

УДК 548.0 : 535.01

## ЗОННАЯ СТРУКТУРА И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ ТИПА ФЛЮОРита. I

*H. B. Старостин и B. K. Захаров*

Развит метод расчета валентных зон применительно к кристаллам типа флюорита, основанный на использовании теории пространственных групп в рамках многоэлектронного подхода.

Кристаллы щелочно-земельных фторидов ( $\text{CaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ) представляют собой изоляторы с большой шириной запрещенной зоны. Спектроскопическим исследованиям кристаллов этого типа, активированных ионами редкоземельных элементов, посвящено в настоящее время большое число работ. Несравненно меньше работ посвящено исследованию спектров собственного поглощения самой кристаллической основы. Спектры собственного поглощения кристаллов типа флюорита, обусловленные электронным возбуждением, располагаются в вакуумной ультрафиолетовой области, где прямые экспериментальные исследования методом пропускания наталкиваются на значительные трудности. В этой спектральной области оптические постоянные  $n$  и  $k$  ( $n$  — показатель преломления,  $k$  — коэффициент поглощения), как правило, вычисляются на основе измеренной отражательной способности  $R(\omega)$  с помощью формул Френеля или соотношений Крамерса—Кронига. К настоящему времени уже накоплен определенный экспериментальный материал [1], который необходимо осмыслить с точки зрения зонной структуры этих кристаллов. Вместе с тем структурный тип флюорита является интересным объектом с точки зрения зонной теории кристаллов, так как содержит особенности, характерные, с одной стороны, для бинарных ионных кристаллов типа  $\text{NaCl}$  (по типу связи), с другой стороны, особенности, характерные для кристаллов типа алмаза (по наличию двух эквивалентных атомов в элементарной ячейке). В ряде работ [2–5] для расчетов валентных зон ионных кристаллов типа  $\text{NaCl}$  был развит многоэлектронный подход, основанный на использовании детерминантов из одноэлектронных функций. При этом расчет энергий сводится к расчетам многоцентровых интегралов кулоновского взаимодействия электронов по атомным функциям. Имея достаточно надежные данные относительно структуры валентных зон и экспериментальные данные по спектрам зонно-зональных переходов, можно сделать определенные заключения о структуре зон проводимости [6]. В данной работе развивается метод расчета валентных зон применительно к кристаллам типа флюорита, основанный на использовании теории пространственных групп в рамках многоэлектронного подхода. В дальнейшем излагаются результаты конкретных расчетов и проводится анализ экспериментальных данных.

### Базисные волновые функции

Кристаллическую решетку типа флюорита можно рассматривать как три гранецентрированные кубические решетки, при этом узлы одной заняты ионами металла ( $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Sr}^{2+}$ ,  $\text{Ba}^{2+}$ ), а двух других — ионами фтора

( $F^-$ ). Эти решетки вдвинуты одна в другую таким образом, что возникает двенадцатикратно примитивная кубическая элементарная ячейка, изображенная на рисунке. Пространственная группа такой решетки  $O_h^h$ . Простейшим образом группа  $O_h^h$  записывается в системе координат, центрированной ионом металла. В этом случае местная группа симметрии совпадает с классом  $O_h$ . В системе координат, центрированной ионом  $F^-$ , местная группа симметрии — точечная группа симметрии тетраэдра  $T_d$ , а остальные 24 операции из класса  $O_h$  сопровождаются несобственной трансляцией на вектор, равный половине ребра основного куба.

Имеется целый ряд данных [7-11], которые свидетельствуют о высокой степени ионности кристаллов флюорита ( $\text{CaF}_2$ ).<sup>1</sup> В частности, карта электронных плотностей  $\text{CaF}_2$ , составленная на основании рентгенографических исследований, свидетельствует, что на прямой, соединяющей катион и анион, имеется участок с нулевой плотностью [10]. Таким образом, каждый электрон в кристалле можно считать локализованным в окрестности определенного узла кристаллической решетки и характеризовать квазиатомной одноэлектронной функцией (приближение сильной связи).

Рассмотрим дырочные зоны  $p$ -типа в кристаллах  $\text{MeF}_2$ , описывающие состояние кристалла без одного электрона в  $2p$ -оболочке иона  $F^-$ . Положение ионов  $F^-$  в решетке характеризуется векторами  $R_n + q_i$  для одной гранецентрированной решетки Бравэ и векторами  $R_n + q_2$  — для другой. Здесь вектор  $R_n$  задает положение ячейки с номером  $n$  относительно начала координат, а векторы  $q_i$  ( $i=1, 2$ ) — положение двух ионов  $F^-$  в нулевой ячейке. Обозначим посредством  $\Psi_\lambda(R_n + q_i)$  слэтеровский детерминант вида

$$\Psi_x(R_n + q_i) = A \left\{ \varphi_{n1}^{y+}(2) \varphi_{n1}^{z+}(3) \varphi_{n1}^{x-}(4) \varphi_{n1}^{y-}(5) \varphi_{n1}^{z-}(6) \prod_{L \neq n1} S_L \right\}, \quad (1)$$

когда отсутствует один электрон в состоянии с волновой функцией  $\varphi^x$ , локализованной в окрестности узла  $R_n + q_i$  (локализованная дырка).<sup>2</sup> Два других состояния при  $\lambda=x, y, z$  получаются отсюда циклической перестановкой индексов  $x, y, z$ . Здесь  $A$  — антисимметризующий оператор по перестановкам координат электронов, а посредством  $S_L$  обозначено произведение волновых функций электронов, образующих замкнутые  $p$ -оболочки на ионах  $F^-$  в узлах  $L \neq n1$ . Орбитальные волновые функции  $\varphi^\lambda$  преобразуются как компоненты вектора по неприводимому представлению  $\Gamma_4$  местной группы  $T_d$ . Определенные, согласно (1), слэтеровские детерминанты  $\Psi_\lambda$  ( $\lambda=x, y, z$ ) обладают теми же трансформационными свойствами. От функций (1), описывающих локализованную дырку, перейдем к функциям, описывающим дырку, коллективизированную на кубических гранецентрированных подрешетках Бравэ 1 и 2

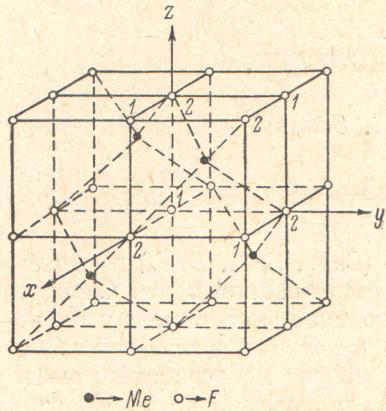
$$\Psi_{\lambda, i}(k) = N^{-1/2} \sum_n e^{ik(R_n + q_i)} \Psi_\lambda(R_n + q_i), \quad i=1, 2. \quad (2)$$

Здесь  $k$  — волновой вектор. Устремим  $k$  к нулю и составим линейные комбинации функций (2), которые могут быть классифицированы по неприводимым представлениям группы кристаллического класса  $O_h$

$$\Psi_\lambda^{(\pm)}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \Psi_{\lambda, 1}(0) \pm \Psi_{\lambda, 2}(0) \}, \quad (3)$$

<sup>1</sup> Постоянная решетки флюорита в гомологическом ряду является наименьшей. Поэтому допущение о ионном характере связи для кристаллов  $\text{SrF}_2$  и  $\text{BaF}_2$  вполне законно.

<sup>2</sup> Поскольку спин-орбитальное взаимодействие здесь не учитывается, то в дальнейшем будем рассматривать одно из двух вырожденных по спину состояний, например  $|-\rangle$ .



88

где знаки  $\pm$  отвечают соответственно нечетному ( $\Gamma_{15}$ ) и четному ( $\Gamma'_{25}$ ) представлениям группы  $O_h^3$ . Обобщим выражения (3) на случай  $\mathbf{k} \neq 0$

$$\Psi_{\gamma}^{(\pm)}(\mathbf{k}) = \sum_{\lambda} c_{\gamma\lambda}^{(\pm)}(\mathbf{k}) U_{\lambda}^{(\pm)}(\mathbf{k}), \quad (4)$$

при этом знаки  $\pm$  отличают нечетную и четную дырочную зоны в смысле предельного перехода  $\mathbf{k} \rightarrow 0$ . Коэффициенты  $c_{\gamma\lambda}^{(\pm)}(\mathbf{k})$  могут быть найдены методом теории групп с учетом теоретико-групповых условий совместности [13]. В результате такой процедуры матрица кристаллического гамильтониана  $\hat{H}$  в базисе функций (4) становится квазидиагональной — отличные от нуля недиагональные матричные элементы будут связывать лишь те состояния (4), которые принадлежат одинаковым строкам повторяющихся неприводимых представлений групп волновых векторов  $\mathbf{k}$ .

Рассмотрим три наиболее симметричных направления в зоне Бриллюэна для гранецентрированной кубической решетки  $\Delta$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma$ . Для этих направлений групп волновых векторов изоморфны соответственно точечным группам  $C_{4v}$ ,  $C_{3v}$  и  $C_{2v}$ , при этом теоретико-групповые условия совместности с точкой  $\Gamma$  (центр зоны) такие же, что и для простой кубической решетки. Коэффициенты  $c_{\gamma\lambda}^{(\pm)}(\mathbf{k})$  для соответствующих представлений могут быть найдены путем перехода от системы координат  $X, Y, Z$  к системам  $X', Y', Z'$ , оси  $Z'$  которых направлены вдоль осей симметрии наибольшего порядка  $C_4, C_3, C_2$ . Они приведены в табл. 1.

Таблица 1

$\Gamma$	$\Delta; \mathbf{k} = \frac{\mu\pi}{a} \mathbf{l}_z, 0 \leq \mu \leq 1$	$\Lambda; \mathbf{k} = \frac{\mu\pi}{2a} (\mathbf{l}_x + \mathbf{l}_y + \mathbf{l}_z)$	$\Sigma; \mathbf{k} = \frac{3\pi\mu}{4a} (\mathbf{l}_x + \mathbf{l}_y)$
$\Gamma'_{25}$	$\Delta'_2: U_z^{(+)}(\mathbf{k})$	$\Delta_1: \frac{1}{\sqrt{3}} [U_x^{(+)}(\mathbf{k}) + U_y^{(+)}(\mathbf{k}) + U_z^{(+)}(\mathbf{k})]$	$\Sigma_1: U_z^{(+)}(\mathbf{k})$
	$\Delta_5: U_x^{(+)}(\mathbf{k}), U_y^{(+)}(\mathbf{k})$	$\Delta_3: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(+)}(\mathbf{k}) - U_y^{(+)}(\mathbf{k})], \frac{1}{\sqrt{6}} [2U_z^{(+)}(\mathbf{k}) - U_x^{(+)}(\mathbf{k}) - U_y^{(+)}(\mathbf{k})]$	$\Sigma_2: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(+)}(\mathbf{k}) - U_y^{(+)}(\mathbf{k})], \Sigma_3: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(+)}(\mathbf{k}) + U_y^{(+)}(\mathbf{k})]$
$\Gamma_{15}$	$\Delta_1: U_z^{(-)}(\mathbf{k})$	$\Delta_1: \frac{1}{\sqrt{3}} [U_x^{(-)}(\mathbf{k}) + U_y^{(-)}(\mathbf{k}) + U_z^{(-)}(\mathbf{k})]$	$\Sigma_1: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(-)}(\mathbf{k}) + U_y^{(-)}(\mathbf{k})]$
	$\Delta_5: U_x^{(-)}(\mathbf{k}), U_y^{(-)}(\mathbf{k})$	$\Delta_3: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(-)}(\mathbf{k}) - U_y^{(-)}(\mathbf{k})], \frac{1}{\sqrt{6}} [2U_z^{(-)}(\mathbf{k}) - U_x^{(-)}(\mathbf{k}) - U_y^{(-)}(\mathbf{k})]$	$\Sigma_3: \frac{1}{\sqrt{2}} [U_x^{(-)}(\mathbf{k}) - U_y^{(-)}(\mathbf{k})], \Sigma_4: U_z^{(-)}(\mathbf{k})$

### Вычисление матричных элементов

Вычислим матричные элементы гамильтониана  $\hat{H}$  по состояниям (4) с коэффициентами, приведенными в табл. 1. С помощью элемента симметрии из пространственной группы  $O_h^5$ , транспонирующего две подрешетки Брава ионов F<sup>-</sup> 1 и 2, можно показать

$$\left. \begin{aligned} \int \Psi_{\lambda, 1}^*(\mathbf{k}) \hat{H} \Psi_{\lambda', 1}(\mathbf{k}) d\tau &= \left( \int \Psi_{\lambda, 2}^*(\mathbf{k}) \hat{H} \Psi_{\lambda', 2}(\mathbf{k}) d\tau \right)^*, \\ \int \Psi_{\lambda, 1}^*(\mathbf{k}) \hat{H} \Psi_{\lambda', 2}(\mathbf{k}) d\tau &= \left( \int \Psi_{\lambda, 2}^*(\mathbf{k}) \hat{H} \Psi_{\lambda', 1}(\mathbf{k}) d\tau \right)^*. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

<sup>3</sup> Неприводимые представления группы  $O_h$  и ее подгрупп мы обозначаем согласно [12]. Следует также иметь в виду, что при расширении точечной группы  $T_d$  группы  $O_h$  имеет место соответствие представлений  $2\Gamma_4 \rightarrow \Gamma'_{25} + \Gamma_{15}$ .

Используя, кроме того, трансформационные свойства функций (2) под действием элементов из групп волновых векторов, приходим к выражениям для диагональных матричных элементов

$$E_{\Delta_5}^{(\pm)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) \pm E_{xx}^{12}(\mathbf{k})\}, \quad (6)$$

$$E_{\Delta_2}^{(+)}, E_{\Delta_1}^{(-)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{zz}^{11}(\mathbf{k}) \pm E_{zz}^{12}(\mathbf{k})\}, \quad (7)$$

$$E_{\Delta_1}^{(\pm)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) + 2E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \pm [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) + 2E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\}, \quad (8)$$

$$E_{\Delta_3}^{(\pm)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \pm [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\}, \quad (9)$$

$$E_{\Sigma_1}^{(+)}(\mathbf{k}), E_{\Sigma_1}^{(-)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{zz}^{11}(\mathbf{k}) \pm E_{zz}^{12}(\mathbf{k})\}, \quad (10)$$

$$E_{\Sigma_3}^{(+)}(\mathbf{k}), E_{\Sigma_3}^{(-)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) + E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \pm [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) + E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\}, \quad (11)$$

$$E_{\Sigma_2}^{(+)}(\mathbf{k}), E_{\Sigma_2}^{(-)}(\mathbf{k}) = {}^1E + \operatorname{Re}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \pm [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\} \quad (12)$$

и к выражениям для недиагональных матричных элементов, связывающих одинаковые строки повторяющихся неприводимых представлений

$$H_{\Delta_5}^{(\pm\mp)}(\mathbf{k}) = \operatorname{Im}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) \mp E_{xx}^{12}(\mathbf{k})\}, \quad (13)$$

$$H_{\Delta_1}^{(\pm\mp)}(\mathbf{k}) = \operatorname{Im}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) + 2E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \mp [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) + 2E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\}, \quad (14)$$

$$H_{\Delta_3}^{(\pm\mp)}(\mathbf{k}) = \operatorname{Im}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) \mp [E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) - E_{xy}^{12}(\mathbf{k})]\}, \quad (15)$$

$$H_{\Sigma_1}^{(+-)}(\mathbf{k}) = \sqrt{2} \operatorname{Im}\{E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) - E_{zz}^{12}(\mathbf{k})\}; H_{\Sigma_1}^{(-+)}(\mathbf{k}) = \sqrt{2} \operatorname{Im}\{E_{xz}^{11}(\mathbf{k}) + E_{zx}^{12}(\mathbf{k})\}, \quad (16)$$

$$H_{\Sigma_3}^{(\pm\mp)}(\mathbf{k}) = 0, \quad (17)$$

где  $\operatorname{Re}$  и  $\operatorname{Im}$  — знаки реальной и мнимой частей. Входящие сюда величины  ${}^1E$ ,  $E_{\lambda\lambda'}^{11}(\mathbf{k})$  и  $E_{\lambda\lambda'}^{12}(\mathbf{k})$  имеют следующий смысл:

$${}^1E = \int \Psi_x(0) \hat{H} \Psi_x(0) d\tau - E_0 \quad (18)$$

энергия удаления одного электрона из  $2p$ -оболочки иона  $F^-$  в кристалле в вакуум,  $E_0$  — энергия основного состояния;

$$E_{\lambda\lambda'}^{11,2}(\mathbf{k}) = \sum_{p, q, r} e^{i\mathbf{k}(pa\mathbf{i} + qa\mathbf{j} + rk)} E_{\lambda\lambda'}(pqr), \quad (19)$$

где

$$E_{\lambda\lambda'}(pqr) = \int \Psi_\lambda^*(0) \hat{H} \Psi_{\lambda'}(pa\mathbf{i} + qa\mathbf{j} + rk) d\tau. \quad (20)$$

Здесь  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы вдоль осей  $X, Y, Z$ ;  $a$  — половина ребра основного куба решетки;  $p, q, r$  — целые числа, сумма которых  $p + q + r$  четная для случая 1, 1 (когда оба узла в выражении (20) принадлежат одной подрешетке Бравэ) и нечетная для случая 1, 2 (интерференционный член, связанный с наличием двух фторных подрешеток). При суммировании по  $p, q$  и  $r$  в выражении (19) ограничимся ближайшим окружением типа (110) для случая 1, 1 [13] и типа (100) для случая 1, 2 (см. рисунок). В результате приходим к выражениям:

$$E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) = 4E_{xx}(110)(\cos \xi \cos \eta + \cos \xi \cos \zeta) + 4E_{xx}(011) \cos \eta \cos \zeta, \quad (21)$$

$$E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) = -4E_{xy}(110) \sin \xi \sin \eta + 4i [E_{xy}(101) \cos \xi \sin \zeta + E_{xy}(011) \cos \eta \sin \zeta], \quad (22)$$

$$E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) = 2E_{xx}(100) \cos \xi + 2E_{xx}(001) (\cos \eta + \cos \zeta), \quad (23)$$

$$E_{xy}^{12}(\mathbf{k}) = 2i \sin \zeta E_{xy}(001), \quad (24)$$

где  $\xi = ak_x$ ,  $\eta = ak_y$ ,  $\zeta = ak_z$ . Другие выражения типа  $E_{\lambda\lambda'}^{11,2}(\mathbf{k})$  могут быть получены из (21) — (24) циклической перестановкой индексов  $\xi, \eta, \zeta$ .

### Решение секулярных уравнений

Из выражений (13) при учете (21), (23) непосредственно следует  $H_{\Delta_5}^{(\pm\mp)}(\mathbf{k}) = 0$ . Это означает, что диагональные матричные элементы (6) непосредственно дают энергию состояний симметрии  $\Delta_5$ . То же самое

имеет место и для повторяющихся состояний симметрии  $\Sigma_3$  в силу формулы (18). В ряде других случаев для нахождения энергий необходимо решать секулярные уравнения второго порядка. В качестве примера рассмотрим состояния  $\Lambda_1$ . Используя выражения (8), (14) и (21)  $\div$  (24), находим

$$E_{1,2}(\Lambda_1) = E_{xx}^{11}(\Lambda) + 2E_{xy}^{11}(\Lambda) \pm \{[E_{xx}^{12}(\Lambda)]^2 - 4([Im E_{xy}^{11}(\Lambda)]^2 - [E_{xy}^{12}(\Lambda)]^2)\}^{1/2}. \quad (25)$$

Подстановка сюда выражений (21)  $\div$  (24) при  $\xi = \eta = \zeta = \mu\pi/2$  ( $0 \leq \mu < 1$ ) дает

$$\begin{aligned} E_{1,2}(\Lambda_1) = & 4(2E_{xx}(110) + E_{xx}(011)) \cos^2(\mu\pi/2) - 8E_{xy}(110) \sin^2(\mu\pi/2) \pm \\ & \pm \{4(E_{xx}(100) + 2E_{xx}(001))^2 \cos^2(\mu\pi/2) - 16E_{xy}^2(001) \sin^2(\mu\pi/2) + \\ & + 16(E_{xy}(101) + E_{xy}(011))^2 \sin^2(\mu\pi)\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогичные выражения могут быть получены для повторяющихся состояний  $\Lambda_3$  и  $\Sigma_1$ . Состояния  $\Delta'_2$ ,  $\Delta_1$  и  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_4$  встречаются по одному разу, при этом соответствующие энергии непосредственно даются выражениями (7), (10) и (12).

### Двухцентровое приближение

Выражения (21)  $\div$  (24) содержат в общем случае восемь независимых параметров типа (20). Их число можно уменьшить, если допустить, что гамильтониан  $\hat{H}$  в формуле (20) содержит лишь координаты электронов, локализованных на двух узлах (000) и ( $pqr$ ). В этом случае, переходя к системе координат, ось  $z'$  которой ориентирована вдоль линии, соединяющей эти два узла, найдем

$$E_{xx} = l^2 J_\sigma + (1 + l^2) J_\pi, \quad E_{xy} = lm J_\sigma - lm J_\pi, \quad E_{xz} = ln J_\sigma - ln J_\pi, \quad (27)$$

где  $l, m, n$  — направляющие косинусы  $z'$  относительно осей  $X, Y, Z$ . Подстановка выражений (27) в формулы (21)  $\div$  (24) дает

Таблица 2

$E$	$0 \leq \mu \leq 1$	$\mu^*$
$E_{\Delta_5}^{(\mp)}$	$1E + 2(J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12} + J_\sigma^{11} \pm J_\sigma^{12}) + 2(3J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12} + J_\sigma^{11}) \cos(\mu\pi)$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 0; 1$
$E_{\Delta_1}^{(-)}, E_{\Delta_2}^{(+)}$	$1E + 4(J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12}) + 2(2J_\pi^{11} + 2J_\sigma^{11} \pm J_\sigma^{12}) \cos(\mu\pi)$	
$E_{\Lambda_1}^{(\mp)}$	$1E + 4(J_\sigma^{11} + 2J_\pi^{11}) \cos^2\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) + 4(J_\pi^{11} - J_\sigma^{11}) \sin^2\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \pm$ $\pm 2(2J_\pi^{12} + J_\sigma^{12}) \cos\left(\frac{\mu\pi}{2}\right)$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 0$
$E_{\Delta_3}^{(\mp)}$	$1E + 4(J_\sigma^{11} + 2J_\pi^{11}) \cos^2\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) - 2(J_\pi^{11} - J_\sigma^{11}) \sin^2\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \pm$ $\pm 2(2J_\pi^{12} + J_\sigma^{12}) \cos\left(\frac{\mu\pi}{2}\right)$	
$E_{\Sigma_4}^{(-)}, E_{\Sigma_1}^{(+)}$	$1E \pm 2J_\sigma^{12} + 4J_\pi^{11} \cos^2\left(\frac{3\pi\mu}{4}\right) + 4(J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12} + J_\sigma^{11}) \cos\left(\frac{3\pi\mu}{4}\right)$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 0$
$E_{\Sigma_1}^{(-)}, E_{\Sigma_3}^{(+)}$	$1E + 2(J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12}) + 2J_\sigma^{11} \cos\left(\frac{3\pi\mu}{2}\right) +$ $+ 2(3J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12} + J_\sigma^{11} \pm J_\sigma^{12}) \cos\left(\frac{3\pi\mu}{4}\right)$	
$E_{\Sigma_3}^{(-)}, E_{\Sigma_2}^{(+)}$	$1E + 2(J_\sigma^{11} \pm J_\pi^{12}) + 2J_\pi^{11} \cos\left(\frac{3\pi\mu}{2}\right) +$ $+ 2(3J_\pi^{11} \pm J_\pi^{12} + J_\sigma^{11} \pm J_\sigma^{12}) \cos\left(\frac{3\pi\mu}{4}\right)$	

$$E_{xx}^{11}(\mathbf{k}) = 2J_\sigma^{11}(\cos \xi \cos \eta + \cos \xi \cos \zeta) + 2J_\pi^{11}(\cos \xi \cos \eta + \cos \xi \cos \zeta + 2 \cos \eta \cos \zeta), \quad (28)$$

$$E_{xy}^{11}(\mathbf{k}) = -2[J_\sigma^{11} - J_\pi^{11}] \sin \xi \sin \eta, \quad (29)$$

$$E_{xx}^{12}(\mathbf{k}) = 2J_\sigma^{12} \cos \xi + 2J_\pi^{12}(\cos \eta + \cos \zeta), \quad (30)$$

$$E_{xy}^{12}(\mathbf{k}) = 0. \quad (31)$$

В двухцентровом приближении имеется, таким образом, всего четыре независимых параметра  $J_\sigma^{11}, J_\sigma^{12}, J_\pi^{11}, J_\pi^{12}$ . Отметим, что выражения (29)–(31) вещественны. Поэтому все недиагональные матричные элементы (13)–(17) обращаются в ноль. Выражения для энергий в этом случае даются диагональными матричными элементами (6)–(12) при подстановке в них соотношений (28)–(31). Они приведены в табл. 2. Там же приведены координаты точек нулевого наклона. Отметим, что граница зоны Бриллюэна в направлении  $\Lambda$  ( $\mu=1$ ) не является точкой нулевого наклона. Это противоречие является следствием уменьшения числа энергетических параметров в двухцентровом приближении. Действительно, точные выражения (26) (и аналогичные для  $\Lambda_3$ ) обнаруживают нулевой наклон при  $\mu=1$ .

### Литература

- [1] Н. В. Старостин. ФТТ, 11, 6, 1624, 1969.
- [2] С. И. Пекар. ЖЭТФ, 18, 525, 1948.
- [3] Т. И. Кучер. ЖЭТФ, 34, 394, 1958.
- [4] Т. И. Кучер, К. Б. Толпыго. ФТТ, 2, 2001, 1960.
- [5] L. P. Howland. Phys. Rev., 109, 1927, 1958.
- [6] Дж. Филиппс. Оптические спектры твердых тел в области собственного поглощения. Изд. «Мир», 1958.
- [7] J. Sherman. Chem. Rev., 11, 93, 1932.
- [8] A. D. Franklin. J. Phys. Chem. Sol., 26, 933, 1965.
- [9] R. W. Ure. J. Chem. Phys., 26, 1363, 1957.
- [10] H. Witte, E. Wölfele. Rev. Mod. Phys., 30, 51, 1958.
- [11] J. D. Axe. Phys. Rev., 139, 1215, 1965.
- [12] L. Bouckoret, R. Smoluchowski, E. Wigner. Phys. Rev., 50, 58, 1936.
- [13] J. Slater, G. F. Koster. Phys. Rev., 94, 1498, 1954.

Поступило в Редакцию 18 марта 1971 г.