

УДК 512.542

Существование не p -разрешимых групп с заданными свойствами силовских p -подгрупп

В. Н. Тютянов

В работе [1] содержится вопрос 5.4: существует ли не p -разрешимая группа G с различными неабелевыми силовскими p -подгруппами P и Q такими, что $P \subseteq \bigcup_{x \in G} Z(Q)^x$?

В настоящей заметке мы покажем, что ответ на вопрос 5.4 [1] положительный. Обозначения и терминология соответствуют работе [2].

Рассмотрим простую группу Титса ${}^2F_4(2)'$. Из [2] следует, что силовская 3-подгруппа R группы Титса является неабелевой группой экспоненты 3 и имеет порядок 3^3 т.е. $R = \langle x, y, z \mid x^3 = y^3 = z^3 = 1, xy = yxz, xz = zx, yz = zy \rangle$. Из таблицы характеров [2] следует, что в группе Титса имеется в точности один класс сопряженных элементов порядка 3 (3A). Зафиксируем две различные силовские 3-подгруппы P и Q в группе ${}^2F_4(2)'$. Пусть $1 \neq y \in P$. Поскольку все элементы порядка 3 сопряжены в группе ${}^2F_4(2)'$, то найдется $x \in {}^2F_4(2)'$ такой, что $y^{x^{-1}} = z \in Z(Q)$. Из последнего включения следует, что $y \in Z(Q)^x$. Так как y — произвольный элемент подгруппы P , то $P \subseteq \bigcup_{x \in G} Z(Q)^x$.

Автору неизвестно, имеются ли еще простые неабелевы группы, удовлетворяющие условиям вопроса 5.4 [1]. Поэтому естественным является.

Вопрос. Перечислить простые неабелевы группы, удовлетворяющие условиям вопроса 5.4 [1].

Abstract. Non- p -solvable groups with given properties of Silow p -subgroups are considered in the paper.

Литература

1. Berkovich, Y. Indices of elements and normal structure of finite groups / Y. Berkovich, L. Kazarin // J. Algebra. — 2005. — V. 283. — P. 564–583.
2. Conway, Y.H. Atlas of finite groups / Y. H. Conway, R. T. Curtis, S. P. Norton, R. A. Parker, R. A. Wilson // Oxford, 1985.