Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №5(56), 2009

УДК 530.1; 539.12

Низкоэнергетическое комптоновское рассеяние на π-мезоне в калибровочно-инвариантном подходе

Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова, Е. В. Вакулина

Одним из фундаментальных процессов физики элементарных частиц является комптоновское рассеяние на адронах. С точки зрения моделей валентных кварков среди адронов π–мезоны являются простейшими микросистемами.

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальным и теоретическим исследованиям электромагнитных характеристик π–мезонов в области низких энергий. Это обусловлено прежде всего тем, что численные значения этих характеристик зависят не только от квантовых чисел кварков, но и от свойств осуществляемых между ними взаимодействий. На основе общих принципов квантовой теории поля было установлено, что в области низкоэнергетического комптоновского рассеяния на адронах наряду с зарядом, массой и магнитным моментом необходимо использование среднеквадратичного радиуса, а также электрической и магнитной поляризуемостей π–мезонов [1].

В последнее время получены новые экспериментальные данные о поляризуемостях π–мезонов в реакциях с участием реальных и виртуальных фотонов и предлагаются новые проекты, имеющие цель измерение этих параметров [2].

В настоящее время известны многие электродинамические процессы, на основе которых планируются эксперименты по извлечению данных о поляризуемостях адронов. Однако остается не решённым до конца вопрос о том, как последовательно учитывать вклад поляризуемостей адронов при расчёте сечений электродинамических процессов на адронах и сравнение их с экспериментально полученными сечениями. Указанную проблему можно решить, построив теоретико–полевой ковариантной лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учётом их поляризуемостей, с помощью которого можно определить амплитуды двухфотонных процессов на адронах, чему и посвящена настоящая работа.

Лагранжиан электромагнитного поля и поля заряженных бесспиновых частиц имеет вид [3]

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + [(\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi]^+(\partial^\mu + ieA^\mu)\varphi - m^2\varphi^+\varphi . \qquad (1)$$

В этом выражении $F_{\mu\nu}$ и A_μ – тензор и потенциал электромагнитного поля, e и m – заряд и масса частицы, φ – волновая функция частицы.

Из лагранжиана (1) следует уравнение движения частицы в электромагнитном поле

$$(\Box + m^2)\varphi = -\hat{V}(x)\varphi , \qquad (2)$$

где $\hat{V}(x) = -ie(\partial_\mu A^\mu + A^\mu\partial_\mu) + e^2 A_\mu A^\mu$.

С помощью функции Грина $\Delta_F(x-x') = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{e^{-ip(x-x')}}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}$ решение уравнения (2) можно представить в интегральной форме:

$$\varphi(x) = \varphi_0(x) + \int d^4x'\Delta_F(x-x')\hat{V}(x')\varphi(x'). \qquad (3)$$

Используя граничные условия

$$\varphi(x)|_{t=+\infty} = \varphi_p(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{2E_p}}e^{-ipx} ,$$

$$\varphi(x)|_{f=-\infty}=\varphi_p^*(x)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{2E_p}}e^{ipx},$$

а также условие нормировки $\int d^3x\varphi_{p'}^*(x)i\vec{\partial}_t\varphi_p(x)=\delta(\vec{p}-\vec{p}')$ и соотношение $\int d^3x\varphi_p^*(x)\Delta_F(x-x')|_{f=+\infty}=\varphi_p^*(x')$, получим S–матричный элемент вида

$$S_{fi}=(-ie)^2\int d^4y\int d^4z\varphi_{p'}^*(y)\left(\partial^\mu A_\mu(y)+A_\mu(y)\partial^\mu\right)\cdot i\Delta_F(y-z)\left(\partial^\nu A_\nu(z)+A_\nu(z)\partial^\nu\right)\varphi_p(z)+ \\ +ie^2\int d^4y\varphi_{p'}^*(y)A_\mu(y)A^\mu(y)\varphi_p(y). \tag{4}$$

При переходе в (4) в импульсное представление получим

$$S_{fi}=\frac{(-ie)^2(2\pi)^4\delta(k+p-k'-p')}{(2\pi)^6\sqrt{16\omega\omega' EE'}}\left[e'(2p'+k')\frac{i}{(p+k)^2-m^2}e(2p+k)+\right. \\ \left.+e'(2p-k')\frac{i}{(p-k')^2-m^2}e(2p'-k)-2i(e'e)\right], \tag{5}$$

где k,k' – четырехмерные импульсы падающего и рассеянного фотонов, p,p' – четырехмерные импульсы бесспиновых частиц в начальном и конечном состоянии, $\delta(k+p-k'-p')$ – дельта–функция Дирака, отражающая закон сохранения четырёхмерных импульсов в процессе комптоновского рассеяния.

Если обозначить квадратную скобку в (5) как амплитуду M, то при рассеянии на угол $\theta=0^0$ в системе покоя мишени получим дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{1}{8\pi m}\right)^2\left(-2e^2\right)^2\left|\vec{e'}\vec{e}\right|^2. \tag{6}$$

Определим теперь вклад электрической и магнитной поляризуемостей в амплитуду M и дифференциальное сечение рассеяния вперёд. Для этого воспользуемся калибровочно–инвариантным подходом. Согласно этому подходу S–матричный элемент излучения фотона можно представить следующим образом

$$S_{fi}=\int A_\mu^{(0)*}(x',l_2)J^\mu(x',A(x'))d^4x', \tag{7}$$

где l_2 – обозначает совокупность квантовых характеристик излучаемого фотона, а потенциал $A_\mu^{(0)*}$ определяется выражением

$$A_\mu^{(0)*}(x',l_2)=\frac{e_\mu^{(\lambda_2)}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{2\omega_2}}\exp[ik_2x'].$$

Чтобы ковариантным образом определить амплитуду рассеяния фотонов с учётом поляризуемостей, в выражении (7) ограничимся вкладом наведенного тока в структурной частице $j_{(m)}^\mu$. Ток $j_{(m)}^\mu$ будет удовлетворять условию непрерывности $\partial_\mu j_{(m)}^\mu=0$, если его определить через антисимметричный тензор $L^{\mu\nu}$, то

$$j_{(m)}^\nu=-\partial_\mu L^{\mu\nu}. \tag{8}$$

С помощью тензора $L^{\mu\nu}$ в электродинамике сплошных сред определяются вектора [4]

$$p^\mu=L^{\mu\nu}u_\nu\ ,\ m^\mu=\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\delta}L_{\nu\rho}U_\delta,$$

где u^μ – четырёхмерная скорость частицы.

В системе покоя частицы пространственные компоненты этих векторов являются векторами плотности электрической и магнитной поляризации частицы. Используя вектора p^μ

и m^{μ}, определим гамильтониан взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей

$$\left\langle H_I \right\rangle = \frac{(-i)}{2M}\left[\left\langle \hat{p}^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\right\rangle F_{\mu\nu} + \left\langle \hat{m}^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\right\rangle \tilde{F}_{\mu\nu}\right], \tag{9}$$

где в уравнении (9) $\left\langle \hat{0}\right\rangle = \varphi^{+}\hat{0}\varphi(x)$, $\varphi(x)$ – волновая функция частицы, $\overleftrightarrow{\partial}^{\mu} = \overrightarrow{\partial}^{\mu} - \overleftarrow{\partial}^{\mu}$. Операторы $\hat{p}^{\mu}$ и $\hat{m}^{\mu}$ определены следующим образом:

$$\hat{p}^{\mu} = 4\pi\alpha F^{\mu\rho}\left(i\overleftrightarrow{\partial}_{\rho}\right),\ \hat{m}^{\mu} = 4\pi\beta\tilde{F}^{\mu\rho}\left(i\overleftrightarrow{\partial}_{\rho}\right), \tag{10}$$

где α и β – электрическая и магнитная поляризуемости частицы, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\delta}F_{\rho\delta}$. С учётом (9) и (10) S–матричный элемент можно представить в виде

$$S_{fi}^{(m)} = -i\int\left\langle H_I\right\rangle d^4x, \tag{11}$$

где в выражении (11) $\left\langle H_I\right\rangle$ представляется так [5]

$$\left\langle H_I\right\rangle = \frac{\pi}{m}\varphi^{+}\overleftrightarrow{\partial}^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}\varphi K_{\mu}^{\nu}. \tag{12}$$

Тензор K_{μ}^{ν} выражается через $F_{\mu\nu}$ и $\tilde{F}_{\mu\nu}$ с помощью соотношения

$$K_{\mu}^{\ \nu} = \alpha F_{\mu\rho}F^{\rho\nu} + \beta\tilde{F}_{\mu\rho}\tilde{F}^{\rho\nu}.$$

С учётом (5) и (11) общий S–матричный элемент комптоновского рассеяния вперёд в области низких энергий определяется следующим образом:

$$S_{fi} = \frac{(-i)\delta(k+p-k'-p')}{(2\pi)^2\sqrt{16\omega\omega' EE'}}\left[-2e^2 + 8\pi(\alpha+\beta)m\omega^2\right]\cdot(\vec{e}'\vec{e}). \tag{13}$$

В свою очередь дифференциальное сечение рассеяния принимает известный вид [6]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi m}\right)^2\left(-2e^2 + 8\pi(\alpha+\beta)m\omega^2\right)^2\left|\vec{e}'\vec{e}\right|^2.$$

Таким образом, в данной работе в рамках релятивистского калибровочно–инвариантного подхода и решений электродинамических уравнений ковариантным методом функций Грина определена амплитуда взаимодействия электромагнитного поля с π–мезонами. На основе этого подхода получен эффективный лагранжиан двухфотонного взаимодействия с адронами спина 0, с учетом электрической и магнитной поляризуемостей.

Abstract. In the paper the amplitude of interaction of electromagnetic field with π-mesons within the bounds of relativistic gage-invariant approach and solutions of electro-dynamic equations by means of co-variant method of Green functions is determined. On the basis of the approach an efficient Lagrangian of two-photon interaction with the hadrons of spine 0 is obtained with the account of electric and magnetic polarizabilities.

Литература

1. Петрунькин, В. А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В. А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – т.12. – вып. 3. – С. 692 –753.

2. Pion generalized dipole polarizabilities by virtual Compton scattering / C. Unkmeiz, A. Ocherashvili, T. Fuchs, M. A. Moinester, S. Scherer // e-Print Archive: hep – ph/0107020 v1. , 2001.

3. Бьёркен, Дж. Д. Релятивистская квантовая теория поля / Дж. Д. Бьёркен, Е. Д. Дрелл. – М.: Наука, 1978. – т.1. – 295 с.

4. де Грот, С. Р. Электродинамика / С. Р. де Гроот, Л. Г. Сатторп. – М.: Наука, 1982. – 560 с.

5. Дерюжкова, О. М. Низкоэнергетические электромагнитные характеристики адронов в диаграммных моделях: дис. на соиск. уч. степ. канд. физ. –мат. наук / О. М. Дерюжкова; УО «ГГУ им. Ф. Скорины». – Гомель, 2003. – 145 с.

6. Drechsel, D. Dispersion relations in real and virtual Compton Scattering / D. Drechsel, B. Pasquini, M. Vanderhaeghen // Phys.Reports. – 2003. – vol. 378. – P. 99–205.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

филиал ГОУВПО «Брянский государственный
университет имени академика И. Г. Петровского»

Поступило 28.03.09