

## Ограничения на СВЧ магнитную проницаемость материалов

К. Н. РОЗАНОВ, А. В. ОСИПОВ

**Введение.** Частотные зависимости СВЧ магнитной проницаемости многих материалов имеют сложную форму. Анализ таких зависимостей является актуальной проблемой, позволяя, в частности, получать оценки предельно возможных значений СВЧ проницаемости. В связи с этим большое значение приобретают соотношения между параметрами магнитных спектральных линий, т. к. с помощью таких соотношений можно уменьшить число независимых переменных, используемых при описании магнитных спектров.

В простейшем случае зависимость комплексной магнитной проницаемости  $\mu = \mu' + i\mu''$  от частоты  $f$  подчиняется закону дисперсии Лоренца:

$$\mu(f) = 1 + \frac{\mu_s - 1}{1 - if/f_1 - (f/f_0)^2}, \quad (1)$$

где  $\mu_s$  – статическая магнитная проницаемость,  $f_0$  – резонансная частота,  $f_1$  – частота релаксации. Согласно (1), действительная часть магнитной проницаемости приблизительно равна  $\mu_s$  до частот порядка  $f_0$ , а на более высоких частотах  $\mu'$  резко падает. Таким образом,  $f_0$  можно считать частотой отсечки магнитной проницаемости. Для многих магнетиков  $\mu_s$  и  $f_0$  связаны между собой законом Снука [1]:

$$(\mu_s - 1) \cdot f_0 = (2/3) \gamma 4\pi M_0, \quad (2)$$

где  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения материала,  $\gamma \approx 3$  ГГц/кЭ. Следовательно, чем выше статическая проницаемость материала, тем на более низких частотах он перестает проявлять динамические магнитные свойства. Мерой высокочастотных магнитных свойств материала является величина в правой части (2), называемая константой Снука  $S$ .

Закон Снука связывает параметры спектра магнитной проницаемости – амплитуду и положение пика поглощения, которые существенно зависят от кристаллической и магнитной структуры материала, – с намагниченностью насыщения, определяемой только его составом. Закон Снука следует из уравнения Ландау–Лифшица, описывающего ферромагнитный резонанс (ФМР) в однодоменной сферической частице. Хорошо известно также, что этот закон справедлив и для магнитных спектров, соответствующих резонансу доменных границ [1].

Обобщение (2) на случай, когда магнитный спектр имеет сложную (нелорентцевскую) форму, а магнитные частицы несферичны и заключены в немагнитную матрицу, образуя композит с концентрацией магнитной фазы  $p$  и случайной ориентацией магнитных частиц, предложено в [2]. В рассмотрение включен также случай гексагональных ферритов, где кроме поля магнитной анизотропии  $H_\phi$ , определяющего легкую магнитную ось, следует учитывать и поле анизотропии  $H_\theta$ , задающее плоскость легкого намагничивания, что приводит к соотношению

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mu''(f) f df = p(\gamma' 4\pi M_0)^2 \left( 1 - \frac{3N_z}{4\pi} + \frac{H_\phi + H_\theta}{4\pi M_0} \right), \quad (3)$$

где  $N_z$  – фактор размагничивания магнитных частиц в направлении, параллельном их магнитному моменту. Таким образом, в отличие от (2), в правую часть (3) входят структурно-чувствительные параметры материала, что делает это соотношение менее удобным для оценок.

Если магнитные частицы имеют форму тонких пленок и их собственный магнитный момент лежит в области пленки, то (3) можно переписать в виде:

$$(\mu_s - 1) \cdot f_0^2 = (1/3)p(\gamma 4\pi M_0)^2. \quad (4)$$

Из (4) видно, что тонкие ферромагнитные пленки могут обладать наибольшими значениями СВЧ магнитной проницаемости из всех магнитных материалов. Например, для частоты

ФМР, равной 3 ГГц и намагниченности насыщения  $4\pi M_0=2,15$  Т из (1) следует  $\mu_s \sim 14,3$ . С учетом того, что материал для СВЧ применений должен быть непроводящим, т. е., композитным, в (1) следует учесть концентрацию включений. Предельное наполнение композитов со сферическими частицами железа на практике не превышает  $p \sim 0,4$ , и окончательно получаем  $\mu_s \sim 6,3$ . Для гексагональных ферритов, с учетом меньшей, чем у ферромагнетиков, намагниченности насыщения и сильного поля анизотропии  $H_0$ , правая часть (3) составляет обычно 150–200 ГГц<sup>2</sup>, что дает  $\mu_s=6-8$ . Композитные материалы на основе гексагональных ферритов могут иметь  $p$  до 0,5, что соответствует  $\mu_s=3,5-4,5$ . Для композитов на основе тонких ферромагнитных пленок [3] реалистичной оценкой предельной концентрации можно считать  $p \sim 0,1$ , откуда следует  $\mu_s=14,3$ . Аналогичные оценки сделаны в литературе для случаев применения магнитных материалов в качестве радиопоглопителей [4] и подложек полосковых антенн [5].

Данная работа посвящена проблеме оценки предельных СВЧ параметров реальных магнетиков, что важно для оптимизации их свойств. Приведен строгий вывод соотношения (3) и рассмотрены границы его применимости. Обсуждается влияние на соотношения (2–4) наличия доменной структуры, скин-эффекта, магнитных потерь и неоднородности магнитного материала и даны примеры применения этих соотношений при анализе свойств реальных материалов.

**Интегральные формулировки ограничений.** Соотношение (3) было предложено в [2] на основании эмпирических соображений. Для строгого доказательства, используем известный подход для получения интегральных соотношений, связывающих функции отклика. Из теоремы Коши следует, что для любой частотной функции отклика  $F$  справедливо соотношение:

$$\operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} F(f) df = \frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \left[ \lim_{f \rightarrow \infty} (fF(f)) \right]. \quad (5)$$

Рассмотрим  $F=if(\mu-1)$  и будем считать, что функция  $\mu(f)$  представляет собой сумму лоренцевых членов вида (1), где параметры  $(\mu_s-1)$ ,  $f_0$  и  $f_1$  заменены парциальными значениями восприимчивости  $\chi_{s,i}$ , резонансной частоты  $f_{r,i}$  и частоты релаксации  $f_{d,i}$ , каждое из которых соответствует  $i$ -му лоренцеву члену. Определив отсюда ВЧ асимптотику в правую части (5), получим:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \mu'' f df = \sum_i 4\pi \chi_{s,i} f_{r,i}^2. \quad (6)$$

Несколько различных лоренцевых членов могут проявляться в дисперсионном законе вследствие возможного разброса свойств магнитного материала, эффекта доменной структуры и т. п. Однако, для каждого из этих членов справедливо (4) с правой частью, зависящей только от намагниченности насыщения материала, одинаковой для всех этих членов. Следовательно, для всех них справедливо и уравнение (3), а соотношение (6) применимо к магнитному материалу с произвольным законом частотной дисперсии магнитной проницаемости.

Известно, что для изотропных композитных материалов, в которых проницаемость включений  $\mu_i$  близка к единице, а матрица немагнитна, правило смешения имеет вид [6]:

$$\mu = \left( 1 + p(\mu_i^{1/3} - 1) \right)^3 \approx 1 + p(\mu_i - 1). \quad (7)$$

Так как  $\mu \rightarrow 1$  при  $f \rightarrow \infty$ , именно оно справедливо для любого композита при очень высоких частотах. Следовательно, высокочастотная восприимчивость композитного материала равна усредненной восприимчивости включений. Подставляя (7) в (6), приходим к (3).

Приведенное доказательство позволяет определить условия применимости соотношения (3). Прежде всего, применение (5) подразумевает, что подынтегральное выражение является четной функцией частоты, не имеет полюсов в нижней полуплоскости комплексных частот и пропорционально  $1/f^2$  при  $f \rightarrow \infty$ . Два первых условия следуют из фундаментальных свойств магнитной проницаемости, последнее справедливо только если частотная зависимость проницаемости подчиняется обобщенному лоренцеву закону, в котором все резонансные частоты конечны. Если  $f_{r,i} \rightarrow \infty$ , т. е., хотя бы один из членов соответствует дебаевскому закону дисперсии, интеграл в левой части (3) расходится. Отметим, что, строго говоря, к расходимости ведет и использование уравнения Ландау–Лифшица с диссипативным членом в форме Гилберта, из которого также следует проницаемость, пропорциональная  $1/f$  при  $f \rightarrow \infty$ . Кроме этого, к расходимости интеграла приводит и наличие скинирования, см. ниже.

Для случая дебаевской частотной зависимости также можно получить интегральное ограничение, выбирая в качестве подынтегральной функции  $F=\mu-1$ . Тогда вместо (3) имеем

$$\int_0^{\infty} (\mu'(f)-1) df = \frac{\pi}{2} pS, \quad (8)$$

где  $S$  – константа Снука. Необходимо отметить, что для лоренцева закона дисперсии интегрирование в левой части (8) дает нуль и само равенство (8) не выполняется.

**Влияние различных факторов на значения интеграла Аше.** Из предыдущего рассмотрения видно, что соотношение (3) справедливо и для случая неоднородной магнитной структуры, включающей в себя области с различными магнитными свойствами. При этом в правую часть (3) войдет просто соответствующий параметр, усредненный по всем таким областям. Частным случаем неоднородной магнитной структуры является наличие доменной структуры во включениях. Задача определения предельных значений высокочастотной магнитной проницаемости была решена для этого случая в [7] на примере полосовой доменной структуры в тонкой ферромагнитной пленке; показано, что при этом соотношение (3) также выполняется. С учетом этого можно предположить, что (3) справедливо для произвольной доменной структуры. Отметим, что в предположении перпендикулярности собственного магнитного момента материала и направления полосовых доменов [8] получается двукратное превышение произведения статической восприимчивости на квадрат резонансной частоты по сравнению с правой частью (4).

Если неоднородность материала сводится к разбросу параметров отдельных его участков, то это приводит к размыванию магнитной дисперсионной зависимости. При этом положение максимума поглощения  $f_{\max}$  смещается в область низких частот по сравнению с резонансной частотой. Для оценок высокочастотных значений  $\mu$  в интересах практических применений важна величина  $f_{\max}$ ; именно она, а не истинная резонансная частота  $f_0$  (т. е., частота, на которой  $\mu'$  переходит через единицу) определяет частоту отсечки магнитной проницаемости. При этом реальные СВЧ свойства магнетика будут хуже, чем это следует из (3) или (4). Показано [9], что чем выше значение статической магнитной проницаемости, тем более размытой получается магнитная дисперсионная зависимость и тем хуже высокочастотные магнитные свойства материала становятся по сравнению с пределом, задаваемым (3). При достаточно большом размывании вместо (4) выполняется соотношение, близкое к (1):

$$(\mu_s - 1)f_{\max} = \left(\sqrt{1 + \alpha^2}/\alpha\right)S, \quad (9)$$

где  $\alpha$  – параметр затухания Гильберта.

Случай, когда на частицах существенен скин-эффект, рассмотрен в [3]. Скинирование искажает частотную зависимость  $\mu$ . Если для собственной магнитной проницаемости материала выполняется дисперсионный закон (1), то скинирование преобразует его в сумму лоренцевых членов, резонансные частоты которых остаются теми же, а частоты релаксации определяются скин-эффектом. Таким образом, положение резонансной частоты, определяемое из условия  $\mu'=1$ , остается прежним, и могло бы показаться, что соотношение (3) по-прежнему выполняется. Однако, кроме серии резонансов, упомянутых выше, скин-эффект приводит к возникновению еще одной серии резонансов эффективной проницаемости, имеющих бесконечную резонансную частоту. Наличие этих резонансов приводит к расходимости интеграла в левой части (3), хотя их вклад начинает сказываться только на очень высоких частотах, а на СВЧ в большинстве материалов им можно пренебречь. Заметим еще, что наличие скинирования также размывает дисперсионную зависимость; численные закономерности здесь такие же, что и в случае неоднородного материала, и, точно так же, на практике будет выполняться закон Снука в форме (8) или (9).

**Определение интегральных констант из экспериментальных данных.** В [2] применение соотношения (3) к экспериментальным данным проиллюстрировано прямым интегрированием данных. Показано, что в случае, если дисперсионная зависимость размыта, значение интеграла в левой части (3) определить не удастся. Таким образом, проблема с использованием интегральных соотношений заключается в точном определении интеграла: измерение магнитной проницаемости всегда проходит в ограниченном частотном диапазоне, а интегрирование должно осуществляться по всем частотам, от нуля до бесконечности. Вклад обрезанных частей частотного диапазона может быть велик и, по крайней мере, должен быть оценен.

В [3] предложен метод определения интеграла (3) с использованием аппроксимации экспериментальных данных суммой лоренцевых дисперсионных зависимостей. Такой метод позволяет проводить достаточно точную оценку значений интеграла при условии, что резонансные частоты всех аппроксимирующих лоренцевых зависимостей лежат в пределах измеренного диапазона частот. При анализе данных следует также тщательно рассматривать возможное влияние неоднородностей измерительного тракта; при аппроксимации вклад таких неоднородностей может интерпретироваться как дополнительный резонанс и вносить достаточно большую погрешность в результат определения предельно возможных значений высокочастотной магнитной проницаемости из экспериментальных данных.

Альтернативным подходом может быть анализ асимптотического поведения магнитной проницаемости. Как показано выше, значения интегралов в левых частях (3) и (8) связаны с высокочастотными асимптотиками  $\mu$ . Поэтому область частот, в которой происходит выход на высокочастотные асимптотические значения,  $\mu''(f) \times f = (\mu_s - 1) \times f_1$  для (8) и  $\mu'(f) \times f^2 = -(\mu_s - 1) \times f_0^2$  для (3), также можно использовать для оценки интегралов. При этом асимптотическими значениями можно считать такие, когда величина в правой части просто не изменяются на протяжении ограниченного частотного диапазона. Экспериментальные примеры применения этого метода будут представлены в следующих публикациях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты №№ 05-08-01212 и 06-08-00877.

**Abstract.** A fundamental constraint on the high-frequency permeability is under study. A rigorous derivation of the constraint is given for the case of magnetic composites, and the validity limits of the derivation are found. The contribution from the domain structure and inhomogeneities of the material, as well as the effect of eddy currents, are considered. With these factors accounted for, the constraint is shown to hold for microwave permeability. Certain conditions are found that allow the constraint to be overcome. A comparison of the highest allowable values of microwave permeability is made for magnetic composites filled with either ferromagnetic or ferromagnetic inclusions of either spherical or flake-like shape, with the purpose of estimating the utility of magnetic materials in certain microwave applications. Approaches are described to the determination of the constraining values from measured data on the microwave permeability. The key factor determining the utility of magnetic materials for microwave applications is shown to be narrow width of magnetic loss peak.

### Литература

1. J.L. Snoek, Dispersion and absorption in magnetic ferrites at frequencies above one Mc/s, *Physica*, **14** (1948) 207–217.
2. A.L. Adenot, O. Acher, T. Taffary, and L. Longuet, Sum rules on the dynamic permeability of hexagonal ferrites, *J. Appl. Phys.* **91** (2002) 7601–7603.
3. A.N. Lagarkov, A.V. Osipov, K.N. Rozanov, S.N. Starostenko, Microwave composites filled with thin ferromagnetic films, *Proc. of Symp. R of ICMAT 2005, July 3–8, 2005, Singapore*, pp. 74–77.
4. К. Н. Розанов, С. Н. Старостенко, Влияние дисперсии магнитной проницаемости на широкополосность магнитных радиопоглотителей, *Радиотехн. и эл.* **48** (2003) 715–723.
5. P. Ikonen, K.N. Rozanov, A.V. Osipov, S.A. Tretyakov, Magneto-Dielectric Substrates in Antenna Miniaturization: Potential and Limitations, accepted in *IEEE Trans. AP* **57** (Nov. 2006).
6. L.D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, Oxford: Pergamon, 1984.
7. N.A. Buznikov, K.N. Rozanov, The effect of stripe domain structure on dynamic permeability of thin ferromagnetic films with out-of-plane anisotropy, *J. Magn. Magn. Mater.*, **285** (2004) 314.
8. A.G. Gurevich, G.A. Melkov, *Magnetization Oscillations and Waves*, CRC Press, NY, 1996.
9. A.N. Lagarkov, K.N. Rozanov, N.A. Simonov, S.N. Starostenko, Microwave permeability of magnetic films, In: *Handbook of advanced magnetic materials*, Ed. D. J. Sellmyer et al., Tsinghua University Press, Beijing–Springer, vol. 4, Chapter 13, pp. 414–445, 2005.