

## Отражение и преломление плоской электромагнитной волны на границе раздела биизотропных сред

В. Н. КАПШАЙ, В. В. КОНДРАТЮК

**1 Введение.** В последнее время активно изучаются электромагнитные свойства биизотропных сред [1-3]. Недавно в литературе велась дискуссия о «распознаваемом существовании» биизотропных сред [4-8]. Поэтому поиск эффектов, позволяющих распознать (идентифицировать) биизотропную среду, свидетельствующих о качественном отличии биизотропных сред от любых других, представляется очень важным [9-12]. Такие эффекты, возникающие, например, при рассеянии плоской электромагнитной волны на биизотропном шаре или на металлическом шаре в биизотропном среде формулируются не самым простым образом. Указание таких эффектов и их изучение в более простом случае отражения и преломления от плоской границы раздела может пролить дополнительный свет на проблему.

**2 Нормальное падение.** Рассмотрим отражение плоской циркулярно поляризованной волны, падающей нормально на плоскую границу раздела (плоскость  $xOy$ ) биизотропная среда 1 – биизотропная среда 2. Электромагнитные свойства биизотропной среды описываются материальными уравнениями [1, с. 13–15]

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + (\chi + i\alpha) \vec{H}; \quad \vec{B} = (\chi - i\alpha) \vec{E} + \mu \vec{H}. \quad (1)$$

При этом параметры среды будем отмечать соответствующим индексом:  $\varepsilon_m, \mu_m, \alpha_m, \chi_m$  ( $m=1$  – первая среда,  $z < 0$ ;  $m=2$  – вторая среда,  $z > 0$ ).

Падающую в среде 1 циркулярно поляризованную волну ( $\lambda = +1$  или  $\lambda = -1$ ) запишем в виде

$$\vec{E}_\lambda^n(\vec{r}, t) = E_\lambda^n (\vec{i} + i\lambda \vec{j}) e^{-i(\omega t - k_\lambda^1 z)}; \quad \vec{H}_\lambda^n(\vec{r}, t) = -b_\lambda^1 \vec{E}_\lambda^n(\vec{r}, t). \quad (2)$$

Пусть отраженная волна есть суперпозиция циркулярно поляризованных волн:

$$\vec{E}^o(\vec{r}, t) = \sum_{\sigma=\pm 1} E_\sigma^o (\vec{i} - i\sigma \vec{j}) e^{-i(\omega t + k_\sigma^1 z)}; \quad \vec{H}^o(\vec{r}, t) = -\sum_{\sigma=\pm 1} b_\sigma^1 E_\sigma^o (\vec{i} - i\sigma \vec{j}) e^{-i(\omega t + k_\sigma^1 z)}. \quad (3)$$

Прошедшую волну также представим аналогичной суперпозицией:

$$\vec{E}^{np}(\vec{r}, t) = \sum_{v=\pm 1} E_v^{np} (\vec{i} + iv \vec{j}) e^{-i(\omega t - k_v^2 z)}; \quad \vec{H}^{np}(\vec{r}, t) = -\sum_{v=\pm 1} b_v^2 E_v^{np} (\vec{i} + iv \vec{j}) e^{-i(\omega t - k_v^2 z)}. \quad (4)$$

В формулах (2)-(4) волновые числа  $k_\pm^m$  в средах 1 и 2 и величины  $b_\pm^m$  есть

$$k_\pm^m = \left( \sqrt{\varepsilon_m \mu_m - \chi_m^2} \pm \alpha_m \right) \omega / c; \quad b_\pm^m = \left( \chi_m \pm i \sqrt{\varepsilon_m \mu_m - \chi_m^2} \right) / \mu_m. \quad (5)$$

Из условий непрерывности тангенциальной составляющей электрического и магнитного полей на границе раздела сред приходим к системе

$$\begin{cases} E_+^o + E_-^o - E_+^{np} - E_-^{np} = -E_0^n; & -b_+^1 E_+^o - b_-^1 E_-^o + b_+^2 E_+^{np} + b_-^2 E_-^{np} = b_\lambda^1 E_0^n; \\ -E_+^o + E_-^o - E_+^{np} + E_-^{np} = -\lambda E_0^n; & b_+^1 E_+^o - b_-^1 E_-^o + b_+^2 E_+^{np} - b_-^2 E_-^{np} = \lambda b_\lambda^1 E_0^n. \end{cases} \quad (6)$$

Из этой системы легко определяем амплитуды прошедших и отраженных волн:

$$E_\lambda^{np} = E_0^n \frac{b_\lambda^1 - b_{-\lambda}^1}{b_\lambda^2 - b_{-\lambda}^1}, \quad E_{-\lambda}^{np} = 0, \quad E_\lambda^o = 0, \quad E_{-\lambda}^o = E_0^n \frac{b_\lambda^1 - b_{-\lambda}^2}{b_\lambda^2 - b_{-\lambda}^1}. \quad (7)$$

Находя векторы Пойнтинга  $\vec{S}$  падающей, прошедшей и отраженной волн нетрудно убедиться, что баланс энергий  $|\vec{S}^n| = |\vec{S}^{np}| + |\vec{S}^o|$  выполняется.

Если  $\alpha_1 = 0$  (среда 1 – среда Теллегена [1]), то возможна линейная поляризация падающей волны. В этом случае отраженная волна также линейно поляризована. При этом, также как и в случае отражения линейно поляризованной волны от границы раздела вакуум – биизотропная среда, имеет место эффект поворота плоскости поляризации отраженной волны относительно плоскости поляризации падающей волны. Угол такого поворота равен

$$\theta = \arctan \frac{2\sqrt{\varepsilon_1\mu_1 - \chi_1^2}(\chi_2\mu_1 - \chi_1\mu_2)}{\varepsilon_2\mu_1^2 - \varepsilon_1\mu_1\mu_2 - 2\chi_1\chi_2\mu_1 + 2\chi_1^2\mu_2}. \quad (8)$$

**3 Наклонное падение.** Пусть вектор направления распространения падающей волны  $\vec{n}_\lambda^n$  лежит в плоскости  $xOz$  (плоскость падения) и составляет угол  $\beta$  с осью  $z$  (угол падения). В биизотропных средах 1 и 2 будем иметь две отраженные и две преломленные (прошедшие) циркулярно поляризованные волны, показатели преломления которых  $n_\pm^m$  различны, а значит различны и углы отражения  $\beta_+$  и  $\beta_-$ , а также углы преломления  $\gamma_+$  и  $\gamma_-$ , определяемые из условий  $n_\lambda^1 \sin \beta_\lambda = n_\lambda^1 \sin \beta$ ,  $n_\pm^2 \sin \gamma_\pm = n_\lambda^1 \sin \beta$ . Все пять векторов ( $\vec{n}_\lambda^n$ ,  $\vec{n}_\pm^o$ ,  $\vec{n}_\pm^{np}$ ) лежат в плоскости падения (см. рис. 1).

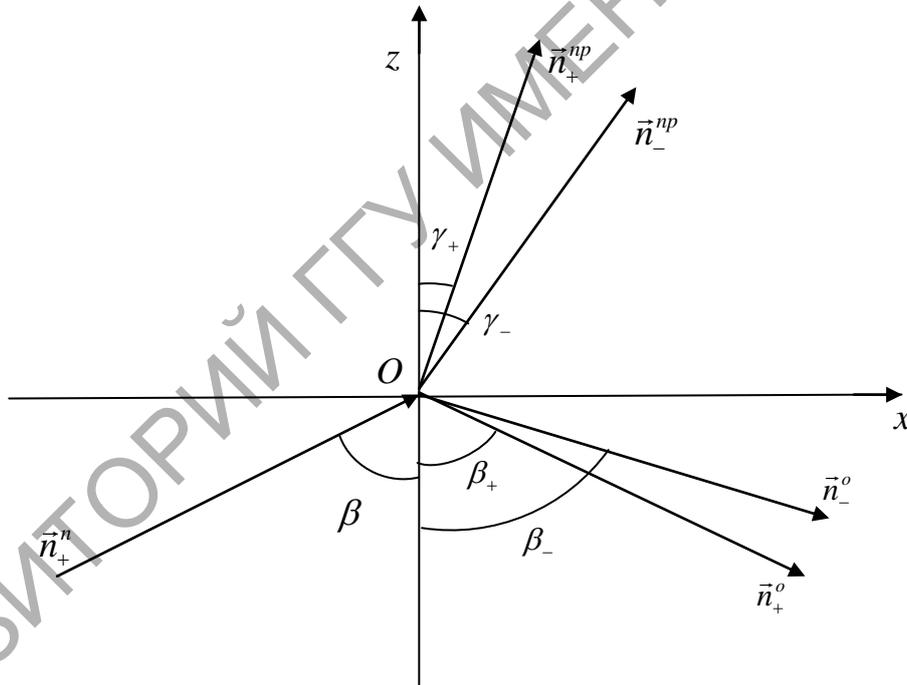


Рисунок 1 – Векторы, задающие направления распространения падающей ( $\vec{n}_\lambda^n$ ), отраженных ( $\vec{n}_+^o$  и  $\vec{n}_-^o$ ) и преломленных ( $\vec{n}_+^{np}$  и  $\vec{n}_-^{np}$ ) волн

Для удобства последующих рассуждений приведем компоненты этих векторов:

$$\vec{n}_\lambda^n = (\sin \beta, 0, \cos \beta); \vec{n}_\sigma^o = (\sin \beta_\sigma, 0, -\cos \beta_\sigma); \vec{n}_\nu^{np} = (\sin \gamma_\nu, 0, \cos \gamma_\nu), \quad (9)$$

Также удобно ввести ортогональные им единичные векторы, лежащие в плоскости падения

$$\vec{l}_\lambda^n = (-\cos \beta, 0, \sin \beta); \vec{l}_\sigma^o = (\cos \beta_\sigma, 0, \sin \beta_\sigma); \vec{l}_\nu^{np} = (-\cos \gamma_\nu, 0, \sin \gamma_\nu), \quad (10)$$

и перпендикулярный плоскости падения вектор  $\vec{m} = -\vec{j} = (0; -1; 0)$ .

В терминах введенных векторов (9) и (10) падающую циркулярно поляризованную волну можно записать в виде ( $\vec{k}_\lambda^n = k_\lambda^1 \vec{n}_n$ ):

$$\vec{E}_\lambda^n(\vec{r}, t) = E_\lambda^n (\vec{l}_\lambda^n + i \lambda \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\lambda^n \vec{r})}; \quad \vec{H}_\lambda^n(\vec{r}, t) = -b_\lambda^1 E_\lambda^n (\vec{l}_\lambda^n + i \lambda \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\lambda^n \vec{r})}. \quad (11)$$

Отраженную и прошедшую волны также представим в виде суперпозиций циркулярно поляризованных волн ( $\vec{k}_\sigma^o = k_\sigma^1 \vec{n}_\sigma^o$ ,  $\vec{k}_\nu^{np} = k_\nu^2 \vec{n}_\nu^{np}$ ):

$$\begin{aligned} \vec{E}^o(\vec{r}, t) &= \sum_{\sigma=\pm 1} E_\sigma^o (\vec{l}_\sigma^o + i \sigma \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\sigma^o \vec{r})}; \quad \vec{H}^o(\vec{r}, t) = - \sum_{\sigma=\pm 1} b_\sigma^1 E_\sigma^o (\vec{l}_\sigma^o + i \sigma \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\sigma^o \vec{r})}, \\ \vec{E}^{np}(\vec{r}, t) &= \sum_{\nu=\pm 1} E_\nu^{np} (\vec{l}_\nu^{np} + i \nu \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\nu^{np} \vec{r})}; \quad \vec{H}^{np}(\vec{r}, t) = - \sum_{\nu=\pm 1} b_\nu^2 E_\nu^{np} (\vec{l}_\nu^{np} + i \nu \vec{m}) e^{-i(\omega t - \vec{k}_\nu^{np} \vec{r})}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из граничных условий, заключающихся в непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей, получаем систему

$$\begin{cases} \delta^+ E_+^o + \delta^- E_-^o + \delta_+ E_+^{np} + \delta_- E_-^{np} = E_0^n; & b_+^1 \delta^+ E_+^o + b_-^1 \delta^- E_-^o + b_+^2 \delta_+ E_+^{np} + b_-^2 \delta_- E_-^{np} = b_\lambda^1 E_0^n; \\ -E_+^o + E_-^o + E_+^{np} - E_-^{np} = \lambda E_0^n; & b_+^1 E_+^o - b_-^1 E_-^o - b_+^2 E_+^{np} + b_-^2 E_-^{np} = -\lambda b_+^1 E_0^n. \end{cases} \quad (14)$$

При получении системы (14) учтены условия на границе:  $k_x^n = k_x^o = k_x^{np}$  и введены обозначения:  $\delta^\lambda = \cos \beta_\lambda / \cos \beta$ ,  $\delta_\nu = \cos \gamma_\nu / \cos \beta$ . Решая эту систему, приходим к следующим выражениям, определяющим амплитуды волн:

$$\begin{aligned} E_+^{np} &= E_0^n \left[ -2\lambda (b_\lambda^1 - b_-^2) (b_-^1 - b_+^1) (\delta^\lambda + \lambda \delta_-) \right] / \Delta; \\ E_-^{np} &= E_0^n \left[ -2\lambda (b_\lambda^1 - b_+^2) (b_-^1 - b_+^1) (\delta^\lambda - \lambda \delta_+) \right] / \Delta; \\ E_\lambda^o &= \Delta_1 / \Delta; \quad E_{-\lambda}^o = E_0^n \left[ -2 (b_\lambda^1 - b_+^2) (b_\lambda^1 - b_-^2) (\delta_- + \delta_+) \right] / \Delta, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= (b_-^1 b_+^2 + b_+^1 b_-^2) (\delta_{-\lambda} - 1) (\delta^\lambda - \delta_\lambda) + (b_-^1 b_-^2 + b_+^1 b_+^2) (\delta_\lambda + 1) (\delta^\lambda + \delta_{-\lambda}) - \\ &- (b_+^1 b_+^1 + b_-^2 b_+^2) (\delta_- + \delta_+) (\delta^\lambda + 1), \quad \Delta_1 = (b_-^1 b_+^1 + b_-^2 b_+^2) (\delta_- + \delta_+) (\delta^\lambda - 1) - \\ &- (b_-^1 b_-^2 + b_+^1 b_+^2) (\delta_\lambda - 1) (\delta^\lambda + \delta_{-\lambda}) - (b_-^1 b_+^2 + b_+^1 b_-^2) (\delta_{-\lambda} + 1) (\delta^\lambda - \delta_\lambda). \end{aligned}$$

В случае, когда среда 1 есть среда Теллегена, возможна линейная поляризация падающей волны. Как следует из формул (15), в этом случае отраженная волна будет эллиптически поляризованной, причем главная ось эллипса поляризации наклонена по отношению к плоскости поляризации падающей волны.

Находя векторы Пойнтинга для всех волн, нетрудно убедиться, что баланс энергий в форме  $S^n = S_+^o + S_-^o + S_+^{np} + S_-^{np}$  выполняется. Полученные выражения для векторов Пойнтинга проанализируем численно в зависимости от параметров биизотропных сред и угла падения. Например, для наклонного падения на границу раздела вакуум – биизотропная среда плоской волны, поляризованной в плоскости падения, имеем зависимости, показанные на рис. 2.

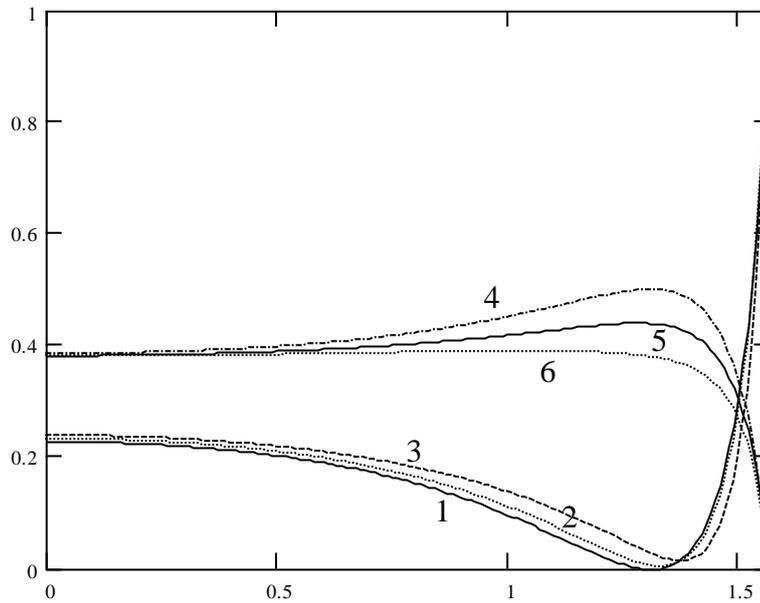


Рисунок 2 – Зависимость  $z$  – проекции вектора Пойнтинга отраженной волны (1-3) от угла падения  $\beta$  для параметров среды  $\varepsilon = 4$ ;  $\mu = 0.5$ :

- 1)  $\alpha = 0$ ,  $\chi = 0.1$ ; 2)  $\alpha = 0.2$ ,  $\chi = 0.2$ ; 3)  $\alpha = 0.3$ ,  $\chi = 0.3$ , и прошедшей право поляризованной волны (4-6) для тех же параметров среды соответственно.

Падающая волна поляризована в плоскости падения

**4 Заключение.** В работе решены задачи о нормальном и наклонном падении циркулярно поляризованных волн на плоскую границу раздела биизотропных сред. Для случая, когда первая среда является средой Теллгена и возможна линейная поляризация падающей волны, показано, что при нормальном падении отраженная волна также линейно поляризована, однако ее плоскость поляризации повернута относительно плоскости поляризации падающей волны. При наклонном падении линейно поляризованной волны на биизотропную среду отраженная волна поляризована эллиптически. Такие поляризации отраженных волн характерны только для случая отражения от биизотропной среды.

**Abstract.** The problems of normal and oblique incidence of circularly polarized waves on the plane border of bi-isotropic media separation are solved in the paper.

#### Литература

1. I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media. Artech House, Boston and London, 1994
2. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, A. Sihvola. Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials Theory and Applications. Overseas Publishers Association, 2001
3. I.V. Semchenko, S.A. Tretyakov, A.N. Serdyukov. Progress in Electromagnetic Research. (PIER), 12 (1996) 335-370
4. W.S. Weiglhofer, A. J. Lakhtakia. J. Phys. A.: Math. Gen., 30 (1997) 2597-2600
5. А. Лакхтакия, В.С. Вейгльхофер. Радиотехника и электроника, 43, №4 (1998) 494-495
6. I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, S.A. Tretyakov, H. Sihvola, E.A. Fedosenko. J. Phys. D: Appl. Phys. 31 (1998) 2458-2464
7. S.A. Tretyakov, A.H. Sihvola, I.V. Semchenko, S. A. Khakhomov. J. Phys.D: Appl. Phys. 32 (1999) 2705-2706
8. R.E. Raab, A.H. Sihvola. J. Phys. A.: Math. Gen., 30 (1997) 1335-1344

9. Капшай В.Н., Кондратюк В.В. Электромагнитные поля в биизотропной среде внутри и вне металлической сферы. Известия ВУЗов. Физика. Томск, 2000 – №11, с. 79-84.
10. Капшай В.Н., Кондратюк В.В. Рассеяние электромагнитных циркулярно поляризованных волн на биизотропном шаре в киральной среде. Известия ГГУ им. Ф. Скорины, № 5 (8), Проблемы взаимодействия излучения с веществом, 2001, с. 97-101.
11. Капшай В.Н., Кондратюк В.В. Рассеяние плоских электромагнитных волн на биизотропном шаре в вакууме. ЖПС, V. 70, N 6, 2003, с. 784-787
12. Капшай В.Н., Кондратюк В.В., Годлевская А.Н. Собственные частоты двухслойных сферических металлических резонаторов с биизотропным слоем. Известия ГГУ им. Ф. Скорины, № 6 (39), 1, 2006, с. 90-93.
13. A.H. Sihvola, I.V. Lindell. Microwave and Opt. Technol. Lett., 4, N.8 (1991) 295-297
14. J.C. Monzon. IEEE Transactions of Antennas and Propagation, 38, N.2 (1990) 227-235
15. I.V. Lindell, A.H. Sihvola, A.J. Viitanen. Microwave and Opti. Technol. Lett., 5, N.2 (1992) 79-81

Гомельский государственный  
университет им. Ф. Скорины

Поступило 28.03.09

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ