, произвольно выбранных параметров изображены на рисунке 2. Кривые построены для следующих параметров: E_1=10 В; E_2=13 В; J_1=3 А; R_1 =10 м; R_2=20 м. При этом I_1=1 А; I_2=2 А.

Область осуществимых решений, как видно из рис. 2, не выпукла. Целевая функция представлена прямой линией $W(I_1, I_2)$.

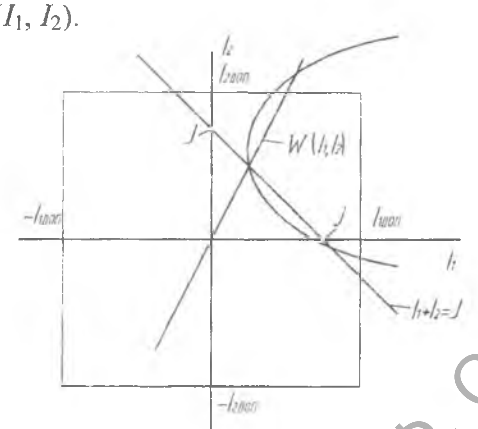

Рис. 2. Область осуществимых решений и вид целевой функции.

Для проверки адекватности предложенной модели был проведен вычислительный эксперимент. В цепи содержащей шесть варьируемых параметров (шесть искомых токов) было найдено точное решение методом контурных токов. Эти же токи были определены методом случайного поиска без составления решения канонических уравнений. Расхождение результатов расчетов не превышает заданной точности. Многократно проведенные вычисления показали, что вероятность определения правильного решения получается не менее заданной. Расчет производился с использованием модифицированного метода Монте-Карло с сокращением объема поиска.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы. Предложенная модель расчета электрических цепей с использованием метода случайного поиска адекватно отражает электромагнитные процессы, протекающие в реальных электрических цепях с заранее заданными точностью расчета и вероятностью их определения. При этом отпадает необходимость в составлении и решении канонических уравнений расчета электрических цепей, применения итеративных методов расчета, что делает модель пригодной для анализа электромагнитных процессов в нелинейных электрических цепях тягового электроснабжения. Модель может быть рекомендована также для расчета других электрических цепей в стационарных режимах работы.

Abstract. The technology of a model building of currents and tensions in electric circuits is offered.

Литература

1 *Могила В.С., Олешкевич Н.А.* Анализ электрических цепей методом случайного поиска. Гомель: Труды международной НПК, 2001. С. 25-26.

2 *Соболь И.М.* Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968. С. 64.

3 *Каган Б.М.* Решение задач нелинейного программирования на цифровых вычислительных машинах / Применение вычислительной техники для автоматизации производства. М.: Машгиз, 1961. 130 с.

Белорусский государственный
университет транспорта

Поступило 01.09.05