УДК 530.182 : 535+537.311.33

О НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТАХ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

Ю. А. Романов

Показано, что периодические полупроводниковые структуры (ПЕС), состоящие из большого числа чередующихся тонких ($< 10^{-5}$ см) слоев разного типа проводимости, обладают большими нелинейностями, которые имеют квантовую природу и обусловлены сильной непараболичностью закона дисперсии в энергетических подзонах ППС. Эти нелинейности могут быть использованы для преобразования спектра электромагнитного сигнала и изучения зонной структуры ППС.

Периодические полупроводниковые структуры (ППС) представляют собой системы, состоящие из большого числа чередующихся слоев разного типа проводимости. Если толщины отдельных слоев достаточно малы, то в ППС существует ярко выраженный одномерный периодический потенциал. Наличие такого потенциала может привести к разбиению энергетических зон массивного полупроводника на совокупность одномерных подзон [1, 2]. В отличие от естественных кристаллов ППС обладают довольно большими периодами (как правило больше 100 Å) и узкими (обычно $\leqslant 0.1$ эв) разрешенными и запрещенными подзонами. В частности, может быть реализована структура, в которой запрещенные подзоны гораздо шире разрешенных, что, по-видимому, не реализуется в естественных кристаллах. Чрезвычайно важным обстоятельством является также тот факт, что характер подзон в ППС можно варьировать в определенных пределах, применяя различные технологические приемы.

Узость разрешенных и запрещенных подзон обусловливает сильную непараболичность закона дисперсии электрона. Несложные расчеты приводят к следующим соотношениям:

$$\mathcal{E}_\nu(k) = \mathcal{E}_\nu + (-1)^{\nu+1}\frac{\Delta\mathcal{E}_\nu}{2}\cos(2kd), \tag{1}$$

если разрешенные подзоны у́же запрещенных, и

$$\mathcal{E}_\nu(k) = \mathcal{E}_{g\nu} \pm \sqrt{\frac{\Delta\mathcal{E}_{g\nu}^2}{4} + \left(\frac{2\hbar\Delta k_\nu d}{T_\nu}\right)^2}, \quad \Delta k_\nu = k \pm \frac{\nu\pi}{2d}, \quad \Delta k_\nu d \ll 1, \tag{2}$$

если разрешенные подзоны шире запрещенных. Здесь ε_ν и $\varepsilon_{g\nu}$ — середины разрешенных и запрещенных подзон соответственно; $\Delta\varepsilon_\nu$ и $\Delta\varepsilon_{g\nu}$ — их ширина, ν — номер подзоны, $2d$ — период ППС, $\hbar k$ — одномерный квазиимпульс электрона, T_ν — величина с размерностью времени, равная в квазиклассическом приближении времени пролета классического электрона данной энергии между соседними минимумами периодического потенциала.

Наличие подзонной структуры в ППС должно приводить к появлению в них больших нелинейных эффектов, в частности, к эффективному умножению частот электромагнитного сигнала. Причиной нелинейных эффектов может служить как указанная сильная непараболичность закона дисперсии [3], так и межподзонные переходы.

В настоящей работе исследуется умножение частот, обусловленное непараболичностью закона дисперсии в подзонах ППС. Для простоты рассмотрение ограничено случаем, когда электроны заполняют лишь первую подзону и межподзонные переходы несущественны.

Пусть ППС обладает электронным типом проводимости. Электрический ток, возникающий под действием электрического поля

$$\mathbf{E}=\sum_\lambda \mathbf{E}_\lambda \exp(-i\omega_\lambda t),$$

запишем в виде

$$j=\frac{2e}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{dt_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right)\int f_0(\mathbf{k})\,\frac{\partial\mathscr{E}(\mathbf{k}+\Delta\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}}\,\frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \tag{3}$$

где τ — время свободного пробега электрона, f_0 — равновесная функция распределения, t_0 — момент последнего столкновения данного электрона,

$$\Delta\mathbf{k}=\frac{ie}{\hbar}\sum_\lambda\frac{\mathbf{E}_\lambda}{\omega_\lambda}\left[\exp(-i\omega_\lambda t)-\exp(-i\omega_\lambda t_0)\right]. \tag{4}$$

При выводе (3) считалось, что после столкновений электроны описываются равновесной функцией распределения.[1]

Пусть электрическое поле направлено вдоль структуры. Подставляя в (3) дисперсионное соотношение (1) и максвелловское распределение вместо f_0, получим

$$j=\frac{nedI_1}{\hbar I_0}\Delta\mathscr{E}\int\limits_0^\infty\frac{dt_1}{\tau}\exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)\sin\left\{\frac{2ied}{\hbar}\sum_\lambda\frac{E_\lambda}{\omega_\lambda}\exp(-i\omega_\lambda t)\left[1-\exp(i\omega_\lambda t_1)\right]\right\}, \tag{5}$$

где $I_{0,\,1}\equiv I_{0,\,1}\left(\frac{\Delta\mathscr{E}}{2\varkappa T}\right)$ — функции Бесселя мнимого аргумента, n — концентрация электронов. В случае $\omega_\lambda=0$ (постоянное электрическое поле) из (5) следует

$$j=\frac{2ne^2d^2I_1}{\hbar^2I_0}\Delta\mathscr{E}\,\frac{E\tau}{1+(2edE\tau\hbar^{-1})^2}. \tag{6}$$

Выражение (6) согласуется с соответствующим результатом работы [1]. Впервые на зависимость подобного типа было указано в [4].

В случае

$$\tau\gg\omega^{-1},\ \tau_0$$

(τ_0 — время адиабатического включения поля, т. е. $(Im\,\omega_\lambda)^{-1}$).

$$j=\frac{nedI_1}{\hbar I_0}\Delta\mathscr{E}\sin\left[\frac{2ied}{\hbar}\sum_\lambda\frac{E_\lambda}{\omega_\lambda}\exp(-i\omega_\lambda t)\right]. \tag{7}$$

В промежуточных случаях упростить выражение (5) не удается. Если поля не очень велики, то возможно разложение в ряд по E_λ. Ограничиваясь кубическими слагаемыми, получим

$$j=i\frac{2ne^2d^2I_1}{\hbar^2I_0}\Delta\mathscr{E}\left\{\sum_\lambda\frac{E_\lambda}{\omega_\lambda+i\tau^{-1}}\exp(-i\omega_\lambda t)+\frac{2e^2d^2}{3\hbar^2}\sum_{\lambda\mu\nu}\left[1-\frac{3}{1-i\omega_\lambda\tau}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{1-i(\omega_\lambda+\omega_\mu)\tau}-\frac{1}{1-i(\omega_\lambda+\omega_\mu+\omega_\nu)\tau}\right]\frac{E_\lambda E_\mu E_\nu}{\omega_\lambda\omega_\mu\omega_\nu}\exp\left[-i(\omega_\lambda+\omega_\mu+\omega_\nu)t\right]\right\}. \tag{8}$$

Рассмотрим утроение частоты. Пусть в ППС имеется поле, равное $2E\cos\omega t$. Согласно (8), это поле возбуждает ток

---

[1] Такой же результат следует и из кинетического уравнения, если интеграл столкновений записать в виде $(\partial f/\partial t)_{\text{ст.}}=(f-f_0)/\tau$.

$$j=\frac{2ne^2d^2I_1}{\hbar^2I_0}\Delta\mathscr{E}\left\{\frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}2E(\cos\omega t+\omega\tau\sin\omega t)-\frac{8e^2d^2\tau^3E^3}{\hbar^2(1+\omega^2\tau^2)(1+4\omega^2\tau^2)}\times\right.$$
$$\left.\times\left[3(\cos\omega t+2\omega\tau\sin\omega t)-\frac{(11\omega^2\tau^2-1)\cos 3\omega t+6\omega\tau(\omega^2\tau^2-1)\sin 3\omega t}{1+9\omega^2\tau^2}\right]\right\}. \qquad (9)$$

Первый член в квадратных скобках описывает самовоздействие, второй — утроение. При $\omega\tau\gg1$, $\tau\ll\tau_0$ вместо (9) имеем

$$j=\sigma_0\left\{\left[1-9\left(\frac{2E}{E^*}\right)^2\right]2E\sin\omega t+\left(\frac{2E}{E^*}\right)^2 2E\sin 3\omega t\right\}, \qquad (10)$$

где $\sigma_0=\frac{2ne^2d^2I_1}{\hbar^2\omega I_0}$ — линейная проводимость, $E^*=\frac{\sqrt{6}\,\hbar\omega}{ed}$ — эффективное поле, при котором нелинейная проводимость сравнивается с линейной. Коэффициент преобразования по мощности первой гармоники в третью в этом случае равен

$$\eta=\frac{16\pi^2x^2\sigma_0^2\sqrt{\mathscr{E}(3\omega)}}{c^2\sqrt{\mathscr{E}(\omega)}\left(\sqrt{\mathscr{E}(3\omega)}+\sqrt{\mathscr{E}(\omega)}\right)}\left(\frac{2E}{E^*}\right)^4, \qquad (11)$$

при $x\ll l$. Здесь x — расстояние, проходимое волной, $l=\frac{2\pi c}{\omega\left(\sqrt{\mathscr{E}(\omega)}-\sqrt{\mathscr{E}(3\omega)}\right)}$ — длина когерентности, $\mathscr{E}(\omega)=\mathscr{E}_0-\frac{\sigma_0(\omega)}{\omega}$, $\mathscr{E}_0$ — диэлектрическая проницаемость решетки. Например, при $d=5\cdot10^{-6}$ см, $n=10^{12}$ см$^{-3}$, $\Delta\mathscr{E}=0.1$ эв, $\mathscr{E}_0=15$, $\omega=10^{12}$ рад./сек., $2E=0.1E^*$, $\varkappa T\ll\Delta\mathscr{E}$ имеем $E^*=1$CGSE, $\eta=3x^2$, $l=1.5$ см (x — в сантиметрах), т. е. в этом случае возможна почти полная перекачка энергии падающей волны в третью гармонику.

Рассмотрим смешение частот. Пусть в ППС имеется две волны с частотами ω и $\frac{1}{2}(\omega+\Omega)$, так что

$$E=2E_1\cos\omega t+2E_2\sin\left[\frac{1}{2}(\omega+\Omega)t\right]. \qquad (12)$$

Под действием этого поля возбуждается нелинейный ток, имеющий составляющую, пропорциональную $2E_1\sin\Omega t$. Величина этого тока, согласно (8), равна

$$j_\Omega=\frac{16e^2d^2\omega\tau}{\hbar^2(\omega+\Omega)^2}\sigma_0(\omega)E_2^2E_1\left\{\left[\frac{1}{1+\omega^2\tau^2}\frac{1-\frac{1}{4}(\omega+\Omega)\Omega\tau^2}{\left(1+\frac{1}{4}(\omega+\Omega)^2\tau^2\right)\left(1+\frac{1}{4}\Omega^2\tau^2\right)}+\right.\right.$$
$$\left.+\frac{1-(\omega+\Omega)\Omega\tau^2}{(1+(\omega+\Omega)^2\tau^2)(1+\Omega^2\tau^2)}\right]\cos\Omega t-\left[\frac{1}{1+\omega^2\tau^2}+\frac{1+2\frac{\Omega}{\omega}}{2\left(1+\frac{1}{4}(\omega+\Omega)^2\tau^2\right)}-\right.$$
$$\left.\left.\frac{1+2\frac{\Omega}{\omega}}{(1+(\omega+\Omega)^2\tau^2)(1+\Omega^2\tau^2)}\right]\omega\tau\sin\Omega t\right\}. \qquad (13)$$

В частности, при

$$\omega\tau\gg1,\quad \Omega\tau\ll1$$

имеем

$$j_\Omega=-24\sigma_0(\omega)\left(\frac{2E_2}{E^*}\right)^2 2E_1\sin\Omega t. \qquad (14)$$

Критическое поле в этом существенно меньше, чем при утроении частоты. Реализация этого случая может быть полезной для создания линейного приемника субмиллиметрового диапазона [5].

Для ППС с законами дисперсии отличными от (1) на основании (3) можно написать следующее выражение для тока

$$j=\frac{ine^2}{\hbar^2}\left\{\mathscr{E}_2\sum_\lambda\frac{E_\lambda}{\omega_\lambda+i\tau^{-1}}\exp(-i\omega_\lambda t)-\frac{e^2}{6\hbar^2}\mathscr{E}^{(4)}\sum_{\lambda\mu\nu}\left[1-\frac{3}{1-i\omega_\lambda\tau}+\right.\right.$$

$$+\frac{3}{1-i(\omega_\lambda+\omega_\mu)\tau}-\frac{1}{1-i(\omega_\lambda+\omega_\mu+\omega_\nu)\tau}\Bigg]\times$$

$$\times\frac{E_\lambda E_\mu E_\nu}{\omega_\lambda\omega_\mu\omega_\nu}\exp\left[-i(\omega_\lambda+\omega_\mu+\omega_\nu)t\right]\Bigg\}+\ldots, \tag{15}$$

где

$$\mathscr{E}^{(n)}\equiv\overline{\frac{d^n\mathscr{E}}{dk^n}}\sim\Delta\mathscr{E}d^n,$$

черта означает усреднение по равновесной функции распределения.

Приведенные результаты указывают на существование больших нелинейностей в ППС при сравнительно слабых полях. Эти нелинейности могут быть использованы для эффективного преобразования спектра СВЧ и диагностики зонной структуры ППС.

Литература

[1] L. Esaki, R. Tsu. IBM J. Res. Develop., *14*, 61, 1970.
[2] М. И. Овсянников, Ю. А. Романов, В. Н. Шабанов, Р. Г. Логинова. ФТП, *4*, 2225, 1970.
[3] P. A. Wolf, G. A. Pearson. Phys. Rev. Lett., *17*, 1015, 1966; В. Н. Генкин, П. М. Меднис. Изв. вузов, радиофизика, *11*, 611, 1968.
[4] В. А. Яковлев. ФТТ, *3*, 1983, 1961.
[5] А. М. Белянцев, В. Н. Генкин. Изв. вузов, радиофизика, *12*, 763, 1969.

Поступило в Редакцию
7 апреля 1971 г.