

УДК 681.3.06:624.131

## Математическое и компьютерное моделирование развития зоны уплотнения грунтового основания винтовой сваи

В.Е. БЫХОВЦЕВ<sup>1</sup>, В.В. БОНДАРЕВА<sup>2</sup>, С.В. ТОРГОНСКАЯ<sup>1</sup>

Определяются параметры математической модели уплотнения грунта сложной нелинейной физической системы «грунтовое основание – винтовая свая» и исследуется смещение винтовой сваи при действии вдавливающей нагрузки с помощью программного комплекса «Энергия-ОС» [1].

**Ключевые слова:** винтовая свая, грунты, уплотнение, математическая модель, компьютерное моделирование.

Parameters of mathematical model of consolidation of soil of difficult nonlinear physical system «the soil basis – a screw pile» are defined and shift of a screw pile at action of pressing loading by means of the program Energiya-OS complex is investigated [1].

**Keywords:** screw pile, soil, consolidation, mathematical model, computer modeling.

**Предпосылки постановки задачи.** Одной из актуальных задач строительной индустрии является снижение стоимости материалов и работ нулевого цикла возводимого здания. Решение этой проблемы приводит к необходимости исследований по конструированию экономически эффективных фундаментов зданий. При определенных свойствах грунтового основания строительной площадки и способе устройства фундамента здания экономически целесообразным может оказаться фундамент на основе винтовых свай [2], [3]. Такой фундамент и грунтовое основание образуют сложную по структуре и свойствам нелинейную и неоднородную систему деформируемых твердых тел. Исследование такой системы возможно посредством натурального эксперимента, что очень трудоемко и дорого, или методами математического и компьютерного моделирования [1], [4]. В настоящей работе для определения осадки винтовой сваи с учетом образования зоны уплотнения грунтового основания предлагается оригинальная методика и методы математического и компьютерного объектно-ориентированного моделирования.

**Физическая постановка задачи.** Конструктивно винтовая свая представляет собой металлическую трубу диаметром  $d_c$  с винтовой лопастью на конце. Диаметр лопасти  $D_d > d_c$ . Конструкция винтовой металлической сваи показана на рисунке 1 а. При анализе деформационного процесса грунтового основания винтовой сваи можно выделить два этапа: завинчивание сваи и взаимодействие сваи с грунтовым основанием при действии сжимающей нагрузки. При завинчивании сваи происходит смятие грунта в цилиндрической области диаметра  $D_d$  и его уплотнение вследствие внедрения тела сваи. Наибольшее уплотнение грунта будет в цилиндрической подобласти с толщиной стенки  $D_d - d_c$ . Уплотнение грунта будет происходить и за пределами указанной подобласти с постепенным убыванием до его начального естественного состояния, что показано на рисунке 1 б. В целом винтовая свая с уплотненной областью грунтового основания образуют сложную по структуре и свойствам неоднородную и нелинейную физическую систему. При действии на винтовую сваю сжимающей нагрузки образуется деформируемая область, которая будет включать и всю уплотненную зону грунтового основания.

**Результаты экспериментальных исследований.** В отделе оснований и фундаментов БелНИИСа (г. Минск) были проведены натурные экспериментальные исследования по определению зависимости осадки винтовой сваи в грунтовом основании при действии сжимающей нагрузки [5]. Анализ результатов показал, что для всех поставленных задач зависимость осадки винтовой сваи от указанных исходных данных является нелинейной, что показано на рисунке 2. Этот фактор должен быть определяющим при построении метода определения осадки винтовой сваи в грунтовом основании.

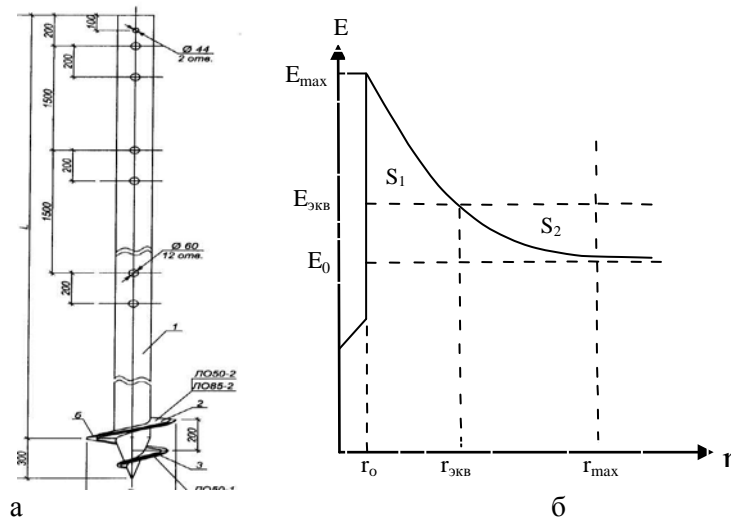


Рисунок 1 – а) конструкция винтовой металлической сваи;  
б) физическая модель системы исследования

Ниже приведены данные для трех объектов.

*Исходные данные экспериментальных исследований по определению осадки сваи при статической вдавливающей нагрузке:*

Объект №1.

Пункт: д. Сосновец Петриковского р-на Гомельской обл.

Объект: «Башни связи СООО «МТС» по трассе М-10 «Гомель-Брест».

Базовая станция № 434 «Сосновец». Материал сваи – сталь С345Д.

Сечение сваи на верхнем и нижнем концах 219x12 мм. Диаметр лопасти 500 мм.

Глубина погружения сваи 4,1 м.

Краткая характеристика грунта по лобовой и боковой поверхности сваи:

песок мелкий прочный  $E = 32$  МПа,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $c = 3$  кПа,  $\gamma = 10,5$  кН/м<sup>3</sup>.

График зависимости осадки  $S$  винтовой сваи от нагрузки  $P$  представлен на рисунке 2 а.

Объект №2.

Пункт: д. Млынок Петриковского р-на Гомельской обл.

Объект: «Башни связи СООО «МТС» по трассе М-10 «Гомель-Брест».

Базовая станция № 435 «Млынок». Материал сваи – сталь С345Д.

Сечение сваи на верхнем и нижнем концах 219x12 мм. Диаметр лопасти 500 мм.

Глубина погружения сваи 3,6 м.

Краткая характеристика грунта по лобовой и боковой поверхности сваи:

1. Песок мелкий средней прочности  $E = 23$  МПа,  $\varphi = 33^\circ$ ,  $c = 2$  кПа,  $\gamma = 10,2$  кН/м<sup>3</sup>.

2. Песок мелкий прочный  $E = 30$  МПа,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $c = 3$  кПа,  $\gamma = 10,4$  кН/м<sup>3</sup>.

График зависимости осадки  $S$  винтовой сваи от нагрузки  $P$  представлен на рисунке 2 б.

Объект №3.

Пункт: д. Зашебье Речицкого р-на Гомельской обл.

Объект: «Башни связи СООО «МТС» по трассе М-10 «Гомель-Брест».

Базовая станция № 440 «Зашебье». Материал сваи – сталь С345Д.

Сечение сваи на верхнем и нижнем концах 219x12мм. Диаметр лопасти 500 мм.

Глубина погружения сваи 3,6 м.

Краткая характеристика грунта по лобовой и боковой поверхности сваи:

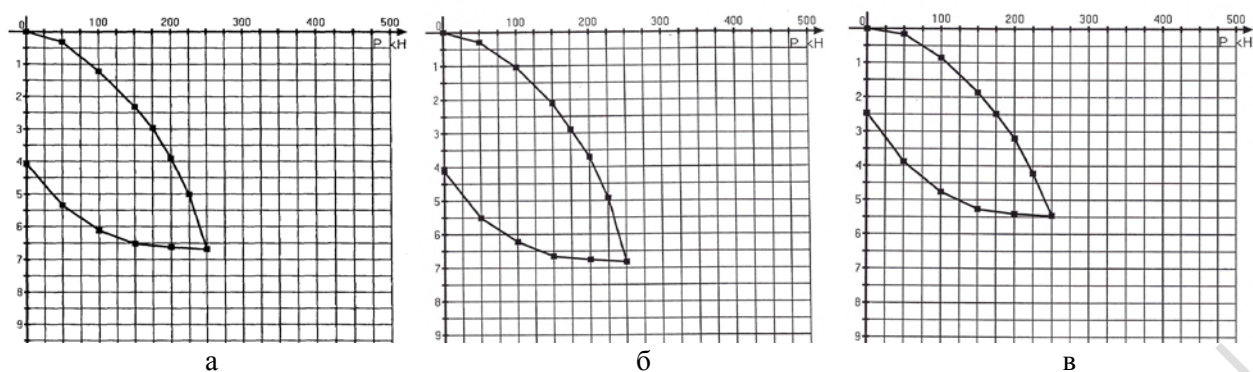
1. Песок мелкий средней прочности  $E = 22$  МПа,  $\varphi = 33^\circ$ ,  $c = 2$  кПа,  $\gamma = 10,1$  кН/м<sup>3</sup>.

2. Песок мелкий прочный  $E = 28$  МПа,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $c = 3$  кПа,  $\gamma = 10,4$  кН/м<sup>3</sup>.

График зависимости осадки  $S$  винтовой сваи от нагрузки  $P$  представлен на рисунке 2 в.

Значения коэффициента Пуассона вычислим исходя из определения коэффициента  $K$  бокового давления. Из теории упругости

$$K = \frac{\mu}{1 - \mu}.$$


 Рисунок 2 – Графики зависимости осадки  $S$  винтовой сваи от нагрузки  $P$ 

По формуле Якоби  $K = 1 - \sin \varphi$ ,  $\varphi$  – угол внутреннего трения. Тогда

$$\mu = \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi}.$$

Для рассматриваемых объектов были получены следующие значения коэффициентов Пуассона: для объекта №1 коэффициент Пуассона составляет  $\mu_1 = 0,32$ , для объекта №2 –  $\mu_2 = 0,33$ , для объекта №3 –  $\mu_3 = 0,33$ .

**Математическая модель системы «Грунтовое основание – винтовая свая».** В соответствии с постановкой задачи свая и грунтовое основание образуют физическую систему. Необходимо исследовать зависимость осадки сваи от ее геометрических характеристик и свойств грунтового основания. При численном исследовании эта система должна быть определена в конечном подпространстве полупространства, на котором задана исходная задача. Это подпространство определяется исходя из условий взаимодействия сваи и грунтового основания: принято, что по контактной поверхности сваи с грунтом существует полное сцепление. Учитывая симметричность исходной задачи, ее решение будем проводить в цилиндрической системе координат, и все вычисления можно выполнить только для половины меридиального сечения системы. Учитывая произвольность постановки задачи, решать ее лучше методом математического моделирования на основе метода конечных элементов и методов численного решения нелинейных краевых задач [1], [4]. Математическую модель исследуемой системы построим на основе принципа минимума полной энергии системы. Исходя из сведений о размерах области существования системы, математическую модель исходной задачи можно представить следующим образом [1]:

1) механико-математическая модель элементов системы:

– при линейно-упругом деформировании

$$\sigma_i = E \varepsilon_i \quad (1)$$

– при нелинейно-упругом деформировании:  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ , в частности

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m, \quad A > 0, \quad 0 < m < 1, \quad (2)$$

где  $\sigma_i$ ,  $\varepsilon_i$  – интенсивности напряжений и деформаций;  $E$  – модуль деформации;  $A$ ,  $m$  – параметры закона нелинейного деформирования.

– модель уплотнения грунтового основания

$$E = ar^k, \quad a > 0, \quad k < 0. \quad (3)$$

2) граничные условия и геометрическая модель области существования исследуемой системы:

$$U = V = 0 \text{ при } r = r_{\max}, \quad 0 < z \leq z_{\max},$$

$$U = V = 0 \text{ при } z = z_{\max}, \quad 0 \leq r \leq r_{\max},$$

$$U = 0 \text{ при } r = 0, \quad 0 < z \leq z_{\max},$$

$$Y = 0 \text{ при } r = 0, \quad 0 < z < z_{\max},$$

$$Y = P \text{ при } z = 0, \quad 0 \leq r \leq R,$$

$$Y = 0 \text{ при } z = 0, R < r < r_{\max},$$

$$X = 0 \text{ при } z = 0, 0 \leq r < r_{\max},$$

где  $R$  – радиус ствола сваи;

3) ядро математической модели (условия равновесия системы):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

где  $\Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\}$  – полная энергия деформируемой системы;  $\{P\}$  – вектор внешних сил;  $\{\sigma\}, \{\varepsilon\}, \{U\}$  – векторы напряжений, деформаций и перемещений;  $V$  – объем области существования исследуемой системы.

**Определение параметров математической модели уплотнения грунта.** Математическая модель уплотнения грунтового основания в окрестности винтовой сваи принята в виде степенной функции гиперболического типа, что показано на рисунке 1 б:

$$\{y = a x^n, a > 0, n < 0\}. \quad (4)$$

В соответствии с (4) механико-математическая модель уплотнения грунта будет иметь вид

$$E = ar^k, a > 0, k < 0, r_0 < r < r_{\max}, \quad (5)$$

где  $r_{\max}$  – радиус зоны уплотнения, по рекомендациям СНиП  $r_{\max}$  составляет не менее трех диаметров сваи;  $E$  – модуль деформации грунта в уплотненной зоне.

Из (5) при условии  $r = r_{\max}$  будет иметь место

$$E_0 = ar_{\max}^k, \quad (6)$$

откуда получим  $a = \frac{E_0}{r_{\max}^k}$ .

Параметр  $k$  определяется методом компьютерного моделирования на основании результатов натурального эксперимента (см. данные объектов 1, 2, 3). Проанализировав результаты моделирования, получаем, что  $k = -\mu$ . Подставляя полученные значения  $a$  и  $k$  в (5) для модели уплотнения грунта, получим следующее:

$$E = \frac{E_0}{r_{\max}^k} r^k = E_0 \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^k. \quad (7)$$

Поставим в соответствие зоне уплотнения некоторое эквивалентное по несущей способности однородное грунтовое основание с модулем деформации  $E_{\text{экв}}$ . Деформационный потенциал этой зоны будет

$$W_{\text{экв}} = E_{\text{экв}} (r_{\max} - r_0), \quad (8)$$

если  $r_0 = 0$ , т.е. если не учитывается материал сваи, то

$$W_{\text{экв}} = E_{\text{экв}} r_{\max}. \quad (9)$$

Считая, что уплотнение происходит по гиперболическому закону (5), получим:

$$W_{\text{зип}} = \int_{r_0}^{r_{\max}} E dr = \int_{r_0}^{r_{\max}} ar^k dr = \frac{a}{1+k} r_{\max}^{k+1}. \quad (10)$$

Из условия построения эквивалентного грунтового основания следует

$$E_{\text{экв}} r_{\max} = \frac{a}{k+1} r_{\max}^{k+1}, \quad (11)$$

откуда

$$E_{\text{экв}} = \frac{a}{k+1} r_{\max}^k, \quad (12)$$

Подставив (6) в (12), получим

$$E_{\text{экв}} = \frac{E_0}{k+1}, k < 0. \quad (13)$$

Рассмотрим случай, когда  $r_0 = r_c$ , тогда из (8) получим

$$W_{\text{экв}} = E_{\text{экв}} (r_{\max} - r_c), \quad (14)$$

$r_c$  – радиус сваи.

Раскрывая интеграл (10) при  $r_0 = r_c$  по теореме о среднем значении и учитывая, что согласно (5)  $E_{э\kappa\beta} = ar_i^k$ , будем иметь

$$W_{\text{зун}} = a \int_{r_c}^{r_{\text{max}}} r^k dr = (r_{\text{max}} - r_c) ar_i^k = (r_{\text{max}} - r_c) E_{\text{э\kappa\beta}}, \quad (15)$$

что полностью соответствует (14).

Раскрывая интеграл (10) по общему методу интегрирования, получим

$$W_{\text{зун}} = a \int_{r_c}^{r_{\text{max}}} r^k dr = \frac{a}{k+1} (r_{\text{max}}^{k+1} - r_c^{k+1}). \quad (16)$$

Из (15) и (16) следует

$$\frac{a}{1+k} (r_{\text{max}}^{k+1} - r_c^{k+1}) = (r_{\text{max}} - r_c) E_{\text{э\kappa\beta}}, \quad (17)$$

откуда

$$E_{\text{э\kappa\beta}} = \frac{a}{1+k} \frac{r_{\text{max}}^{k+1} - r_c^{k+1}}{r_{\text{max}} - r_c}. \quad (18)$$

Разложив числитель уравнения (18), получим:

$$\begin{aligned} r_{\text{max}}^{k+1} - r_c^{k+1} &= (r_{\text{max}} - r_c) (r_{\text{max}}^k + r_c \frac{r_{\text{max}}^k}{r_{\text{max}}} + r_c^2 \frac{r_{\text{max}}^k}{r_{\text{max}}^2} + \dots) = (r_{\text{max}} - r_c) r_{\text{max}}^k (1 + \frac{r_c}{r_{\text{max}}} + \frac{r_c^2}{r_{\text{max}}^2} + \dots) = \\ &= (r_{\text{max}} - r_c) r_{\text{max}}^k \frac{1}{1 - \frac{r_c}{r_{\text{max}}}} = (r_{\text{max}} - r_c) r_{\text{max}}^k \frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{max}} - r_c} = r_{\text{max}}^{k+1}, \text{ т.к. } \frac{r_c}{r_{\text{max}}} < 1. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$E_{\text{э\kappa\beta}} = \frac{a}{1+k} \frac{r_{\text{max}}^{k+1}}{r_{\text{max}} - r_c} = \frac{E_0}{1+k} \frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{max}} - r_c}. \quad (19)$$

Сравнивая (19) и (13), получаем, что  $E_{\text{э\kappa\beta}}$  при учете тела сваи возрастает в  $\alpha = \frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{max}} - r_c}$  раз,

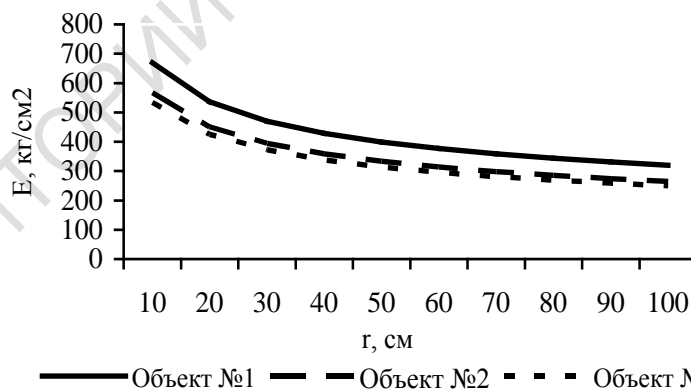


Рисунок 3 – Механико-математическая модель уплотнения грунта

причем при увеличении  $r_c$  величина  $\alpha$  также увеличивается, что полностью соответствует физической сути уплотнения. При  $r_c = 0$  уравнение (19) преобразуется в уравнение (13). Следовательно, уравнение (13) является частным случаем уравнения (19).

Механико-математическая модель уплотнения грунта для трех рассматриваемых объектов показана на рисунке 3.

Значения модулей деформации эквивалентного грунтового основания для трех рассматриваемых объектов были вычислены по формулам (13) и (19). Причем  $r_{\text{max}}$  принят равным пяти диаметрам сваи. Результаты вычислений представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения модулей деформации эквивалентного грунтового основания (МПа)

Объект №1		Объект №2		Объект №3	
$E_{э\kappa\text{в}}^1$	$E_{э\kappa\text{в}}^2$	$E_{э\kappa\text{в}}^1$	$E_{э\kappa\text{в}}^2$	$E_{э\kappa\text{в}}^1$	$E_{э\kappa\text{в}}^2$
47,1	52,3	39,6	44,0	37,3	41,4

$E_{э\kappa\text{в}}^1$  и  $E_{э\kappa\text{в}}^2$  – значения модулей деформации эквивалентного грунтового основания, вычисленные по формулам (13) и (19) соответственно.

**Сравнительный анализ решений.** Сравнение смещения винтовой сваи при действии вдавливающей нагрузки, полученное методом натурального эксперимента и методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования по разработанному решению, представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Осадка винтовой сваи в эквивалентном грунтовом основании (мм)

P(кН)	Объект №1			Объект №2			Объект №3		
	$S_{оп}$	$S_{нел}^1$	$S_{нел}^2$	$S_{оп}$	$S_{нел}^1$	$S_{нел}^2$	$S_{оп}$	$S_{нел}^1$	$S_{нел}^2$
50	0,4	0,6	0,5	0,4	0,7	0,7	0,2	0,8	0,7
100	1,2	1,2	1,1	1	1,5	1,4	0,9	1,4	1,3
150	2,3	2,6	2,4	2,1	2,5	2,3	1,9	2,2	2,1
200	4,0	4,0	3,8	3,7	3,7	3,6	3,2	3,1	3,1
250	6,7	6,2	5,7	6,9	5,1	5,1	5,5	4,1	4,1

$S_{оп}$  – опытные значения осадки винтовой сваи с лопастью;  $S_{нел}^1$  и  $S_{нел}^2$  – значения осадки винтовой сваи при условии неупругого деформирования эквивалентного грунтового основания, полученные по формулам (13) и (19) соответственно.

Данные таблицы 2 показывают близость значений осадок винтовой сваи, полученных экспериментальным путем и методом компьютерного моделирования по выведенным формулам при условии нелинейного деформирования грунта.

**Заключение.** Предложенная методика и методы математического и компьютерного объектно-ориентированного моделирования учета уплотнения грунтового основания винтовой сваи являются эффективным аппаратом исследования взаимодействия винтовой сваи с грунтом при условии его нелинейного деформирования и могут быть использованы в практике проектирования оснований фундаментов на основе винтовых свай.

## Литература

1. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твердых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
2. Кравцов, В.Н. Эффективность использования винтовых свай в сложных грунтовых условиях Беларуси / В.Н. Кравцов, Л.С. Чеботарь // Геотехника: научные и прикладные аспекты строительства надземных и подземных сооружений на сложных грунтах: межвузовский тематический сборник трудов / СПбГАСУ; редкол. Р.А. Мангушев [и др.]. – СПб. : СПбГАСУ, 2008. – С. 186–191.
3. Никитенко, М.И. Буроинъекционные анкеры и сваи при возведении и реконструкции зданий и сооружений / М.И. Никитенко. – Минск : БНТУ, 2007. – 580 с.
4. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах / М.А. Журавков. – Минск : БГУ, 2002. – 456 с.
5. Рекомендации по проектированию и устройству металлических винтовых свай и анкеров для сооружений в грунтовых условиях Республики Беларусь. – Минск : УП «УП Институт БелНИИС», 2006. – 57 с.

<sup>1</sup>Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

<sup>2</sup>Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации