

УДК 519.2

Модель процесса обработки кредитных договоров в банке

Ю. Е. ЛЕТУНОВИЧ

Введение

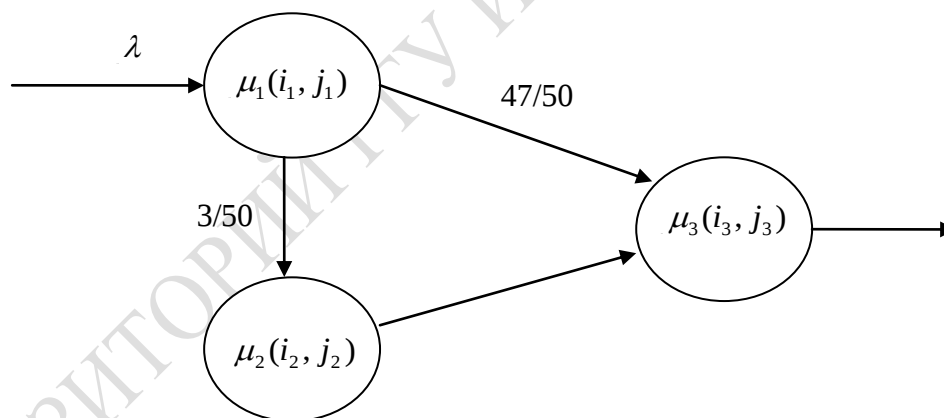
В настоящее время огромное внимание уделяется математическому моделированию различных экономических процессов. Большой интерес, в частности, представляют модели в области банковской системы. Наиболее популярными моделями, которые позволяют детально исследовать функционирование множества разнородных систем, являются сети массового обслуживания.

Целью работы является разработка и исследование сетевой вероятностной модели процесса обработки кредитных договоров в банковской системе.

Постановка задачи

В банк в отдел кредитования и бюджетного финансирования поступает заявка физического лица на выдачу кредита. На первом этапе заявка клиента проходит кредитный комитет, который решает вопрос об удовлетворении или отклонении заявки. В случае удовлетворения клиенту выдаётся необходимая сумма денег. В случае отклонения документы подлежат пересмотру, после чего клиент всё равно получает кредит.

Модель описанного процесса выглядит следующим образом:



Математическая модель

В сеть, состоящую из 3-х узлов, поступает стационарный пуассоновский поток заявок с параметром λ , равным 7. Заявка, обслуженная в первом узле, мгновенно с вероятностью $3/50$ направляется на второй или с вероятностью $47/50$ на третий узел (такие вероятности и интенсивность выбраны на основании имеющихся статистических данных). После обслуживания на втором узле заявка с вероятностью 1 переходит на третий узел, откуда с вероятностью 1 покидает сеть. В каждом из 3-х узлов находится единственный прибор, который может работать в $r_l + 1$, $l=1,2,3$, режимах. Состояние l -го узла характеризуется парой чисел $x_l = (i_l, j_l)$, $l=1,2,3$, где i_l – число заявок в l -м узле, j_l – номер режима, в котором работает прибор в l -м узле ($l=1,2,3$; $j_l = 0 \dots r_l$). Длительность обслуживания прибором l -го узла, находящегося в состоянии x_l , имеет показательное распределение с параметром $\mu_{x_l}(l)$, завися-

щим от состояния (т.е. от числа заявок i_l в узле и режима j_l его работы). Назовём 0 основным режимом работы. Время пребывания в основном режиме работы имеет показательное распределение с параметром $\nu_{i_l,0}(l)$, после чего прибор переходит в режим 1. Для состояний x_l , у которых $1 \leq j_l \leq r_l - 1$, время пребывания в режиме j_l также имеет показательное распределение, при этом с интенсивностью $\varphi_{x_l}(l)$ прибор l -го узла переходит в режим $j_l - 1$, а с интенсивностью $\nu_{x_l}(l)$ – в режим $j_l + 1$. Время пребывания в последнем r_l -м режиме имеет показательное распределение с параметром $\varphi_{i_l,r_l}(l)$, после чего прибор переходит в $r_l - 1$ -й режим. Во время переключения прибора с одного режима работы на другой число заявок в узле не меняется.

Состояние сети в момент времени t будем характеризовать вектором $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, где $x_l(t) = (i_l(t), j_l(t))$ – состояние l -го узла в момент времени t . В соответствии со сказанным выше, здесь $i_l(t)$ – число заявок в l -м узле в момент времени t , $j_l(t)$ – номер режима работы l -го узла в момент времени t .

Предположим, что все величины $\mu_{x_l}, \nu_{x_l}, \varphi_{x_l}$ строго положительны. Уравнения трафика и их единственное решение примут вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \lambda; & \varepsilon_1 = \lambda; \\ \varepsilon_2 = \frac{3}{50} \varepsilon_1; & \varepsilon_2 = \frac{3}{50} \lambda; \\ \varepsilon_3 = \frac{47}{50} \varepsilon_1 + \varepsilon_2; & \varepsilon_3 = \lambda. \end{cases}$$

Если стационарное распределение существует, то стационарные вероятности удовлетворяют следующей системе уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} (\lambda + \nu_{00}(1))p_{00}(1) &= \mu_{10}(1)p_{10}(1) + \varphi_{01}(1)p_{01}(1); \\ (\lambda + \varphi_{0j}(1) + \nu_{0j}(1))p_{0j}(1) &= \nu_{0,j-1}(1)p_{0,j-1}(1) + \varphi_{0,j+1}(1)p_{0,j+1}(1) + \mu_{1j}(1)p_{1j}(1); \\ (\lambda + \varphi_{0r}(1))p_{0r}(1) &= \nu_{0,r-1}(1)p_{0,r-1}(1) + \mu_{1r}(1)p_{1r}(1); \\ (\lambda + \mu_{i0}(1) + \nu_{i0}(1))p_{i0}(1) &= \lambda p_{i-1,0}(1) + \mu_{i+1,0}(1)p_{i+1,0}(1) + \varphi_{i1}(1)p_{i1}(1); \\ (\lambda + \mu_{ij}(1) + \varphi_{ij}(1) + \nu_{ij}(1))p_{ij}(1) &= \lambda p_{i-1,j}(1) + \mu_{i+1,j}(1)p_{i+1,j}(1) + \nu_{i,j-1}(1)p_{i,j-1}(1) + \varphi_{i,j+1}(1)p_{i,j+1}(1); \\ (\lambda + \mu_{ir}(1) + \varphi_{ir}(1))p_{ir}(1) &= \lambda p_{i-1,r}(1) + \mu_{i+1,r}(1)p_{i+1,r}(1) + \nu_{i,r-1}(1)p_{i,r-1}(1); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \nu_{00}(2))p_{00}(2) &= \mu_{10}(2)p_{10}(2) + \varphi_{01}(2)p_{01}(2); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \varphi_{0j}(2) + \nu_{0j}(2))p_{0j}(2) &= \nu_{0,j-1}(2)p_{0,j-1}(2) + \varphi_{0,j+1}(2)p_{0,j+1}(2) + \mu_{1j}(2)p_{1j}(2); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \varphi_{0r}(2))p_{0r}(2) &= \nu_{0,r-1}(2)p_{0,r-1}(2) + \mu_{1r}(2)p_{1r}(2); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \mu_{i0}(2) + \nu_{i0}(2))p_{i0}(2) &= \frac{3}{50}\lambda p_{i-1,0}(2) + \mu_{i+1,0}(2)p_{i+1,0}(2) + \varphi_{i1}(2)p_{i1}(2); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \mu_{ij}(2) + \varphi_{ij}(2) + \nu_{ij}(2))p_{ij}(2) &= \frac{3}{50}\lambda p_{i-1,j}(2) + \mu_{i+1,j}(2)p_{i+1,j}(2) + \nu_{i,j-1}(2)p_{i,j-1}(2) + \\ &+ \varphi_{i,j+1}(2)p_{i,j+1}(2); \\ (\frac{3}{50}\lambda + \mu_{ir}(2) + \varphi_{ir}(2))p_{ir}(2) &= \frac{3}{50}\lambda p_{i-1,r}(2) + \mu_{i+1,r}(2)p_{i+1,r}(2) + \nu_{i,r-1}(2)p_{i,r-1}(2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\lambda + \nu_{00}(3))p_{00}(3) &= \mu_{10}(3)p_{10}(3) + \varphi_{01}(3)p_{01}(3); \\
 (\lambda + \varphi_{0j}(3) + \nu_{0j}(3))p_{0j}(3) &= \nu_{0,j-1}(3)p_{0,j-1}(3) + \varphi_{0,j+1}(3)p_{0,j+1}(3) + \mu_{1j}(3)p_{1j}(3); \\
 (\lambda + \varphi_{0r}(3))p_{0r}(3) &= \nu_{0,r-1}(3)p_{0,r-1}(3) + \mu_{1r}(3)p_{1r}(3); \\
 (\lambda + \mu_{i0}(3) + \nu_{i0}(3))p_{i0}(3) &= \lambda p_{i-1,0}(3) + \mu_{i+1,0}(3)p_{i+1,0}(3) + \varphi_{i1}(3)p_{i1}(3); \\
 (\lambda + \mu_{ij}(3) + \varphi_{ij}(3) + \nu_{ij}(3))p_{ij}(3) &= \lambda p_{i-1,j}(3) + \mu_{i+1,j}(3)p_{i+1,j}(3) + \nu_{i,j-1}(3)p_{i,j-1}(3) + \\
 &+ \varphi_{i,j+1}(3)p_{i,j+1}(3); \\
 (\lambda + \mu_{ir}(3) + \varphi_{ir}(3))p_{ir}(3) &= \lambda p_{i-1,r}(3) + \mu_{i+1,r}(3)p_{i+1,r}(3) + \nu_{i,r-1}(3)p_{i,r-1}(3); \\
 &(i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, r - 1).
 \end{aligned}$$

Предположим, что выполняется условие

$$\nu_{i,j-1}(l)\mu_{i,j}(l)\varphi_{i-1,j}(l) = \nu_{i-1,j-1}(l)\mu_{i,j-1}(l)\varphi_{i,j}(l), \quad i \geq 1, 1 \leq j \leq r_l, l = 1, 2, 3.$$

Тогда, используя [1], получим, что стационарное распределение открытой сети с многорежимными стратегиями обслуживания в узлах представляется в форме произведения

$$p_x = p_{x_1}(1)p_{x_2}(2)p_{x_3}(3).$$

$p_{x_l}(l)$ определяются с помощью соотношений

$$p_{(i_1, j_1)}(1) = [\lambda^{i_1} \prod_{k=1}^{j_1} \nu_{0,k-1}(1) \varphi_{0k}^{-1}(1) \prod_{s=1}^{i_1} \mu_{sj_1}^{-1}(1)] p_{00}(1);$$

$$p_{(i_2, j_2)}(2) = [(\frac{3}{50} \lambda)^{i_2} \prod_{k=1}^{j_2} \nu_{0,k-1}(2) \varphi_{0k}^{-1}(2) \prod_{s=1}^{i_2} \mu_{sj_2}^{-1}(2)] p_{00}(2);$$

$$p_{(i_3, j_3)}(3) = [\lambda^{i_3} \prod_{k=1}^{j_3} \nu_{0,k-1}(3) \varphi_{0k}^{-1}(3) \prod_{s=1}^{i_3} \mu_{sj_3}^{-1}(3)] p_{00}(3),$$

где

$$p_{00}(1) = [\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{r_1} \lambda^i \prod_{k=1}^j \nu_{0,k-1}(1) \varphi_{0k}^{-1}(1) \prod_{s=1}^i \mu_{sj}^{-1}(1)]^{-1};$$

$$p_{00}(2) = [\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{r_2} (\frac{3}{50} \lambda)^i \prod_{k=1}^j \nu_{0,k-1}(2) \varphi_{0k}^{-1}(2) \prod_{s=1}^i \mu_{sj}^{-1}(1)]^{-1};$$

$$p_{00}(3) = [\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{r_3} \lambda^i \prod_{k=1}^j \nu_{0,k-1}(3) \varphi_{0k}^{-1}(3) \prod_{s=1}^i \mu_{sj}^{-1}(3)]^{-1}.$$

Abstract. The author considers the model of credit certificate processing at bank. The author investigates the open queueing network with three nodes, Poisson input, exponential service and multimode strategies in the nodes.

Литература

1. Ю. В. Малинковский, А. Ю. Нуеман, Мультипликативность стационарного распределения в открытых сетях с многорежимными стратегиями обслуживания, Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі, №3 (2001), 129–134.